Тригонометрические функции

Тангенс и котангенс

Тангенс и котангенс

- ***Тангенсом угла х*** **называется отношение синуса этого угла к косинусу этого же угла.**
- ***Котангенсом угла х*** **называется отношение косинуса этого угла к синусу этого же угла.**

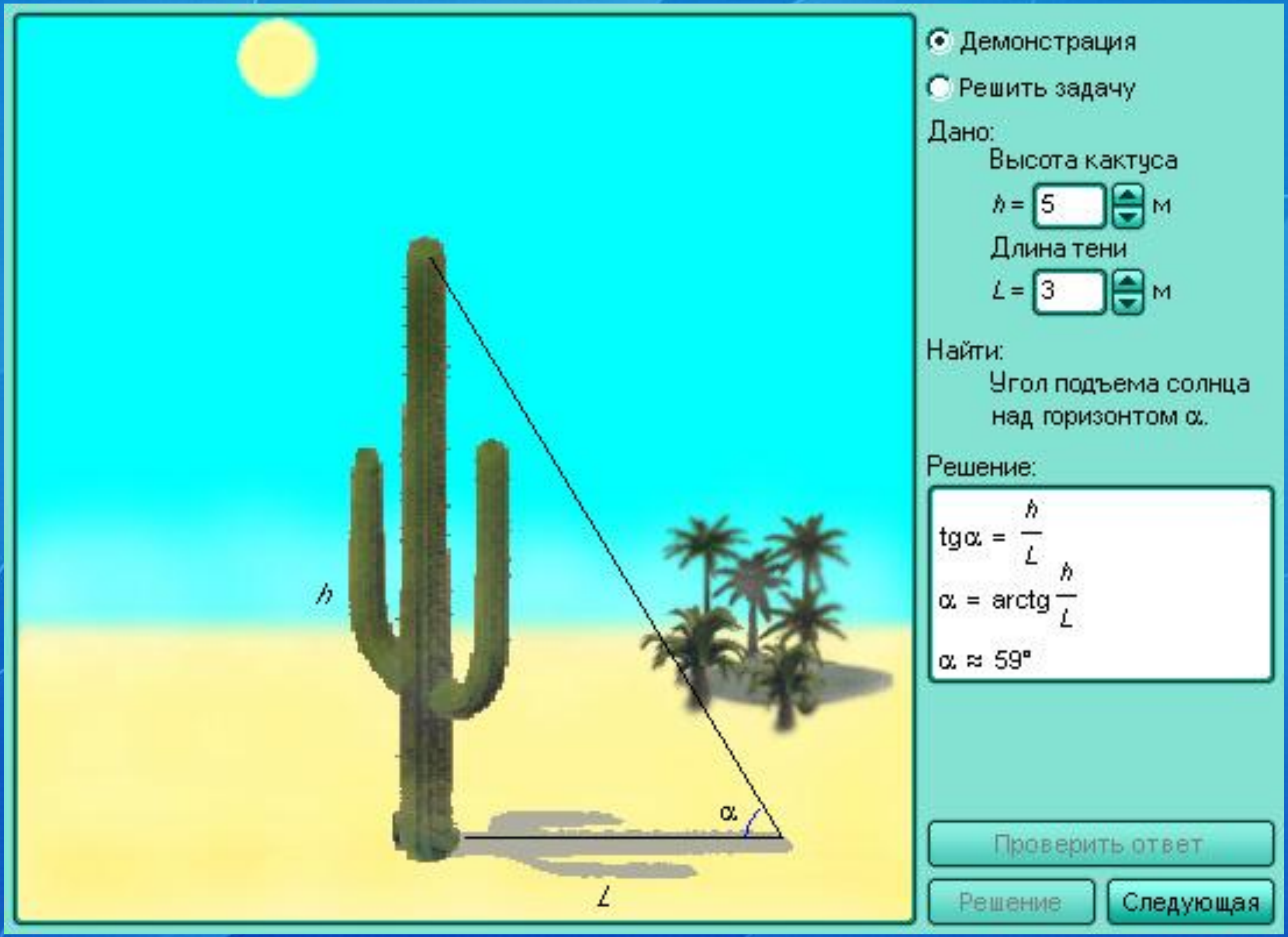
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Тангенс и котангенс

- Поскольку деление на нуль невозможно, эти функции определены не для всех значений аргумента. Тангенс определен для всех $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$. Котангенс определен для всех $x \neq \pi n$, $n \in Z$. Обе функции непрерывны на всей области определения и имеют разрывы в точках вида $\frac{\pi}{2} + \pi n$ (тангенс) и πn (котангенс).

Задача 1.



- Тень от солнца

Тангенс и котангенс **являются периодическими функциями. Их основной период равен π.**

Значения этих функций в некоторых точках приведены в таблице.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\operatorname{ctg} x$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

Тангенсы и котангенсы

- **Промежутки монотонности и знакопостоянства. Функции tg x и ctg x нечетны.**

Функция	0	$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{\pi}{2}$	$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
tg x	0	Положителен, возрастает от 0 до $+\infty$	–	Отрицателен, возрастает от $-\infty$ до 0
ctg x	–	Положителен, убывает от $+\infty$ до 0	0	Отрицателен, убывает от 0 до $-\infty$

Тангенсы и котангенсы

- **Формулы приведения:**

$$\operatorname{tg}(\pi - x) = -\operatorname{tg} x, \quad \operatorname{ctg}(\pi - x) = -\operatorname{ctg} x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg} x, \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x$$

Тождества, связанные с тангенсами и котангенсами.

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1, x \neq \frac{\pi n}{2}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, x \neq \pi n$$

Графики функций y = tg x и y = ctg