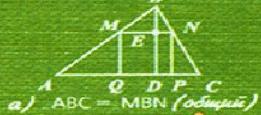
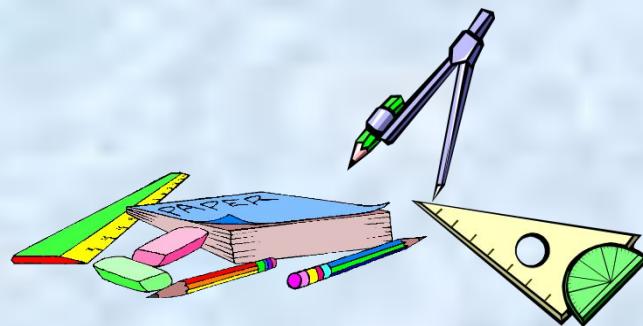


1.) Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle MBN$ :



# Признаки возрастания и убывания функций



# *Достаточные признаки возрастания и убывания функции:*



Если

$$f'(x) > 0 \text{ для всякого } x \in (a; b)$$

то

функция возрастает на  
интервале (a;b)

Если

$$f'(x) < 0 \text{ для всякого } x \in (a; b)$$

то

функция убывает на  
интервале (a;b)



# **Алгоритм нахождения промежутков возрастания (убывания) функции $y=f(x)$ :**

- 1. Найти производную функции  $f'(x)$ .**
- 2. Решить уравнение  $f'(x) = 0$ .**
- 3. Найти знак производной на каждом интервале.**
- 4. Согласно признаку возрастания (убывания) функции, найти промежутки возрастания и убывания.**



# Пример №1. Найти промежутки монотонности функции $y=2x^3-3x^2-36x+5$

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ . Функция непрерывна.
2. Вычисляем производную:  $y' = 6x^2 - 6x - 36$ .
3. Находим критические точки:  $y' = 0$ .

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 3$$

4. Делим область определения на интервалы:



5. Функция возрастает при  $x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$ , функция убывает при  $x \in [-2; 3]$ .



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}.$$

Решение

Посмотреть график  
функции

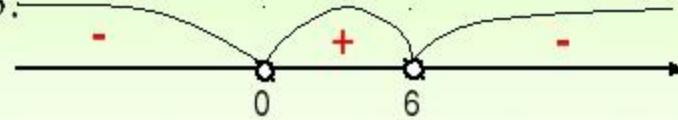
1. Функция всюду непрерывна, кроме точки  $x = 0$ .

$$f'(x) = \left( \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2} \right)' = \frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2. f'(x) = 0, \quad \frac{6(6-x)}{x^3} = 0, \quad 6(6-x) = 0;$$

$$x = 6.$$

3:



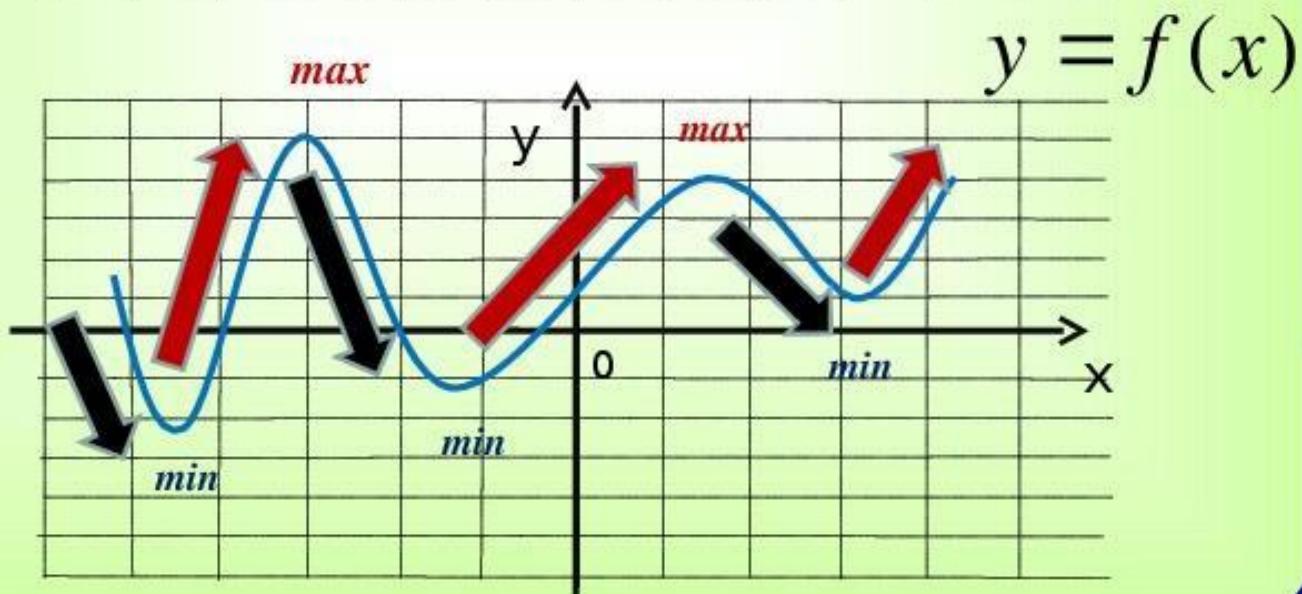
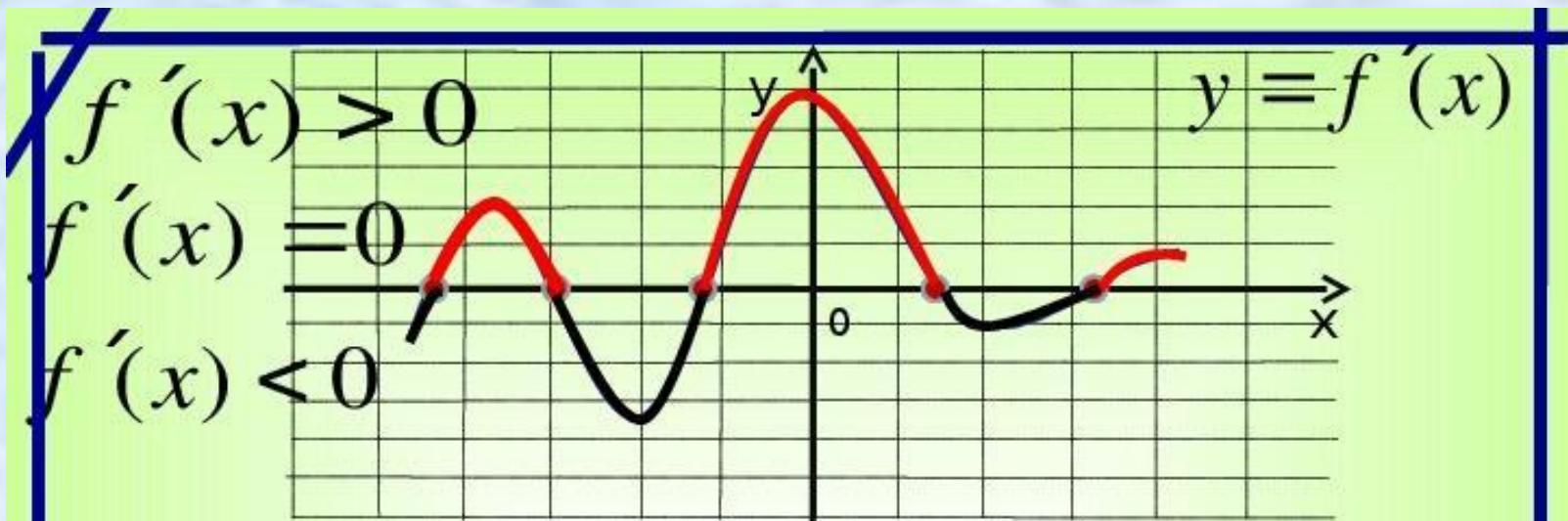
Функция убывает на интервале  $(-\infty; 0)$  и на луче  $[6; +\infty)$ .

Функция возрастает на луче  $(0; 6]$ .

Алгоритм

*При работе с графиками на возрастание и убывание надо строго следить за тем, с каким графиком имеем дело. Либо с самой функцией, либо с ее производной.*

**ВАЖНО!!! РАЗБЕРИТЕСЬ!!!!**



**Функция  $y = f(x)$  задана на интервале  $(a;b)$ ,  
на рисунке изображен график её производной.**

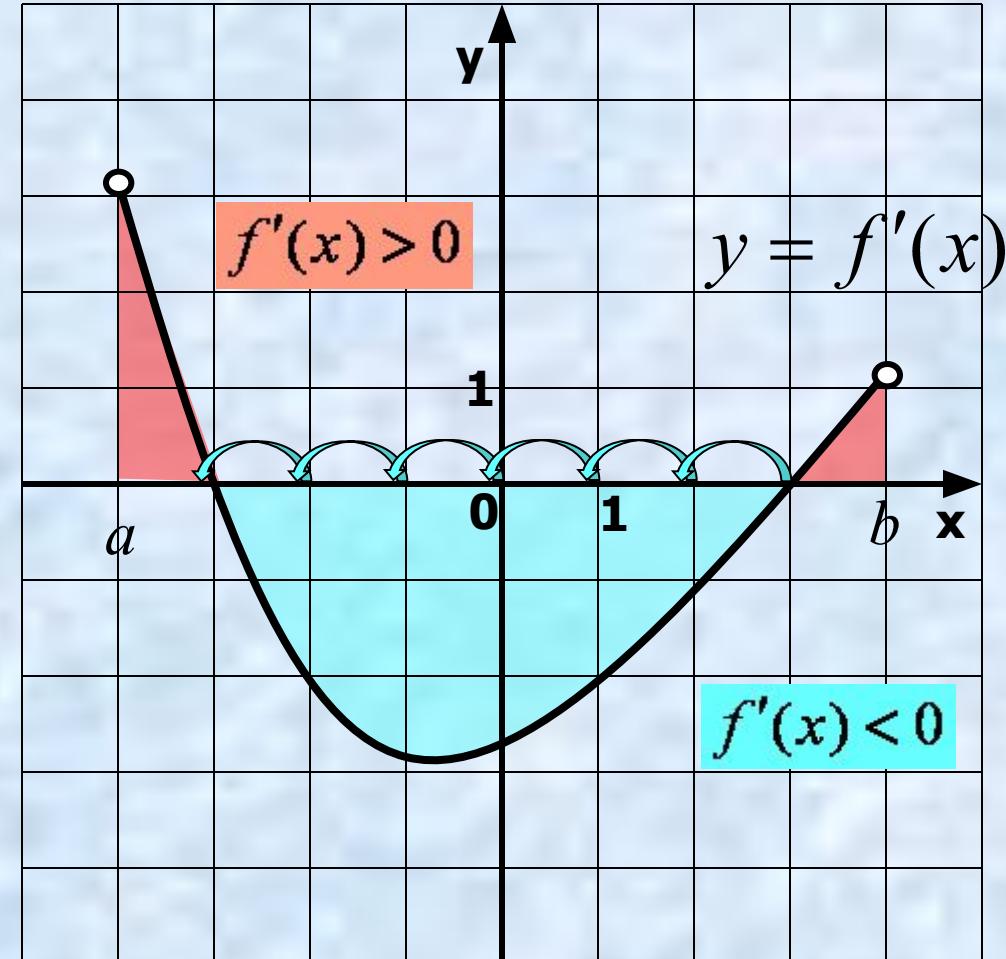
1. Укажите промежутки  
убывания функции.

$$[-3;3]$$

2. Укажите промежутки  
возрастания функции.

$$(a;-3], [3;b)$$

3. Определите длину  
промежутка, на котором  
касательная к графику  
функции имеет  
отрицательный угловой  
коэффициент?



**Функция  $y = f(x)$  задана на интервале  $(a;b)$ ,  
на рисунке изображен график ее производной.**

1. Укажите промежутки убывания функции.

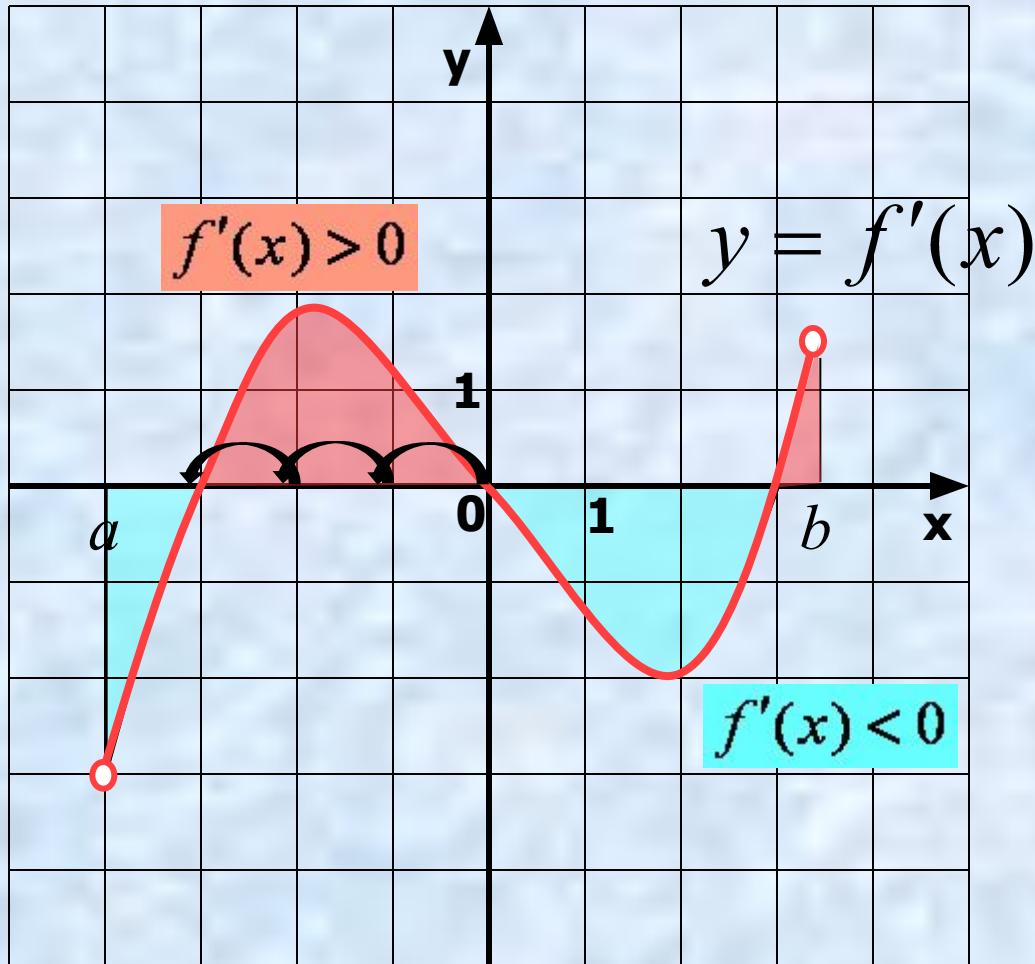
$$(a; -3], [0; 3]$$

2. Укажите промежутки возрастания функции.

$$[-3; 0], [3; b)$$

3. Определите длину наибольшего промежутка, на котором касательная к графику функции имеет положительный угловой коэффициент?

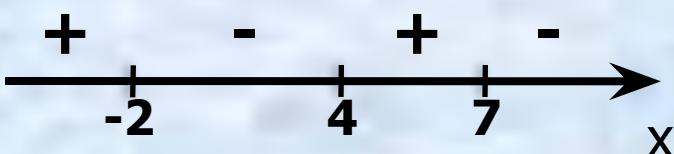
3



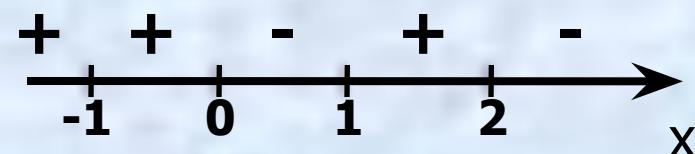
## Задание «Художники»

Изобразите эскиз графика функции  $y=f(x)$ , если промежутки постоянства знака производной  $f'(x)$  представлены на заданной схеме:

1 группа



2 группа



**Задание:** Укажите длину промежутка возрастания функции

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4.$$

Проверка:

Решение:

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = (-x^2 - x^2 + 3x + 4)' = -x^2 - 2x + 3$$

$$-x^2 - 2x + 3 \geq 0;$$

$$-x^2 - 2x + 3 = 0;$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 3.$$

$$-(x+1) \cdot (x-3) \geq 0$$



Функция возрастает на  $[-1; 3]$ . Длина данного отрезка 4.

Ответ: 4.



## Тест

1. Найти промежутки возрастания функции:  $f(x)=2x+5$   
A)  $(-\infty; +\infty)$ ; B)  $(-\infty; 2,5)$ ; C)  $(-2,5; +\infty)$ ; D)  $(5; +\infty)$ ; E) нет
  
2. Найти промежутки убывания функции:  $f(x)=x^2-6x+3$   
A)  $(-\infty; +\infty)$ ; B)  $(-\infty; 3)$ ; C)  $(3; +\infty)$ ; D)  $(-\infty; 3]$ ; E)  $[3; +\infty)$
  
3. Найти промежутки убывания функции:  $f(x)= \frac{1}{x} - 3$   
A)  $[-1; 1]$ ; B)  $(-\infty; 0)$  и  $(0; +\infty)$ ; C)  $(-\infty; 0]$ ; D)  $[0; +\infty)$ ; E) нет
  
4. Найти промежутки возрастания функции:  $f(x)=-x^2+4x-1$   
A)  $(-\infty; +\infty)$ ; B)  $(-\infty; 2)$ ; C)  $(2; +\infty)$ ; D)  $(-\infty; 2]$ ; E)  $[2; +\infty)$
  
5. Найти промежутки убывания функции:  $f(x)=x^3 - 3x^2$   
A)  $(-\infty; 0)$ ; B)  $[0; 2]$ ; C)  $(2; +\infty)$ ; D)  $(0; 2)$ ; E)  $[2; +\infty)$

