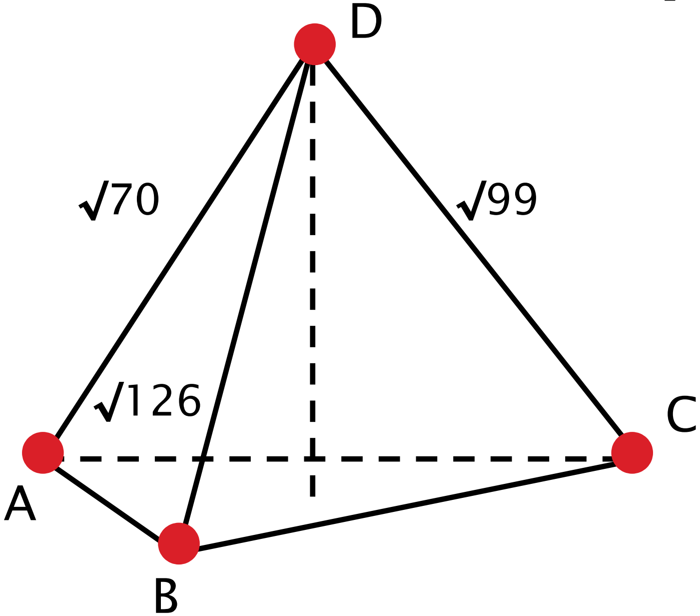
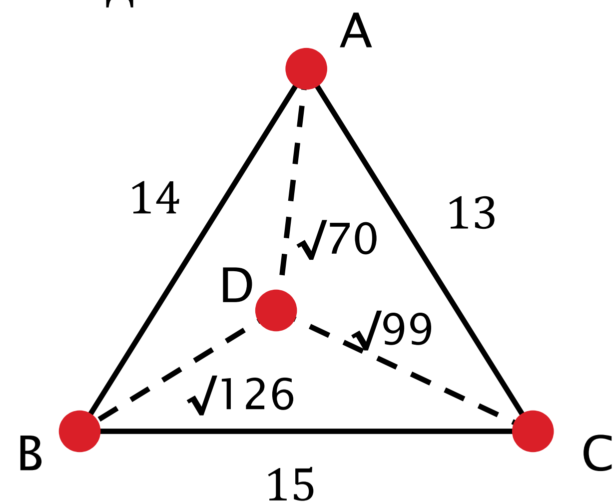
Учим творчески мыслить на уроках математики

Игра с математическими объектами

Игровой приём «Положи объект на бок»

В треугольной пирамиде боковые рёбра взаимно перпендикулярны и имеют длины √70, √99, √126 см. Найти объем, площадь основания пирамиды, высоту пирамиды.





НАЙТИ: V, Sосн, h?

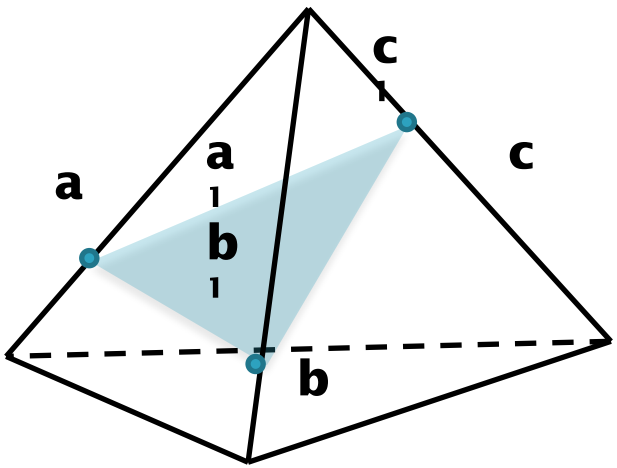
РЕШЕНИЕ:

$$1)\ V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot c=\frac{1}{6}\cdot\sqrt{70\cdot 99\cdot 126}=21\sqrt{55}$$

$$2)\ S=4\sqrt{6}$$

$$3)\ V=\frac{1}{3}\cdot S\cdot h\ \ =>h=\frac{21}{2}\sqrt{330}$$

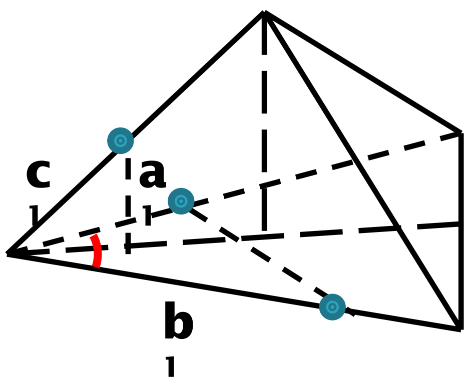
Игровой приём «Положи объект на бок»



$$\frac{S_1}{S}=\frac{a_1\cdot b_1}{a\cdot b}$$

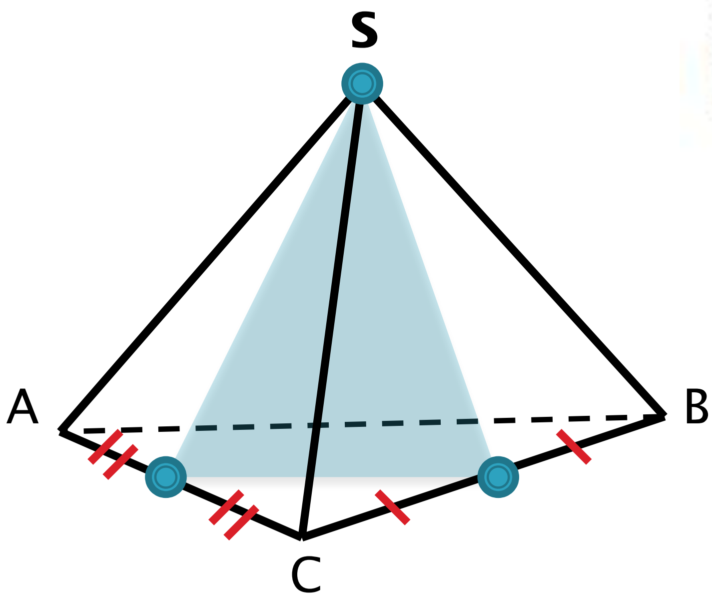
$$\frac{h_1}{h}=\frac{c_1}{c}$$

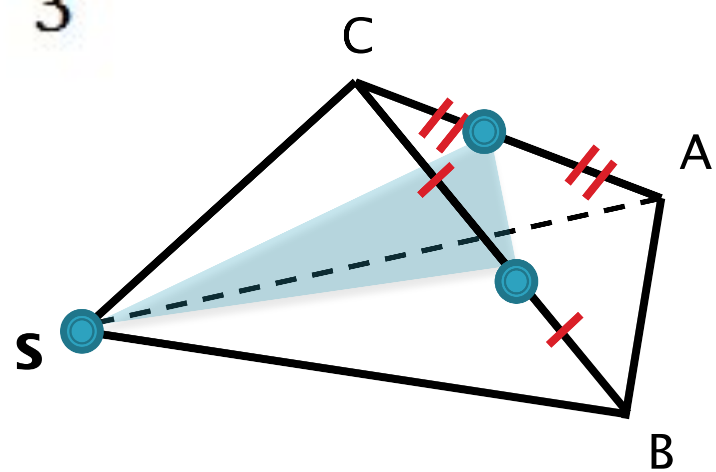
$$\frac{V_1}{V}=\frac{S_1\cdot h_1}{S\cdot h}=\frac{a_1\cdot b_1\cdot c_1}{a\cdot b\cdot c}$$



Игровой приём «Положи объект на бок»
Усложним задачу – спрячем идею

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$$





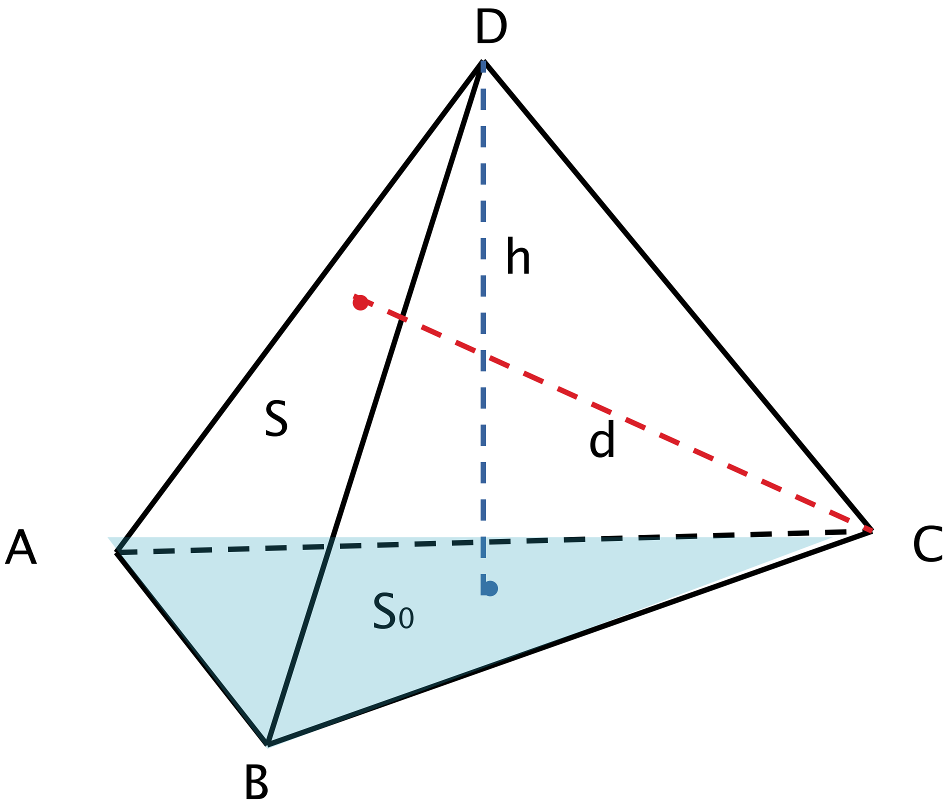
Метод объемов

Методом объемов называется приравнивание двух подходящих выражений для объема, в результате чего удается вычислить искомую величину (расстояние или угол).

Методом объемов можно использовать, вычисляя:

- Расстояние от точки до плоскости;
- Угол между прямой и плоскостью;
- Угол между плоскостями;
- Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Расстояние от точки до плоскости



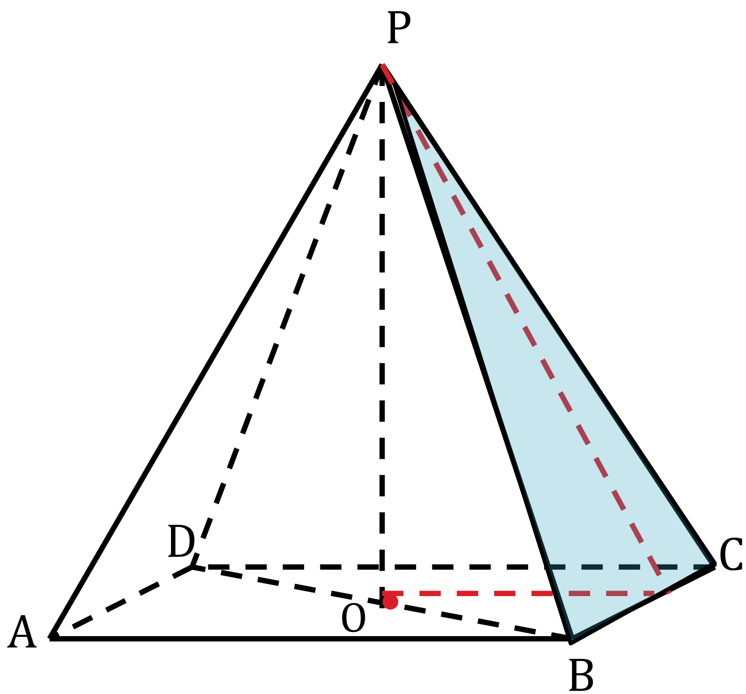
$$S_o \cdot h = S \cdot d$$

Расстояние от точки до плоскости

- В правильной четырехугольной пирамиде *PABCD,* все боковые ребра которой равны 2, а высота, опущенная из точки *P, равна 1,* найдите расстояние от точки *D* до плоскости *BCP*.

Расстояние от точки до плоскости

В правильной четырехугольной пирамиде *PABCD,* все боковые ребра которой равны 2, а высота, опущенная из точки *P, равна 1,* найдите расстояние от точки *D* до плоскости *BCP*.



Найти: $p\left(D;(BCP)\right)$

Решение:

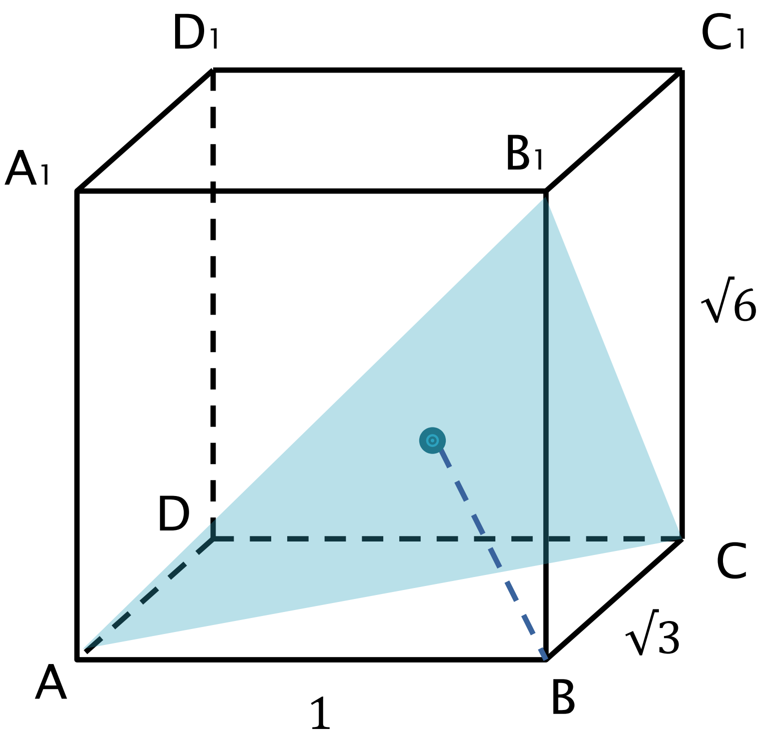
$$V_{PDCB} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1$$

$$V_{DPCB} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot d$$

$$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot d$$

$$d = \sqrt{2}$$

Расстояние от точки до плоскости



В прямоугольном параллелипипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра: $AB = 1, AD = \sqrt{3}, AA_1 = \sqrt{6}$.

Найти: $\rho(B;(AB_1C))$

Решение:

Имеем $S_{ABC} \cdot BB_1 = S_{AB_1C} \cdot d \quad (1)$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

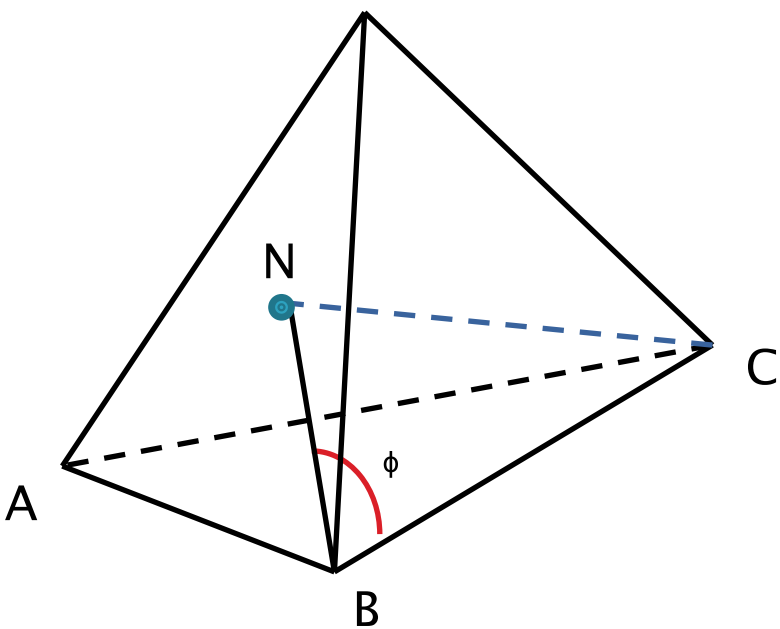
По теореме Пифагора $AC = 2, AB_1 = \sqrt{7}, B_1C = 3$, тогда

$$S_{AB_1C} = \sqrt{\frac{(5+\sqrt{7})}{2} \cdot \frac{(1+\sqrt{7})}{2} \frac{(5-\sqrt{7})}{2} \frac{(\sqrt{7}-1)}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Подставим найденные величины в формулу (1)

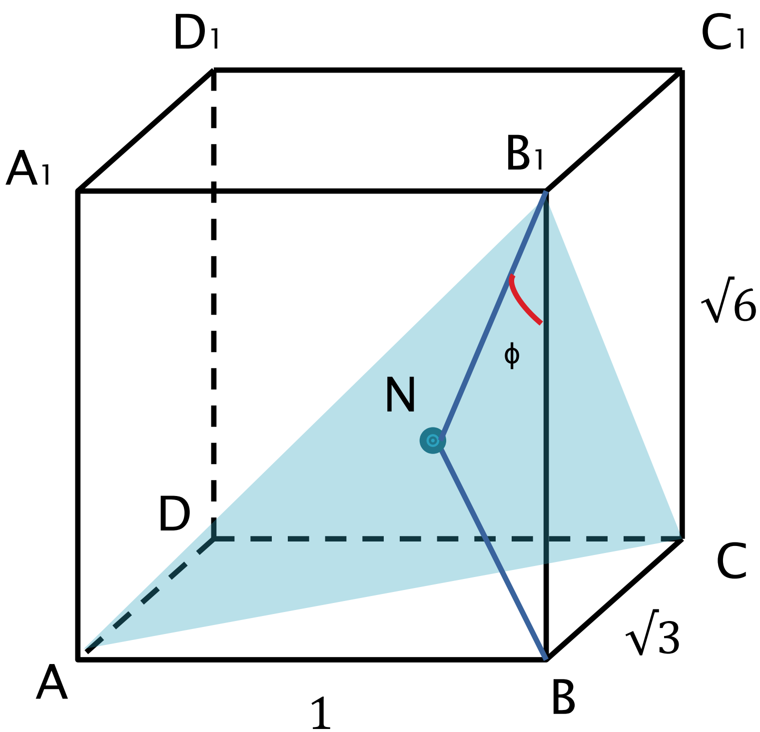
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot d \quad => \quad d = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Угол между прямой и плоскостью



$$\sin\varphi = \frac{CN}{BC}$$

Угол между прямой и плоскостью

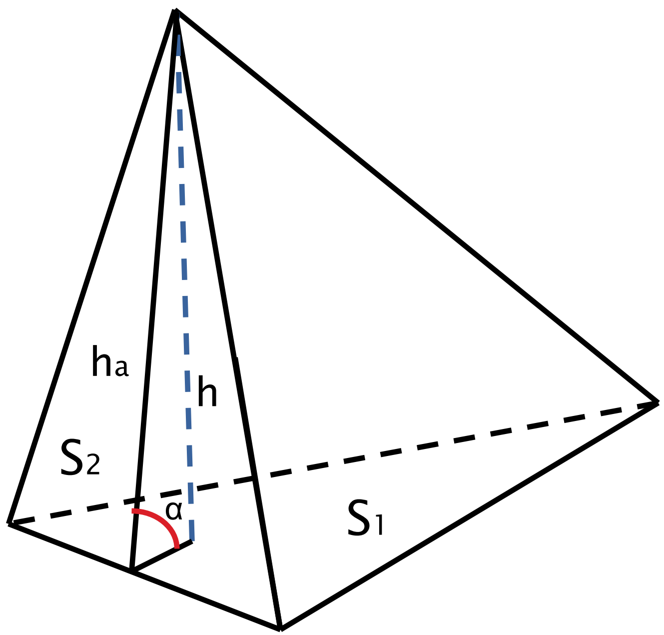


$$BN = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$BB_1 = \sqrt{6}$$

$$\sin\varphi = \frac{BN}{BB_1} = \frac{1}{3}$$

Угол между плоскостями



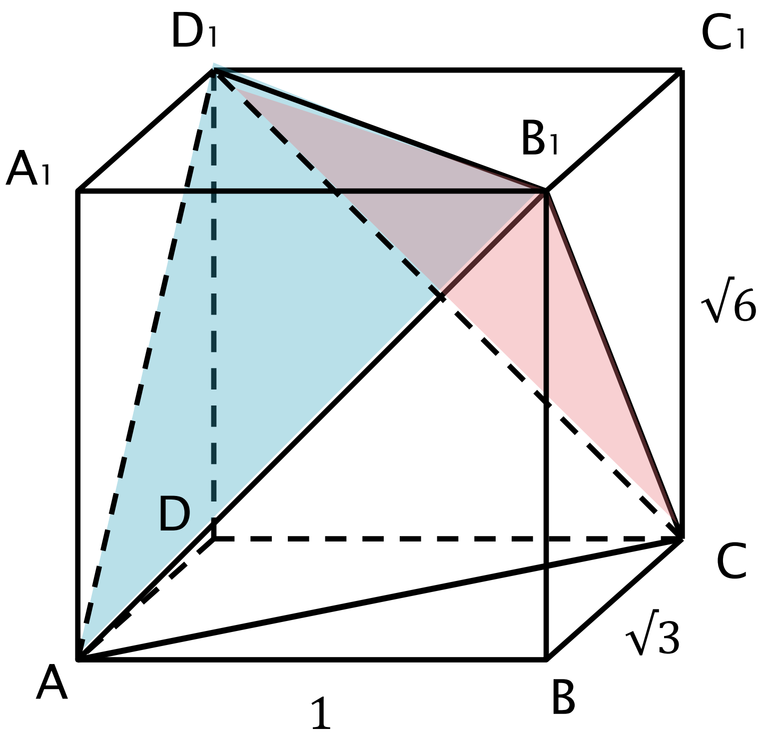
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_1 \cdot h$$

$$h = h_a sin\alpha$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \quad => \quad h_a = \frac{2S_2}{a}$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{S_1 \cdot S_2 \cdot \sin\alpha}{a}$$

Угол между плоскостями



$$S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

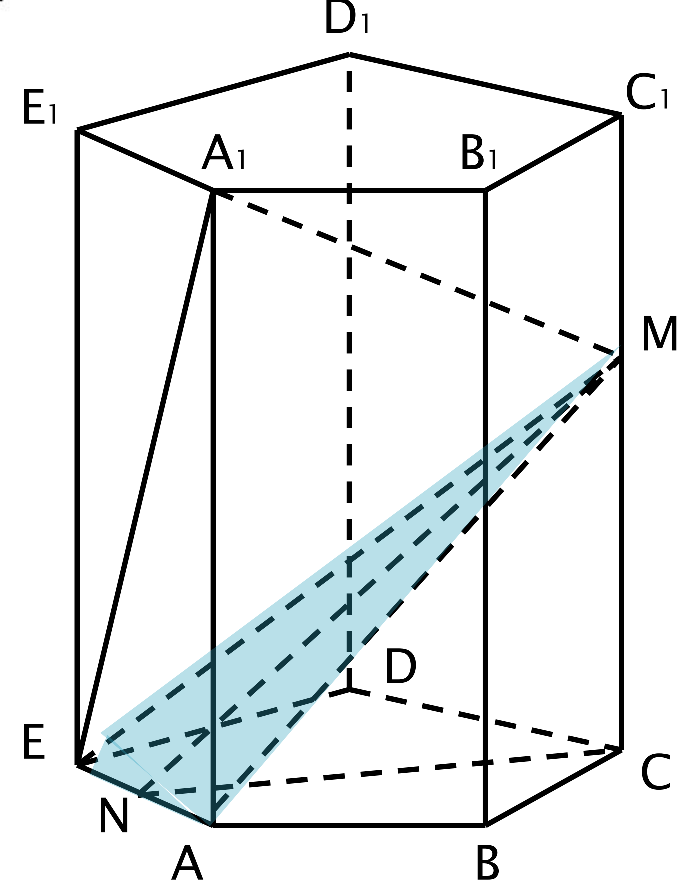
$$S_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{9 \cdot 3}{2} sin\alpha = \sqrt{2}$$

$$sin\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми

В правильной пятиугольной призме $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ длина ребра основания равна 2, а высота 6. Точка N – середина ребра AE, M делит сторону CC_1 в отношении 2: 1. Найдите расстояние между прямыми A_1E_1 и NM.



Ответ: $\dfrac{2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{\sqrt{21+2\sqrt{5}}}$