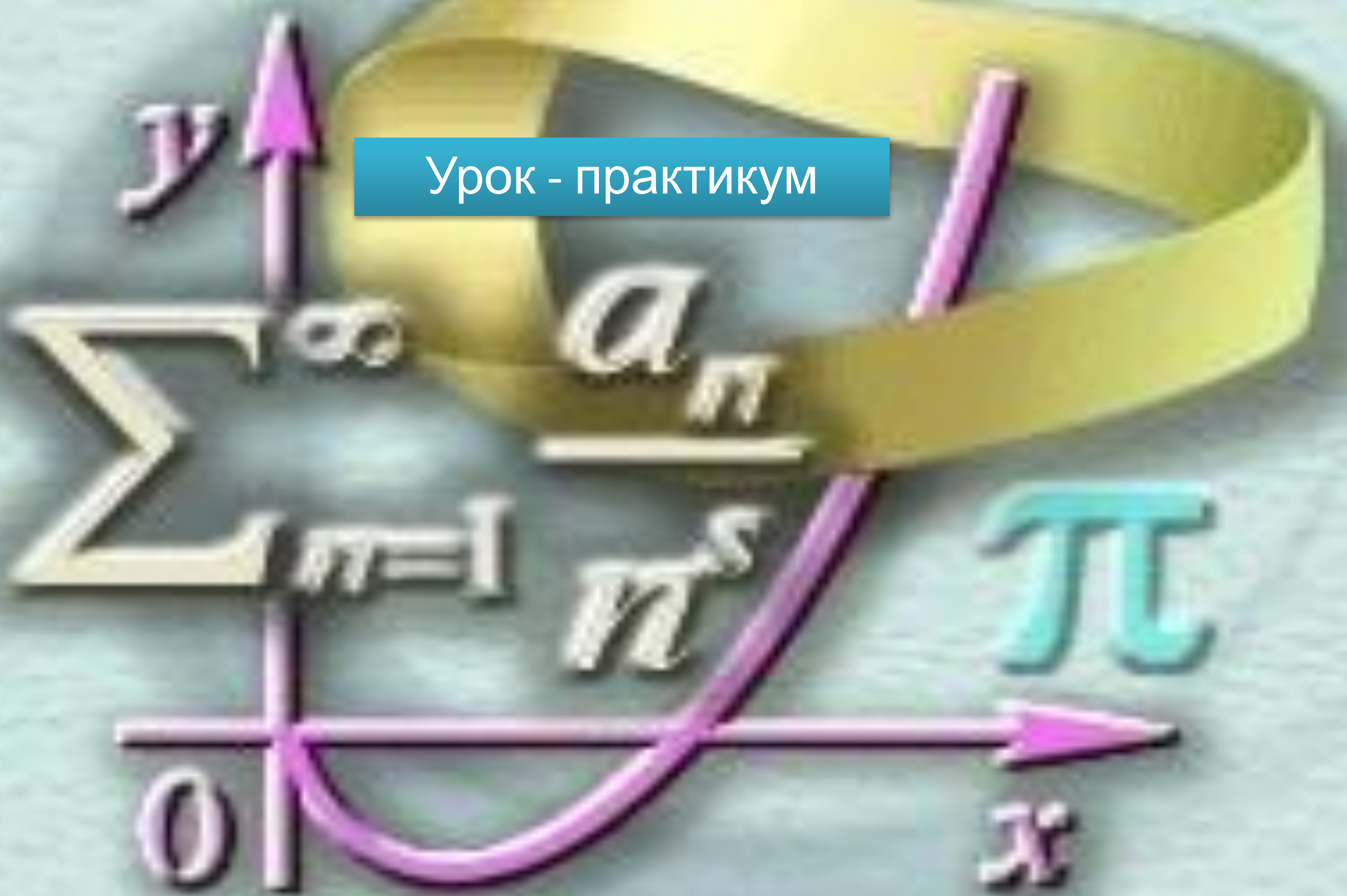
ГПОУ «Новоазовский индустриальный техникум»



Урок - практикум

ТЕМА «ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ»

Цели урока

- Систематизировать, обобщить и расширить знания и умения обучающихся при построении графиков функций.
- Развивать умения наблюдать, сравнивать, обобщать и анализировать математические ситуации с использованием ИКТ и программы MathCAD.
- Воспитывать такие качества личности, как познавательная активность, самостоятельность, упорство в достижении цели, коммуникативную и информационную культуру, побуждать обучающихся к самоконтролю и самоанализу своей деятельности.

Содержание урока

Вводная беседа

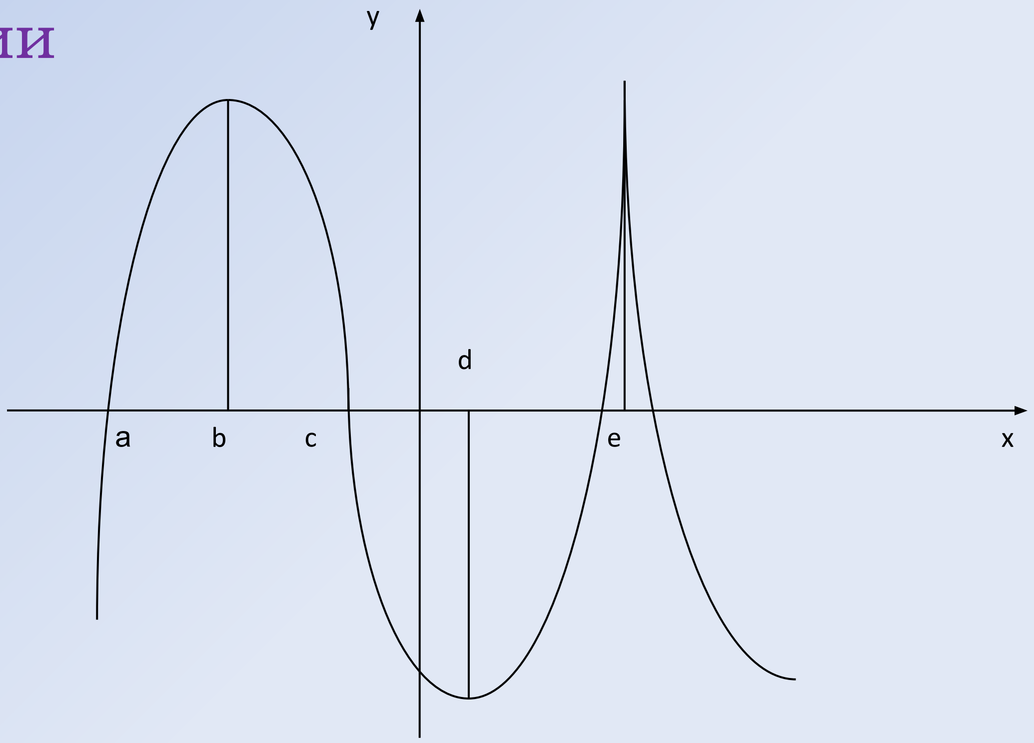
На уроке мы должны закрепить и обобщить свои знания и умения при построении графика функции с помощью производной и убедиться в правильности своего построения с помощью программы MathCAD.

Устная работа

Задача1. По графику функции *y=f(x)*, изображенному на рисунке, определить точки, в которых:

– Производная функции не существует:

- $x = e;$
- $x = b;$
- $x = d;$
- $x = 0.$

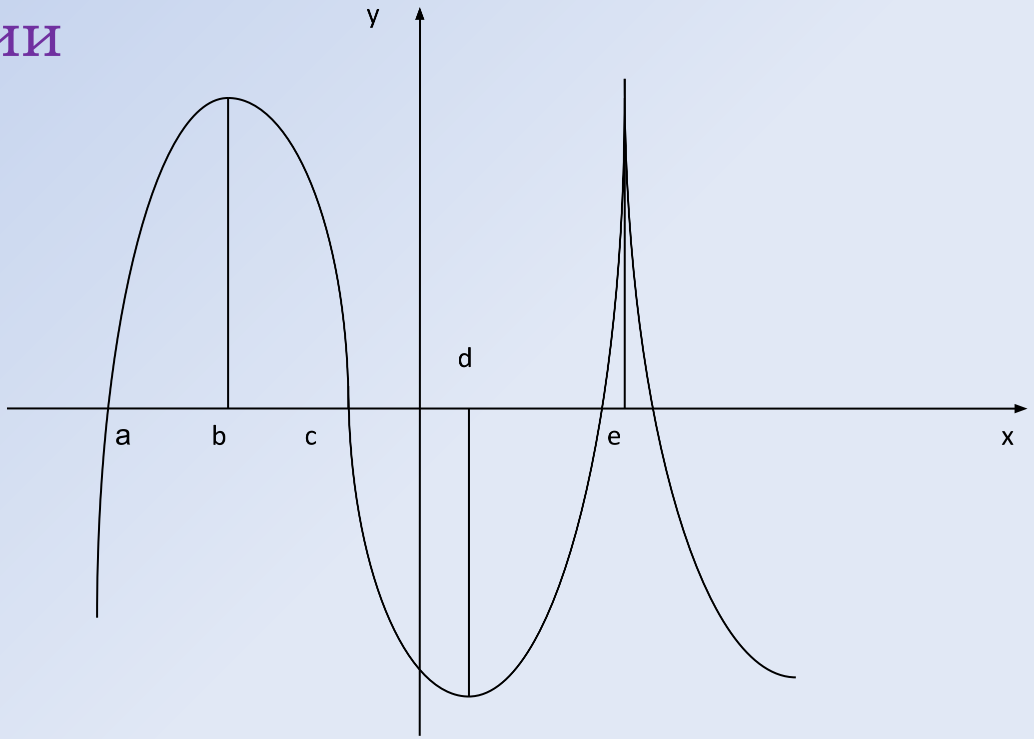


Устная работа

Задача1. По графику функции *y=f(x)*, изображенному на рисунке, определить точки, в которых:

– Производная функции обращается в ноль:

- $x = b, x = d;$
- $x = c, x = a;$
- $x = b, x = e, x = d;$
- $x = e.$

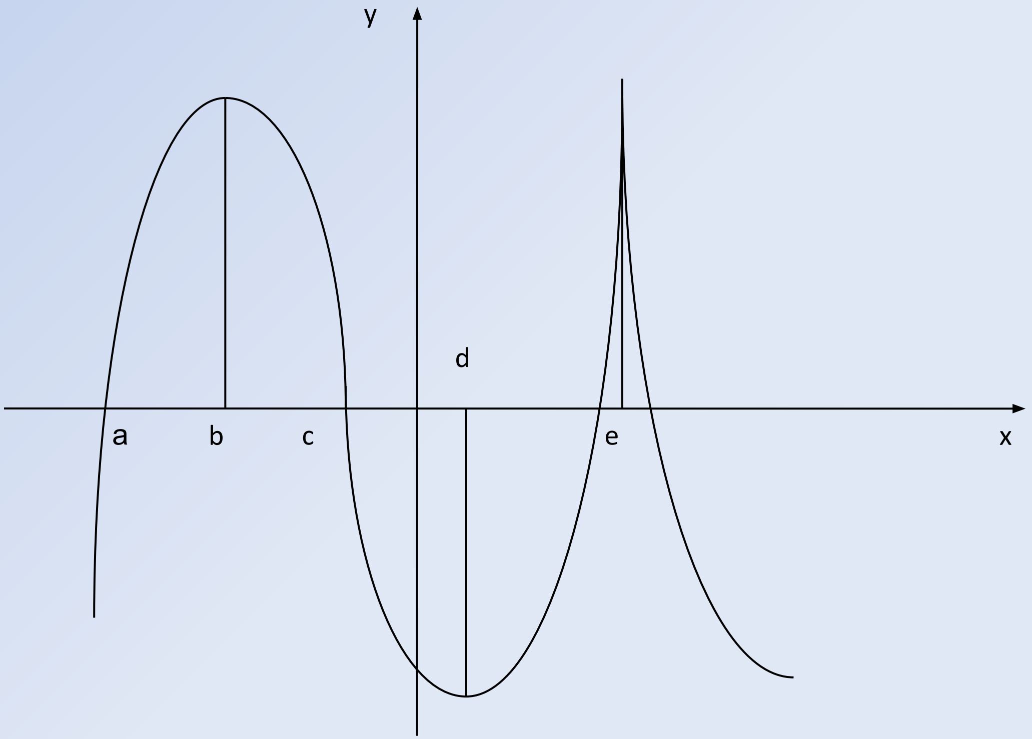


Устная работа

Задача1. По графику функции *y=f(x)*, изображенному на рисунке, определить:

– Точки максимума функции:

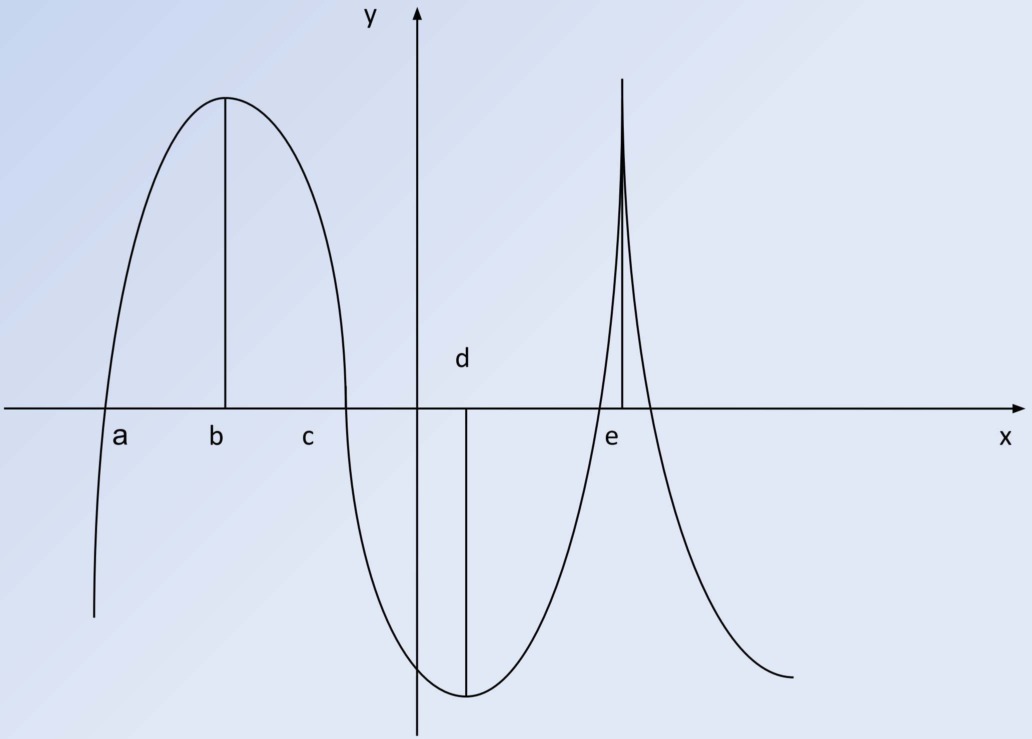
- *x = e;*
- *x = b;*
- *x = b, x = e;*
- *нет точек максимума**нет точек максимума*.



Устная работа

Задача1. По графику функции *y=f(x)*, изображенному на рисунке, определить:

– промежутки убывания функции:



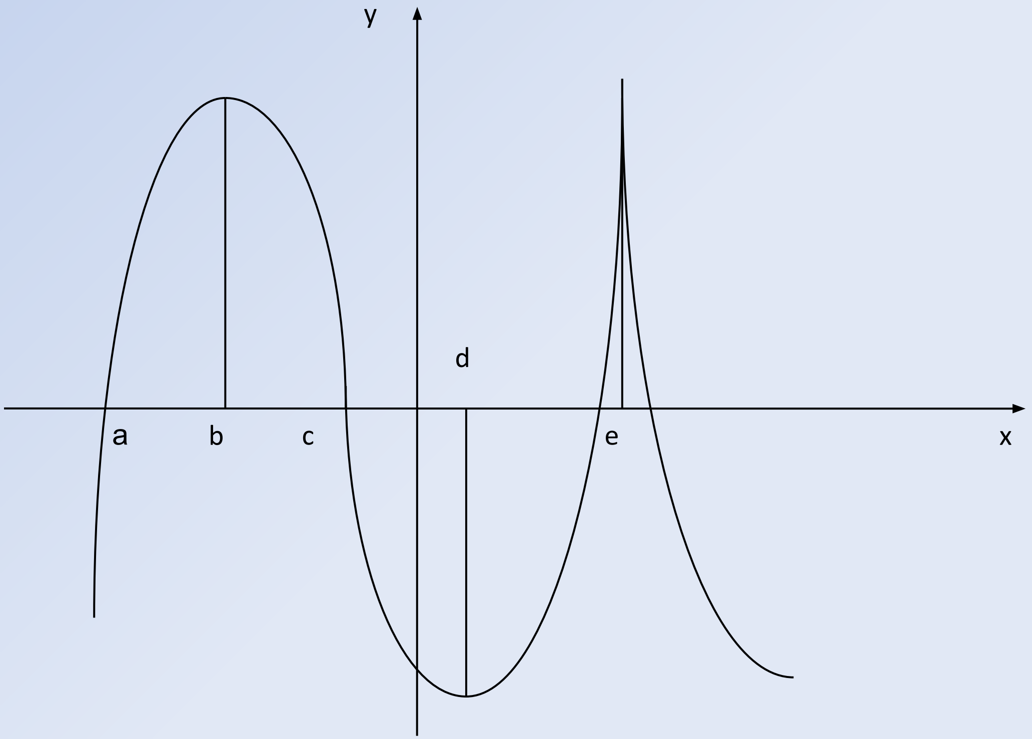
- [b;d] *[b;d] и* и *[b;d] и* [e;+∞);
- (-∞;b] *(-∞;b]* и *(-∞;b] и* [d;e].

Устная работа

Задача1. По графику функции *y=f(x)*, изображенному на рисунке, определить:

– Промежутки возрастания функции:

- [b;d] *[b;d] и* [b;d] и [e;+∞);
- (-∞;b] *(-∞;b]* и *(-∞;b] и* [d;e].



Отлично!

[Далее]

Подумай ещё!

Отлично!

[Далее](#)

Подумай ещё!

Отлично!

Далее

Подумай ещё!

Отлично!

[Далее]

Подумай ещё!

Отлично!

Далее

Подумай ещё!

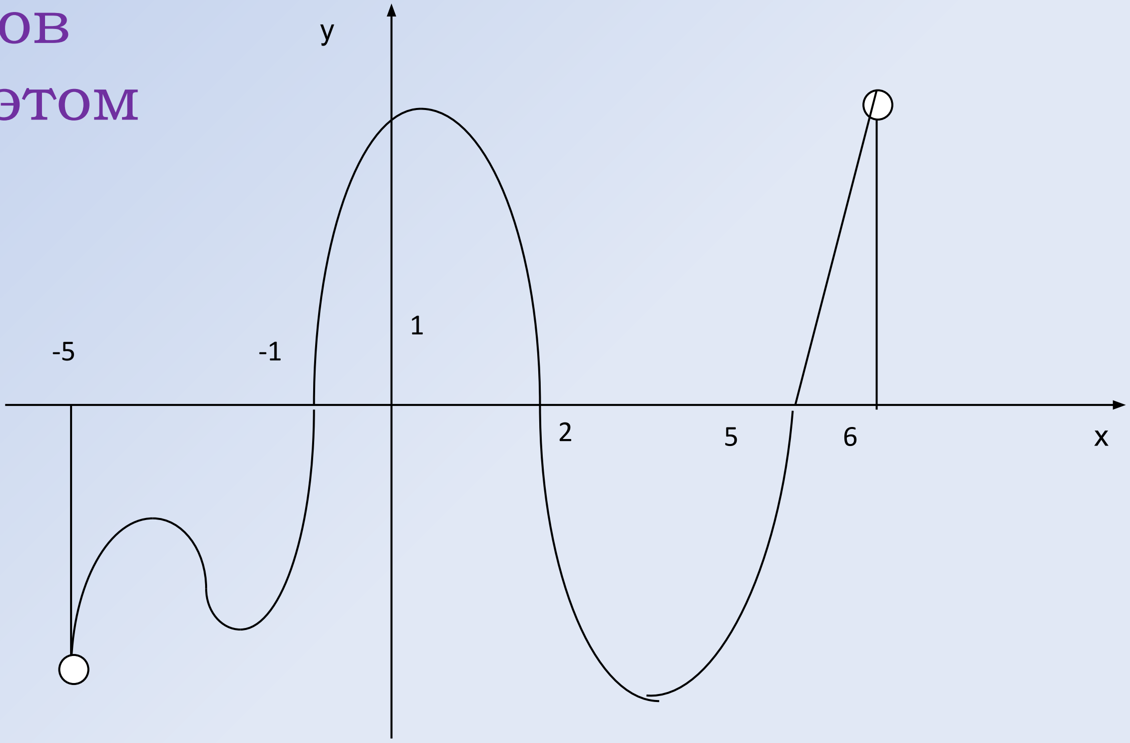
Устная работа

Задача2. На рисунке изображен график производной функции *y=f(x)* на промежутке (-5;6).

Сколько экстремумов имеет функция на этом промежутке?

- 3
- 4
- 6
- 1

Правильный ответ



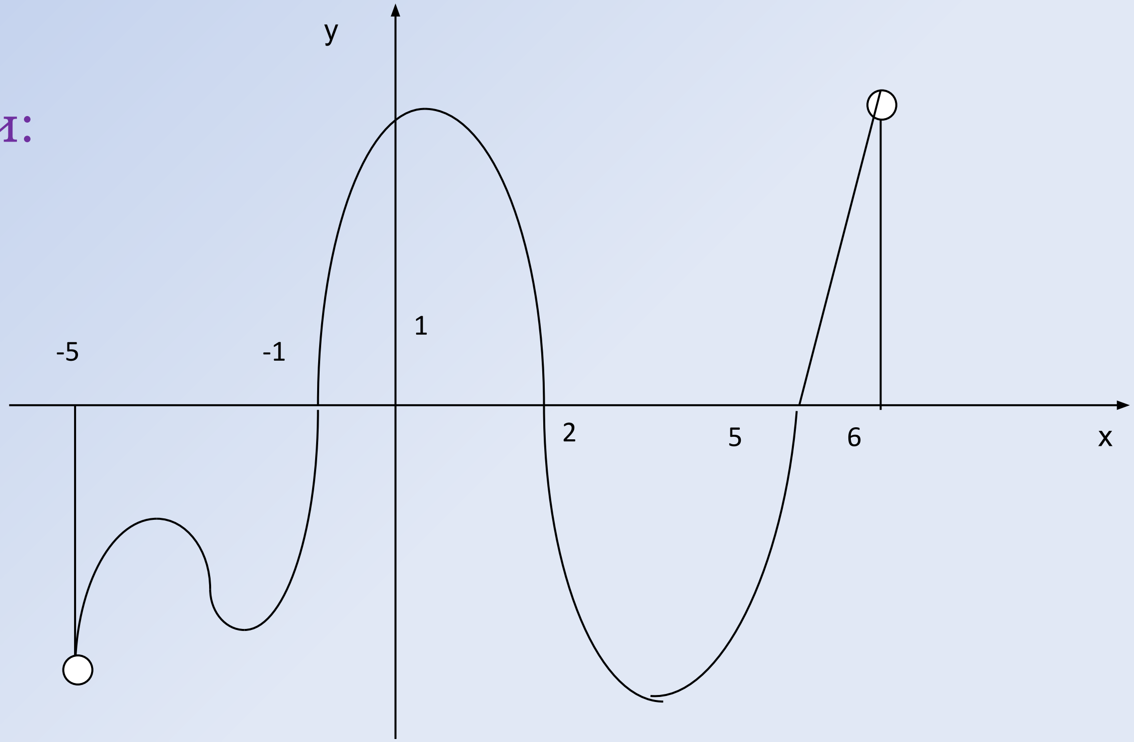
Правильный ответ

3

Устная работа

Задача2. На рисунке изображен график производной функции *y=f(x)* на промежутке (-5;6).

-назвать промежутки возрастания функции:



- [-1;2] и [5;6)
- [3;6) и [-2;1]
- (-5;-4]

Правильный ответ

Правильный ответ

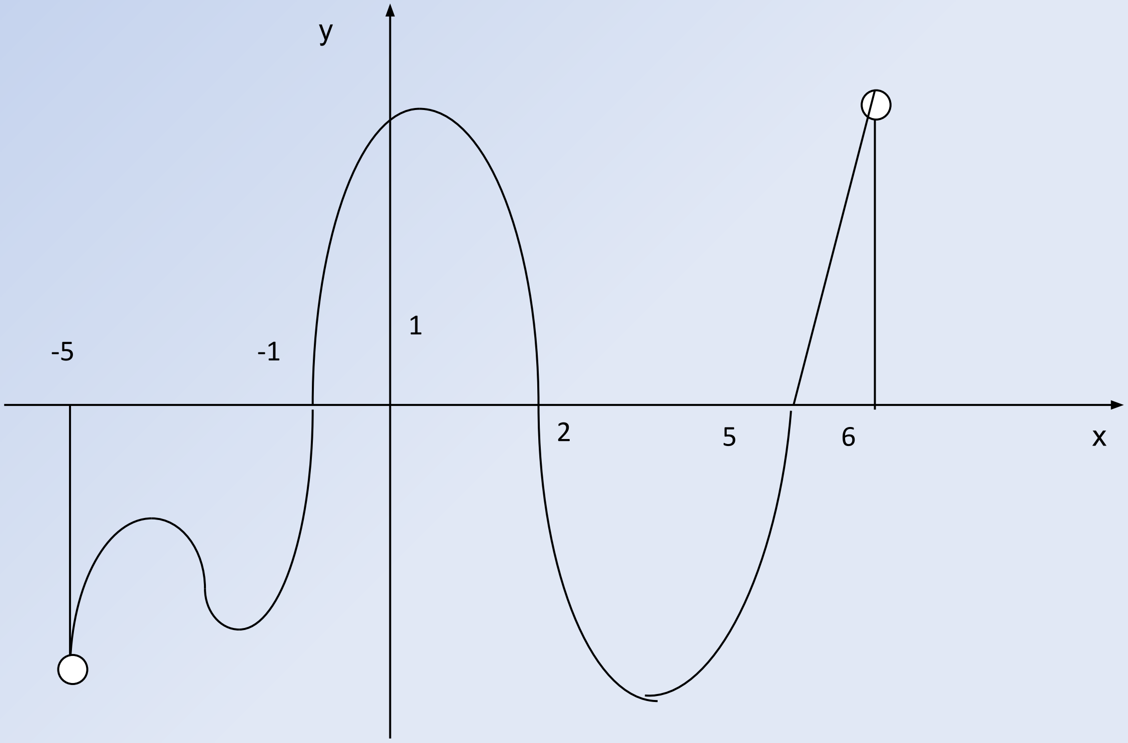
[-1;2] и [5;6)

Устная работа

На рисунке изображен график производной функции *y=f(x)* на промежутке (-5;6).

Назвать промежутки убывания функции:

- [-1;2] и [5;6)
- [3;6) и [-2;1]
- (-5;-1] и [2;5]



Правильный ответ

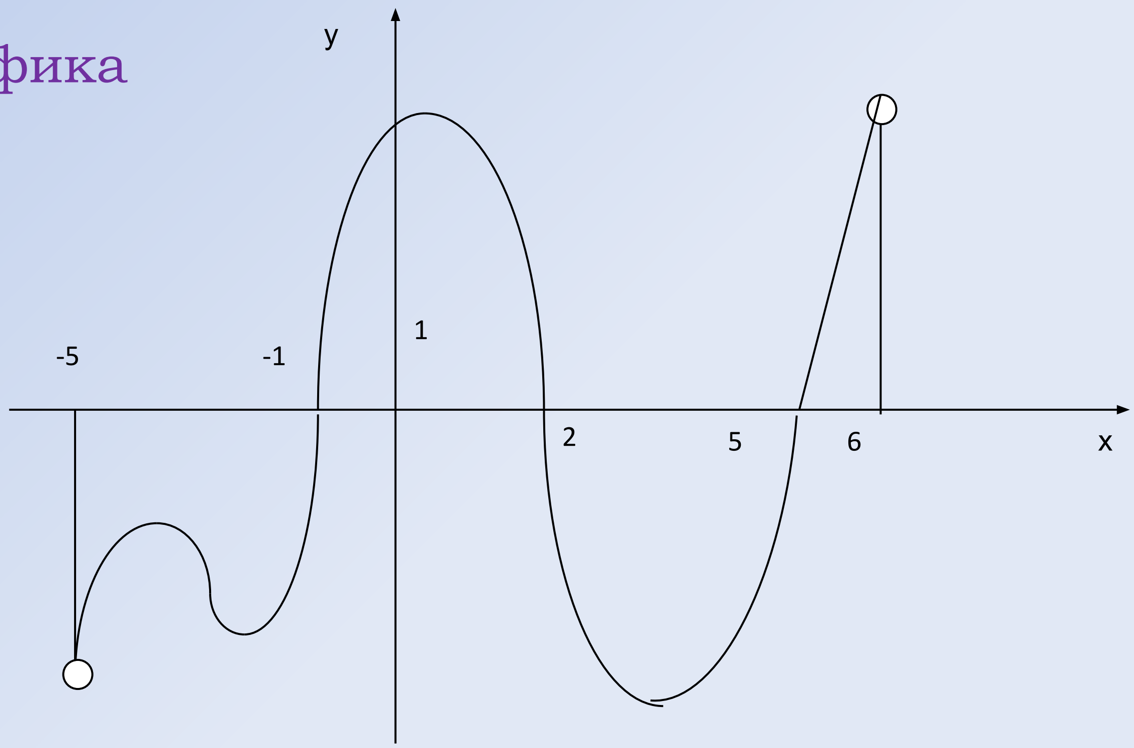
Правильный ответ

(-5;-1] и [2;5]

Устная работа

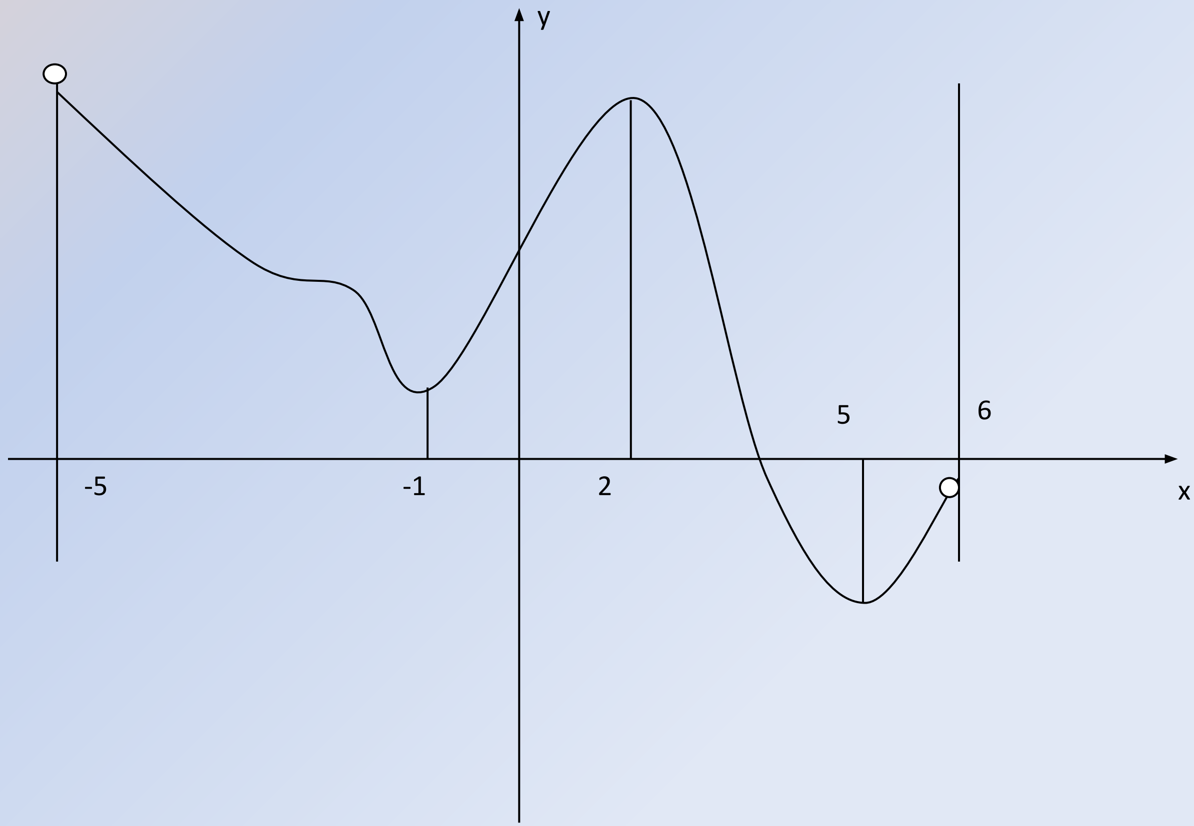
Задача 2. На рисунке изображен график производной функции *y=f(x)* на промежутке (-5;6).

-построить эскиз графика функции:



Проверь себя

Эскиз графика функции y=f(x)



Устная работа

Задача3. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$y = \frac{x^3}{x^2+9}$$

Проверь себя

Ответ

$x=2$ – вертикальная асимптота

$y=x$ – наклонная асимптота

Самостоятельная работа учащихся

Класс делится на 3 группы. Каждая группа учащихся получает задание на карточке.

Первая группа – задание базового уровня.

Вторая группа – задание основного уровня.

Третья группа – задание продвинутого уровня.

Задание: Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график.

Исследовав функцию с помощью производной и построив ее график на листе бумаги, учащиеся сканируют свою работу и сохраняют ее на Smart – доске.

Осуществляют самопроверку с помощью программы MathCAD.

Уровни

Уровни

базовый уровень

основной уровень

продвинутый уровень

Задание группе 1

Базовый уровень:

Исследовать функцию и построить ее график

$$y = x^4 - 8x^2$$

Назад Справка Проверь себя

Задание группе 2

Основной уровень:

Исследовать функцию и построить ее график

$$y = 3x^5 - 5x^3$$

[Назад](#) [Справка](#) [Проверь себя](#)

Задание группе 3

Продвинутый уровень:

Исследовать функцию и построить ее график

$$y = x + \frac{4}{x}$$

Назад Справка Проверь себя

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

Назад

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

Назад

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

Назад

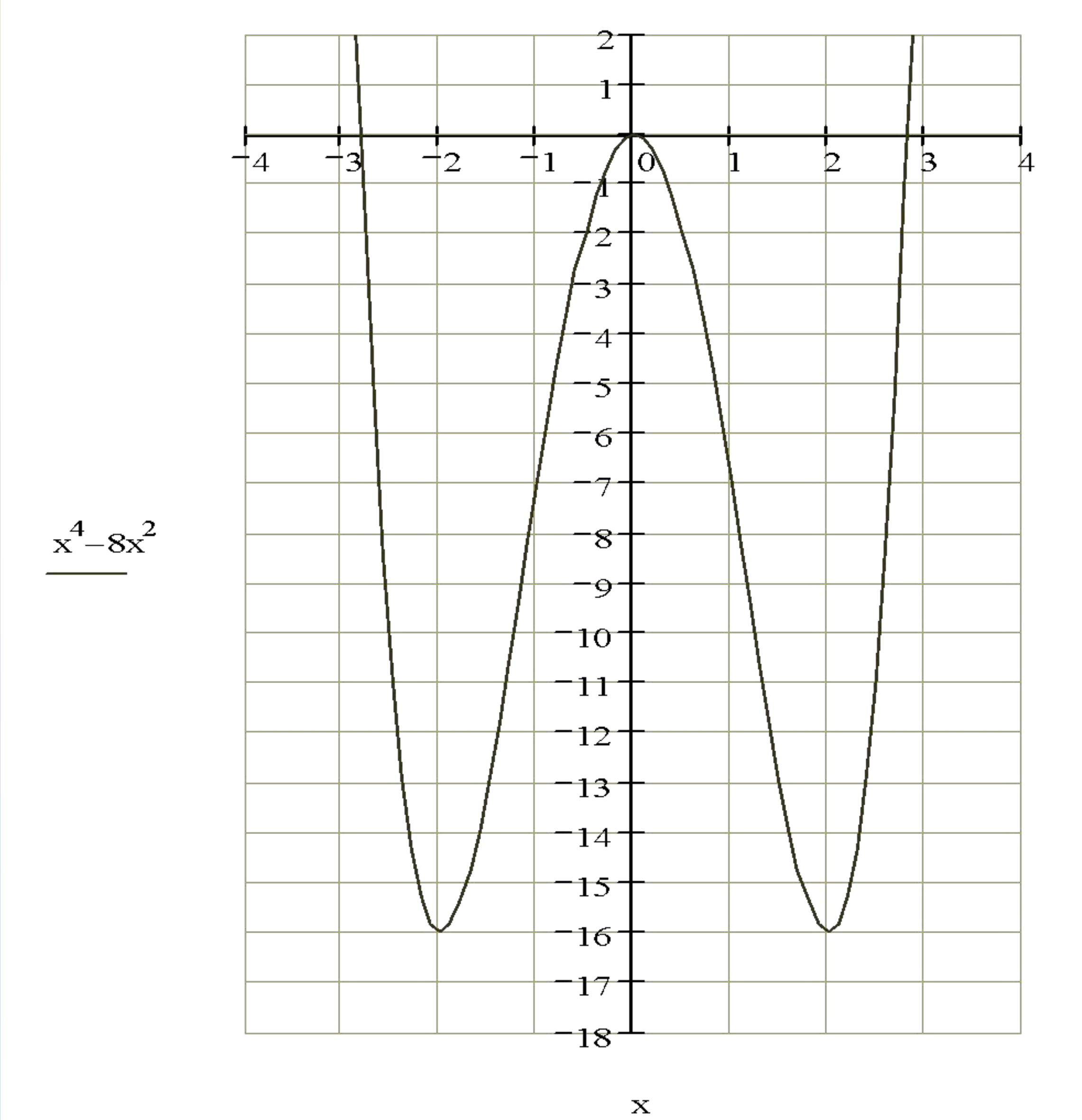
Проверь себя

Замечаем, что функция четная и ее график симметричен оси ОУ, достаточно исследовать ее на интервале от 0 до $+\infty$.

Данные исследования заносим в таблицу:

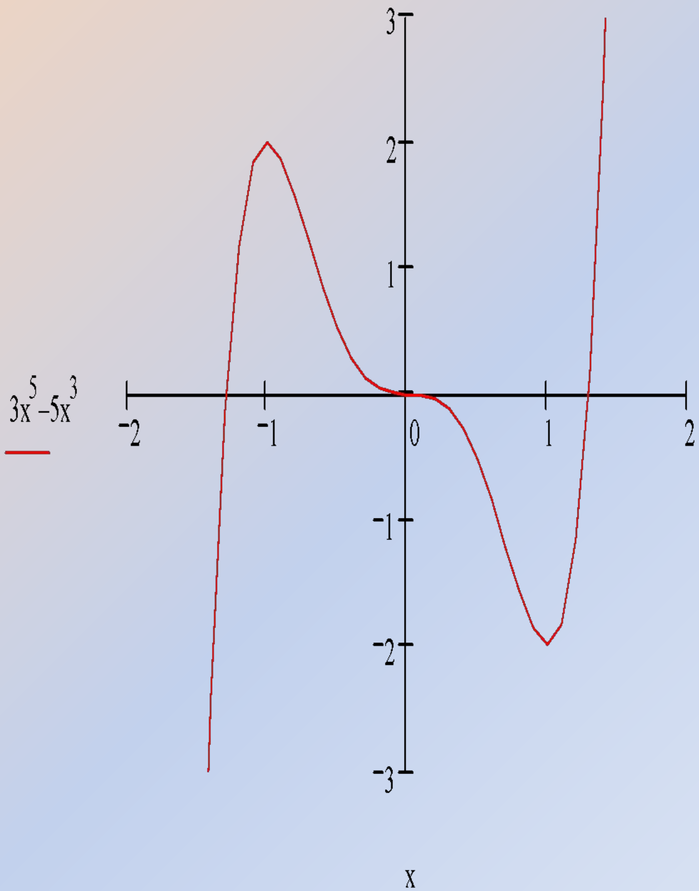
x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	убывает	-16	возрастает	0	убывает	-16	возрастает

График



Посмотрите в Посмотрите в MathCADПосмотрите в MathCAD(е).

$$y = 3x^5 - 5x^3$$



Дополнительное задание:

Ответить, используя график, на вопросы:

1. Сколько критических точек имеет функция ?
2. Чему равна точка минимума ?
3. Чему равен минимум функции ?
4. Чему равна точка максимума ?
5. Чему равен максимум функции ?
6. При каком наименьшем натуральном значении а уравнение f(x)=a имеет одно решение ?
7. При каком наибольшем целом значении а это уравнение имеет 3 решения ?
8. При каких значениях а уравнение имеет 2 решения ?
9. Есть ли значения а, при которых уравнение не имеет корней ?

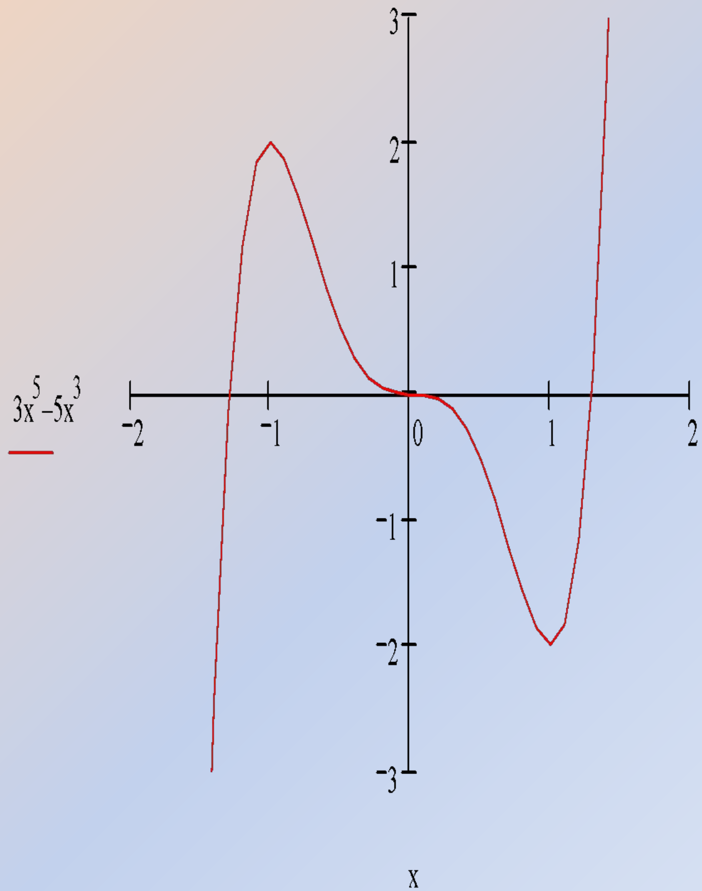
Посмотрите в

Посмотрите в

MathCADПосмот

Ответы:

$$y = 3x^5 - 5x^3$$



Дополнительное задание:

Ответить, используя график, на вопросы:

1. Сколько критических точек имеет функция ? (3)

2. Чему равна точка минимума ? (1)

3. Чему равен минимум функции ? (- 2)

4. Чему равна точка максимума ? (- 1)

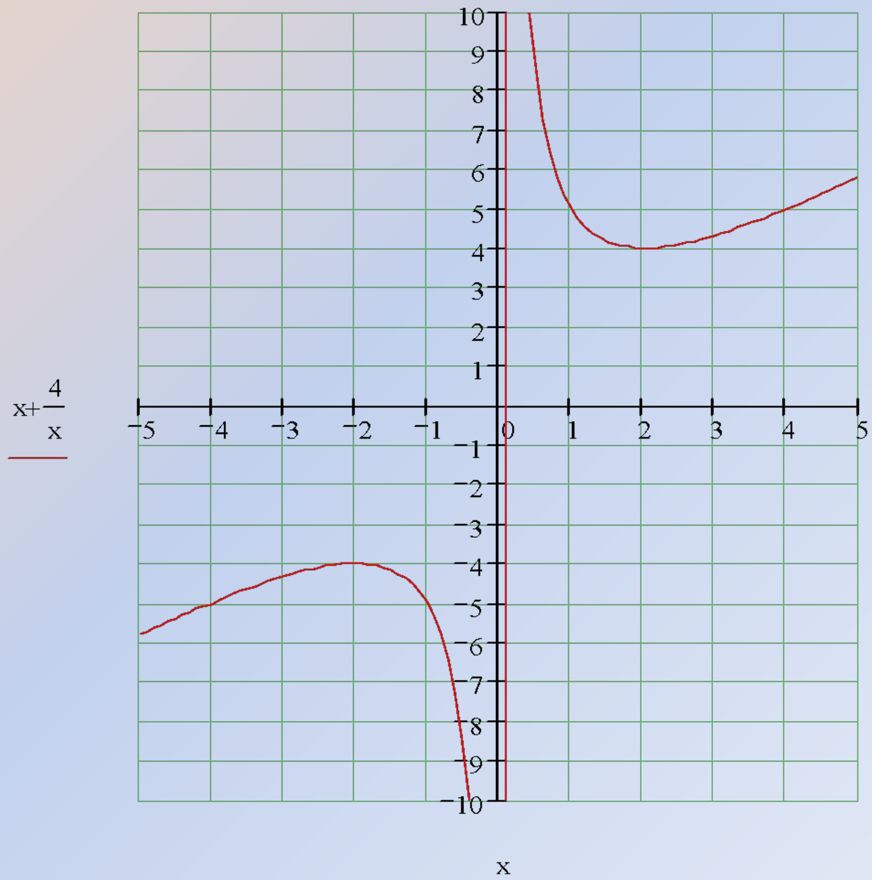
5. Чему равен максимум функции ? (2)

*6. При каком наименьшем натуральном значении **а** уравнение f(x)=a имеет одно решение ? (а = 3)*

*7. При каком наибольшем целом значении **а** это уравнение имеет 3 решения ? (а = 1)*

*8. При каких значениях **а** уравнение имеет 2 решения ? (- 2 и 2)*

*9. Есть ли значения **а**, при которых уравнение не имеет корней ? (нет)*



Посмотрите в
Посмотрите в MathCADПосмотрите в MathCAD(е).

Дополнительное задание:

Ответить по графику на вопрос:
«Сколько решений имеет уравнение y = a в зависимости от параметра **a** ?»

Ответ

Ответ:

Если $a = \pm 4$, то одно решение.

Если $|a| > 4$, то два решения.

Если $-4<a<4$, то нет решений.

Обобщение

- Графики функций можно строить «по точкам».

Однако при таком способе построения можно пропустить важные особенности графика.

- Можно строить график функции с помощью преобразований:
  - сдвига прямой на **а** единиц;
  - растяжения прямой от точки О с коэффициентом k;
  - центральной симметрии относительно точки О;
  - симметрии относительно оси абсцисс и оси ординат.

- А можно строить график методом исследования функции с помощью производной.

[Ход урока](#) [Далее](#)

Итог

Методы математического анализа позволяют строить достаточно точный график заданной функции, если только удается хорошо изучить свойства этой функции.

Вот что сказал Декарт по поводу методов:

«Под методом же я разумею точные и простые правила, строгое соблюдение которых всегда препятствует принятию ложного за истинное, и без излишней траты умственных силах, но постепенно и непрерывно увеличивая знания, способствует тому, что ум достигает истинного познания всего, что доступно.»

Далее

Историческая справка

Математика развивалась стремительно, но без понятия производной многие исследования не имели смысла.

В 1679 году Пьер Ферма находил экстремумы функции, касательные, наибольшие и наименьшие значения функций. Но в своих записях он использовал сложнейшую символику Виета, и поэтому эти исследования не привели к созданию теории интегральных и дифференциальных исчислений.

В 1736 году Исаак Ньютон получил теорию интегральных и дифференциальных исчислений методом флюксий (производных). Но вся теория была осмыслена с точки зрения физики. Математики хотели строгих логических обоснований.

Современник Ньютона Лейбниц предложил новый подход к математическому анализу. Он ввёл обозначения дифференциала, интеграла, функции, такие понятия как ордината, абсцисса, координата. Но в его теории было много “тёмных мест”.

И вот в 18 веке величайший математик Леонард Эйлер создал теорию дифференциальных и интегральных исчислений, и в таком виде она изучается и по сей день.

[Ход урока](#) [Далее](#)

Рефлексия

Ответив на вопросы, оцените свои умения.

Исследуя функцию с помощью производной, я научился находить :

- ✔ Область определения функции;
- ✔ Определять четность функции;
- ✔ Критические точки и выделять из них точки экстремума;
- ✔ Промежутки монотонности функции;
- ✔ Точки перегиба;
- ✔ Промежутки выпуклости;
- ✔ Строить график функции