

## Урок № 84

# Тождества. Следствие и равносильность равенств

**Проверка выполнения домашнего задания**

Определите степень многочлена  $T$ , если известно, что

а)  $T = -a + 2$ ;

б)  $T = 6 - 5x - 4y^2 - 3z^3$ ;

в)  $T = (4x - 5)(x - y) + (3 - 4x)x + 4xy$ ;

г)  $T = (a - 2b)(a - 2b)$ ;

д)  $T = (x^3 - 3x^4 + y) - (x^3 - 3x^4 + xy + y)$ .

**Пример** Выясните, существуют ли числа  $a, b, c$  такие, что

а)  $abc - c \neq ab$ ;      б)  $abc - c = ab$ .

**Решение.** а) Возьмём для начала *любые* значения данных букв, например,  $a = 1, b = 2, c = 3$  и посмотрим, что получится:

$$abc - c = 1 \cdot 2 \cdot 3 - 3 = 6 - 3 = \boxed{3}$$

$$ab = 1 \cdot 2 = \boxed{2}$$

Таким образом, при первых пришедших нам в голову значениях  $a = 1, b = 2, c = 3$  данные выражения не равны, и пункт (а) решён.

**Как вы считаете, нам сильно повезло, что мы так удачно, с первого раза, попали в подходящие значения? Или «попасть» было легко?**

**б) Выражения  $abc - c$  и  $ab$  уж точно будут равны, если все буквы заменить на нули: при  $a = 0, b = 0, c = 0$  получим  $abc - c = 0 = ab$**

**Ответ.** а) да; б) да.

**Какую из букв в пункте (б) можно заменить вместо нуля на любое число так, что равенство не нарушится?**

**Могут ли выражения  $abc - c$  и  $ab$  быть равны при условии, что значения всех переменных различны?**

**Пример** Выясните, существуют ли числа  $a, b, c$  такие, что

а)  $ab(b - c) = ab^2 - abc$ ;      б)  $ab(b - c) \neq ab^2 - abc$ .

**Решение.** а) Возьмём  $a = 15, b = 4, c = 3$ . Тогда

$$ab(b - c) = 15 \cdot 4 \cdot (4 - 3) = 60 \cdot 1 = \boxed{60}$$

$$ab^2 - abc = 15 \cdot 4 \cdot 4 - 15 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \cdot 4 - 60 \cdot 3 = 240 - 180 = \boxed{60}$$

Итак, нашлись такие значения  $a, b, c$ , что данное равенство выполняется.

б) Если вы попробовали подставить любые другие значения  $a, b, c$  и аккуратно посчитали, то и в выбранном вами случае равенство  $ab(b - c) = ab^2 - abc$  оказалось верным. Почему мы уверены в этом? Дело в том, что равенство  $ab(b - c) = ab^2 - abc$  верно при всех значениях букв, поскольку является частным случаем распределительного закона умножения.

**Ответ.** а) да; б) нет.

**Тождеством** называется равенство, верное при всех значениях входящих в него переменных.

**Замечание.** В частности, левая и правая части тождества должны иметь одинаковые области определения. Например, равенство « $2x : x = 2$ » тождеством не является, так как не выполнено при  $x = 0$ . Пока мы в основном будем иметь дело с многочленами, значения которых определены при всех значениях переменных. Но позже это уточнение будет играть очень важную роль.

Можно ли в следующих равенствах подобрать числа  $a$  и  $b$  так, чтобы они не выполнялось, то есть были ложными?

а)  $ab^2 + ab = 2ab^3$ ;

в)  $a^2b \cdot a^3 = a^6b$ ;

д)  $3a^3b^5 - 2a^2b = ab^4$ ;

б)  $ab^2 = a^2b$ ;

г)  $ab^2 \cdot ab = a^2b^3$ ;

е)  $(a - b)(a + b) + b^2 = a^2$ .

Известно, что  $a + b = 4$ . Докажите, что тогда  $(a - 5)(b - 5) = ab + 5$ .

Известно, что  $5a + 5b + 5c = 50$ . Означает ли это, что  $a + b + c = 10$ ?

Известно, что  $(a + b + c) \cdot x = 0$ . Означает ли это, что  $a + b + c = 0$ ?

Известно, что  $a + b + c = 10$ . Означает ли это, что  $a^2 + b^2 + c^2 = 100$ ?

## Домашнее

### задание

Докажите следующие тождества

а)  $(2x+9y)(3x-7y) + (2x+9y)(7y-3x) = 0;$

б)  $(x-2y)(x-y) + 2y(x-y) + xy = x^2;$

в)  $a(b-c) + b(c-a) + c(a-b) = 0;$

г)  $n(n+1) - (n-1)(n+2) = 2.$