

ВоГУ

Лекция 27 (9)

Магнитное поле - 2

*Кузина Л.А.,
к.ф.-м.н.,
доцент*

2017 г.

План

1. Действие магнитного поля на движущиеся заряды и токи
 - 1.1. Сила Лоренца.
 - 1.1.1. Движение заряженной частицы в магнитном поле под действием силы Лоренца
 - 1.1.2. Ускорители заряженных частиц: линейный ускоритель; циклический ускоритель
 - 1.1.3. Магнетизм – релятивистский эффект
 - 1.2. Сила Ампера. Взаимодействие параллельных токов
2. Рамка с током в магнитном поле
 - 2.1. Рамка с током в однородном магнитном поле. Работа по повороту рамки. Энергия рамки
 - 2.2. Рамка с током в неоднородном магнитном поле
3. Эффект Холла
4. Поток вектора магнитной индукции
5. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля
6. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Действие магнитного поля для движущиеся заряды и токи

Сила Лоренца

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha$$

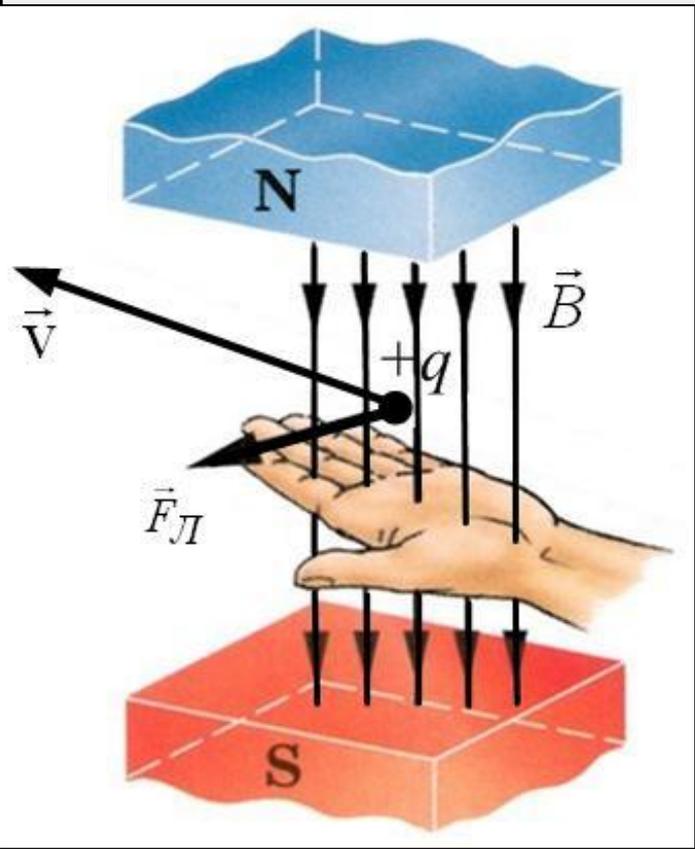
$$\vec{F}_{\text{Л}} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

⇓

$$\vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{B} \qquad \vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{v}$$

Сила Лоренца не совершает работы

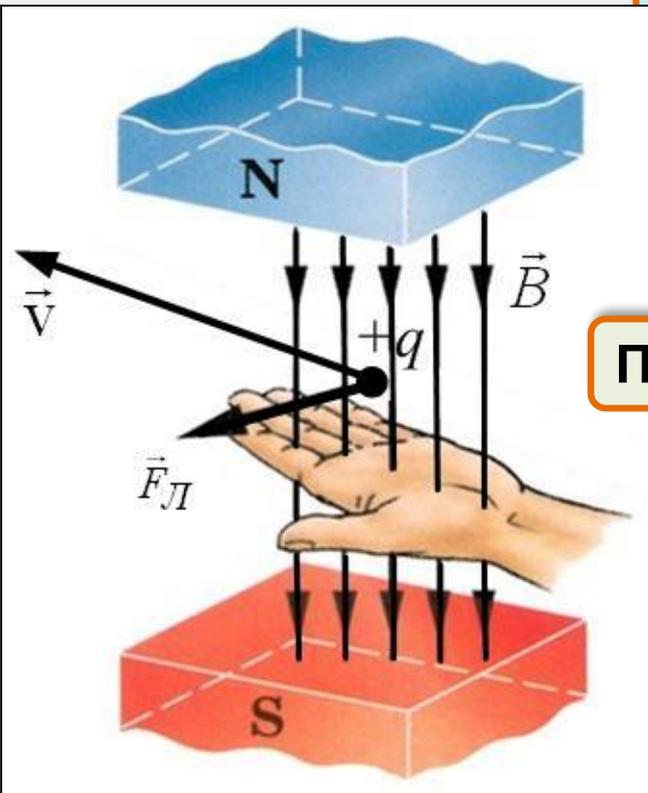
$$dA = \vec{F}_{\text{Л}} \cdot d\vec{S} = \vec{F}_{\text{Л}} \cdot \vec{v} \cdot dt = 0$$



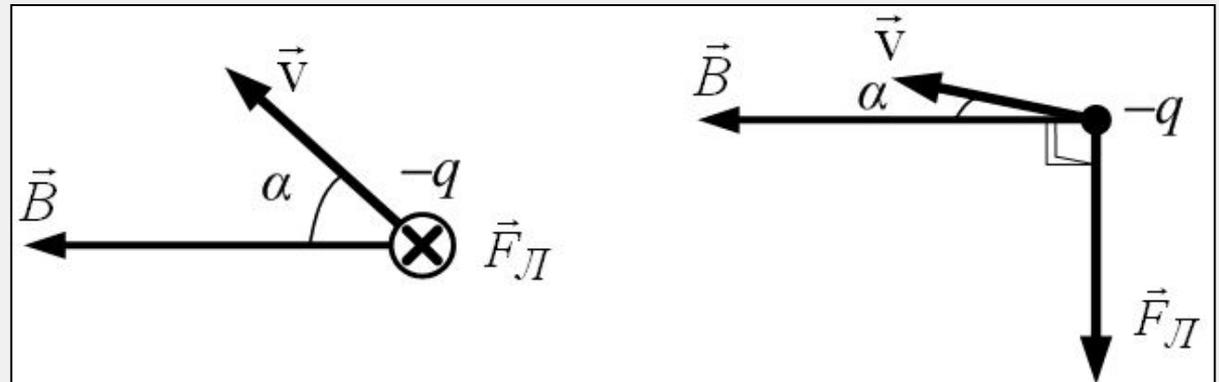
Сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q [\vec{v} \times \vec{B}]$$

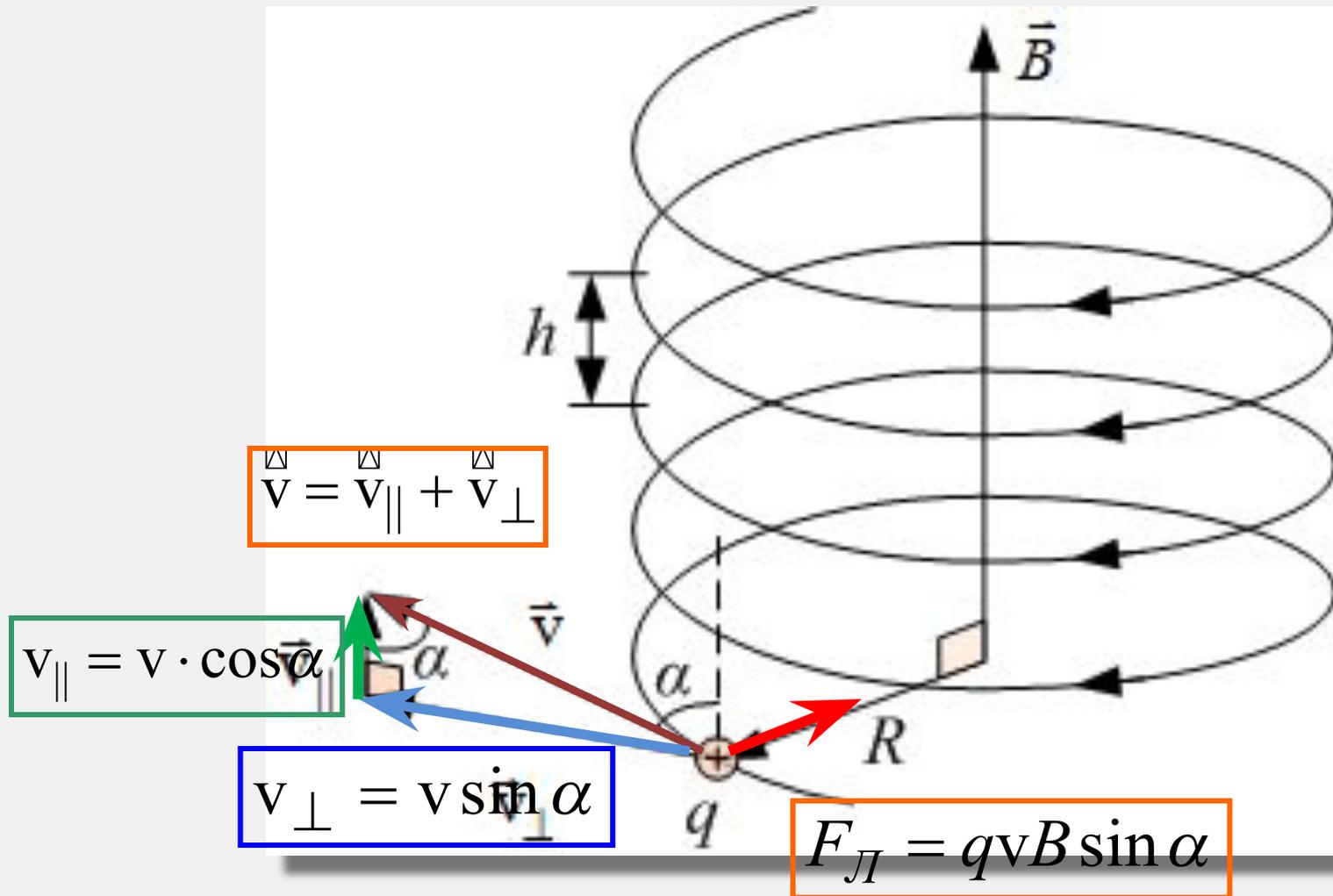
Правило левой руки



Если заряд отрицателен:



Движение заряженной частицы в магнитном поле под действием силы Лоренца



1. Вращение по

$$F_{Л.} = m \cdot a_{ц.с.}$$

окружности:

$$F_{Л} = qvB \sin \alpha = qv_{\perp} \cdot B$$

$$v_{\perp} = v \sin \alpha$$

$$q \cdot v_{\perp} \cdot B = m \frac{v_{\perp}^2}{R}$$

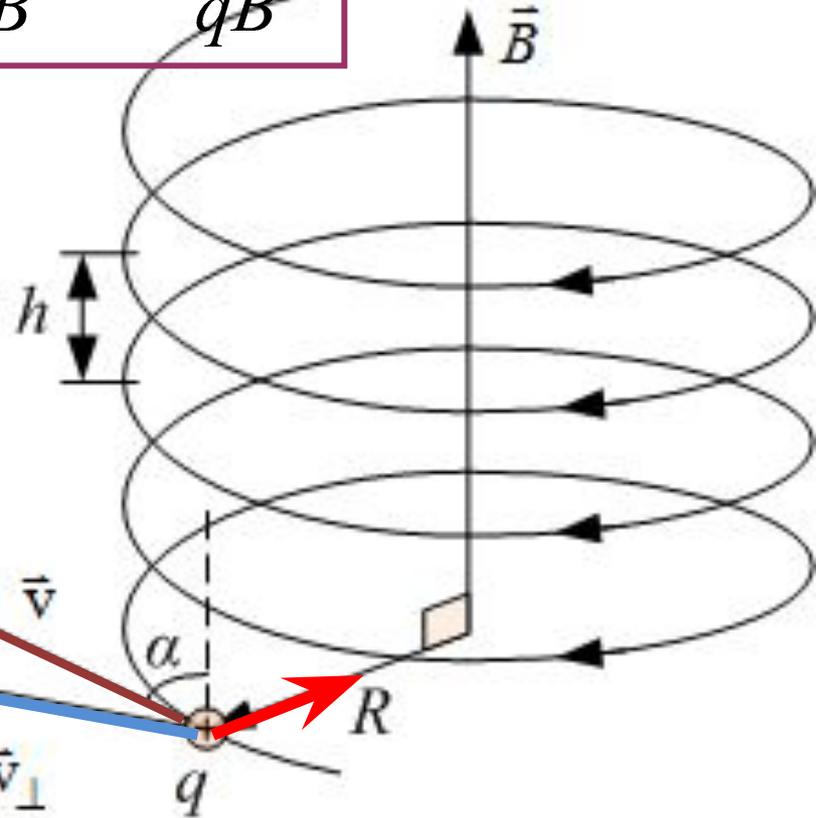
$$R = \frac{m \cdot v_{\perp}}{q \cdot B}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{v_{\perp}} \cdot \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{2\pi \cdot m}{qB}$$

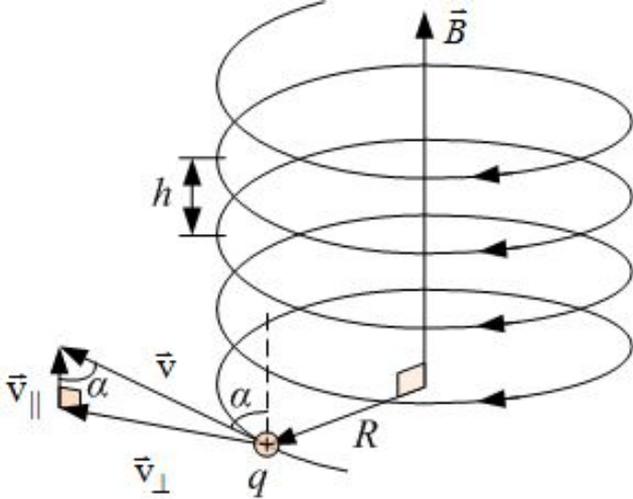
2. Равномерное поступательное движение вдоль линий поля

$$h = v_{\parallel} \cdot T = v_{\parallel} \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha$$



Движение заряженной частицы в магнитном поле



Релятивистская частица:

$$p = \frac{m v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$R = \frac{m \cdot v \sin \alpha}{q \cdot B \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$T = \frac{2\pi m}{q B \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$h = \frac{2\pi m \cdot v \cdot \cos \alpha}{q B \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Нерелятивистская частица:

$v \ll c$

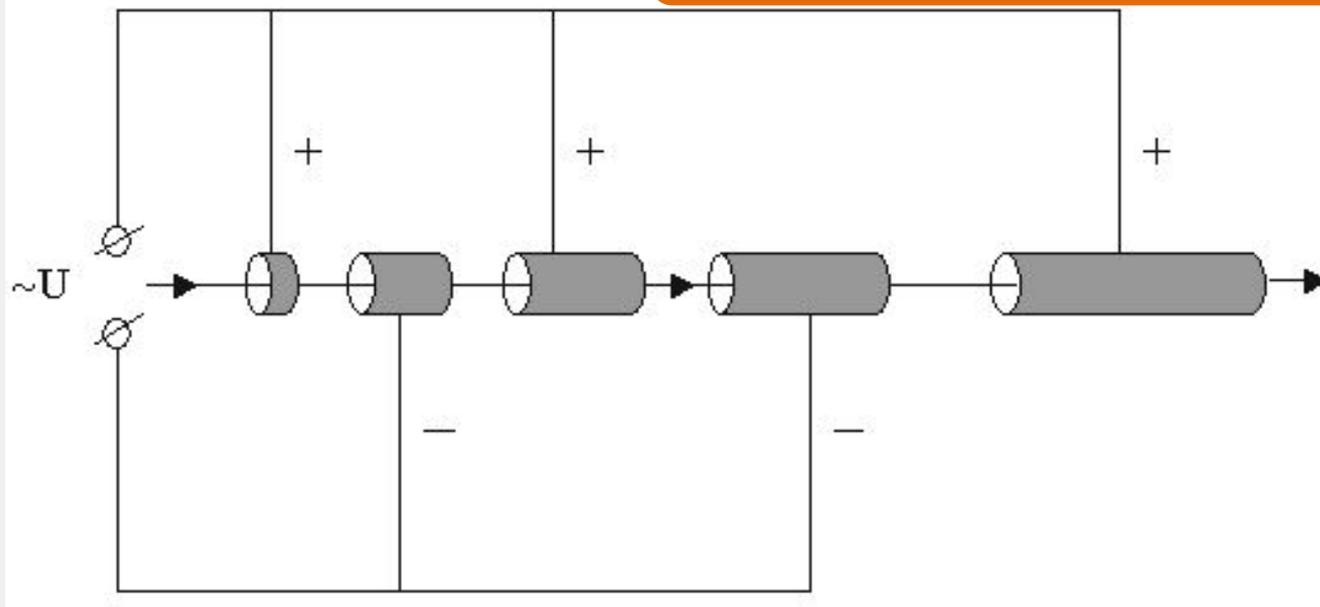
$$R = \frac{m \cdot v \sin \alpha}{q \cdot B}$$

$$T = \frac{2\pi m}{q B}$$

$$h = \frac{2\pi m}{q B} v \cdot \cos \alpha$$

Ускорители заряженных частиц

1. Линейный резонансный ускоритель



Частица пролетает сквозь ряд цилиндрических трубок, присоединенных к электрическому генератору высокой частоты. Частица подходит к очередному зазору в тот момент, когда полярность трубок изменяется на противоположную. После прохождения n ускоряющих промежутков частица приобретет кинетическую энергию $W=nqU$

Ускорители заряженных частиц

1. Линейный резонансный ускоритель



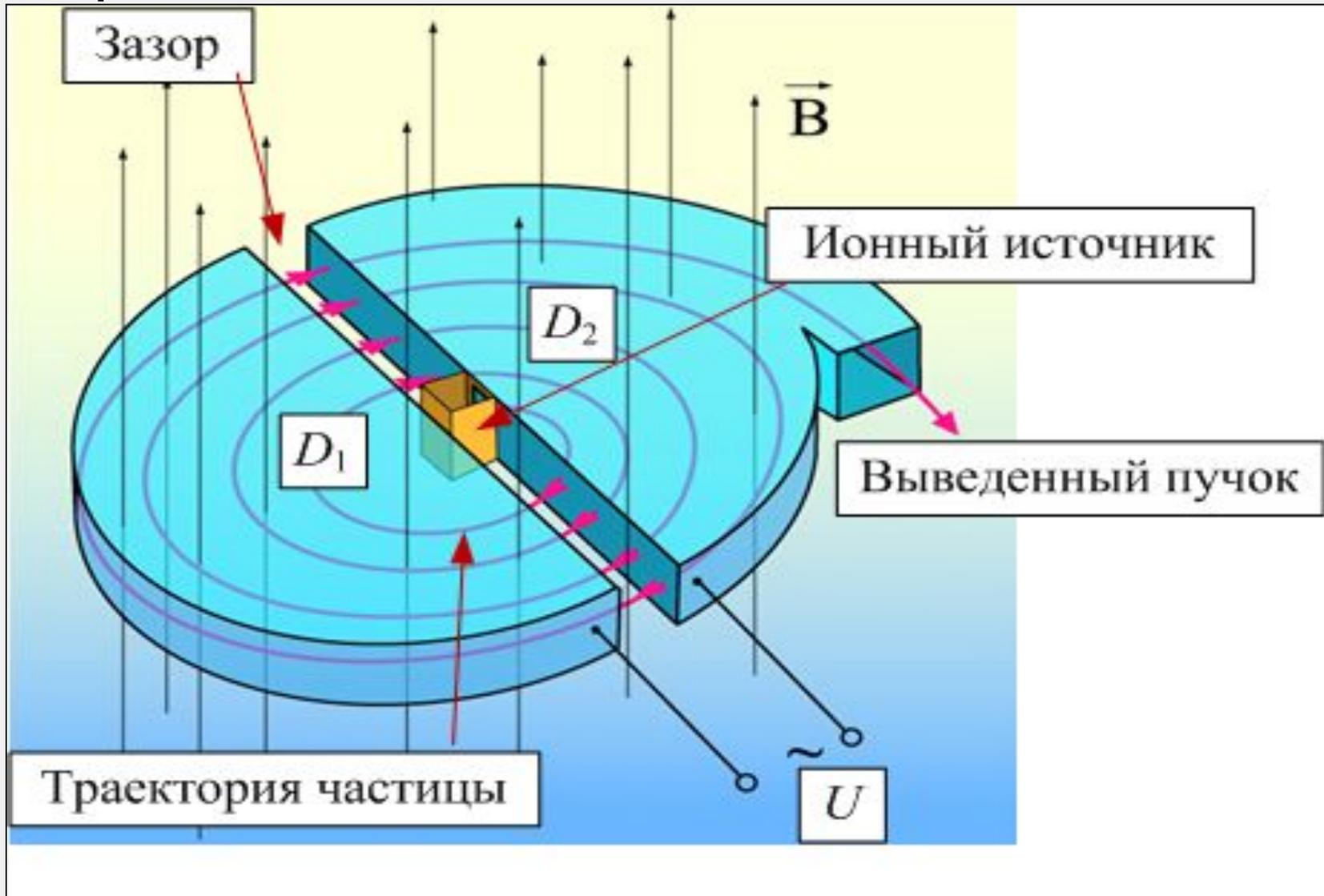
Наибольший линейный ускоритель был построен в Стэнфорде, США.

Длина около 3 км

Ускорял как электроны, так и позитроны до энергии 50 ГэВ

Ускорители заряженных частиц

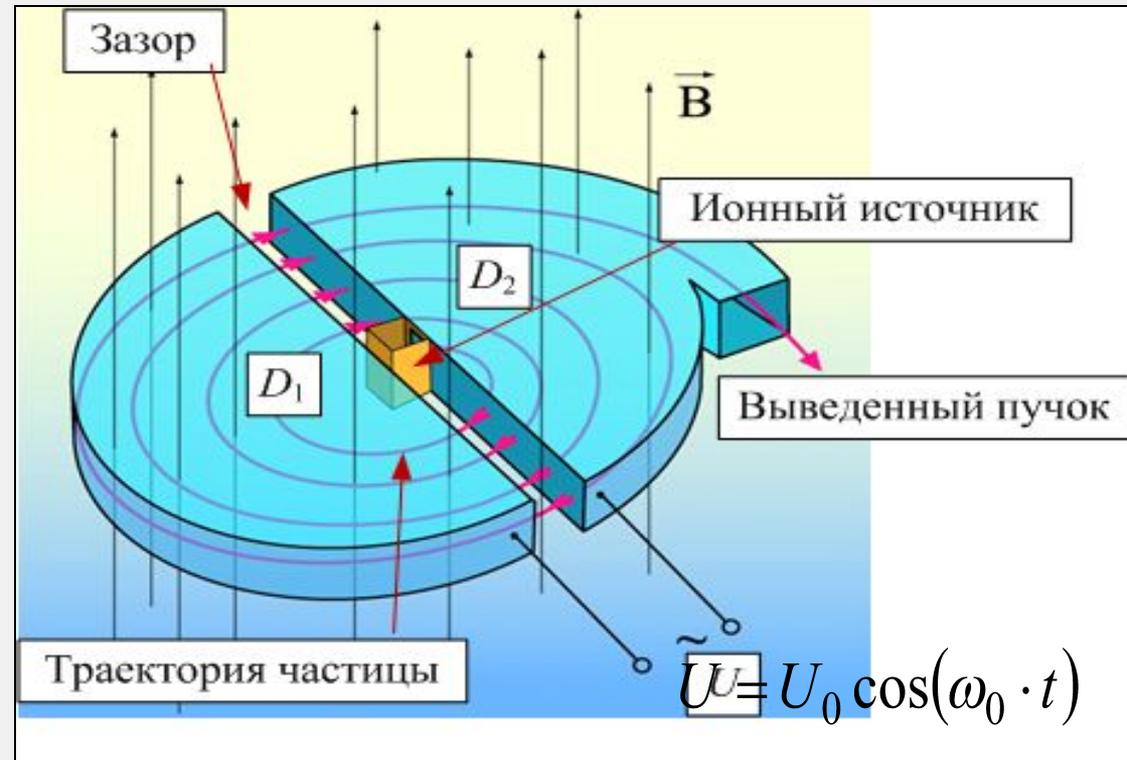
2. Циклотрон



2. Циклотрон

Условие синхронности
при $v \ll c$

$$\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$



При релятивистских скоростях период начинает зависеть от скорости

Для соблюдения условия синхронности меняют либо **частоту** ω_0 (фазотрон),
либо **индукцию** B магнитного поля (синхротрон),
либо то и другое (синхрофазотрон)

Магнетизм – релятивистский эффект

Полная сила, действующая на заряженную частицу в электромагнитном поле, равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] + q\vec{E}$$

Это формула
Лоренца:

$$\vec{F}_m = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

– магнитная
составляющая

$$\vec{F}_э = q\vec{E}$$

– электрическая
составляющая

Поля – электрическое и магнитное – неразрывно связаны
Нет отдельно электрического поля, нет отдельно
магнитного поля

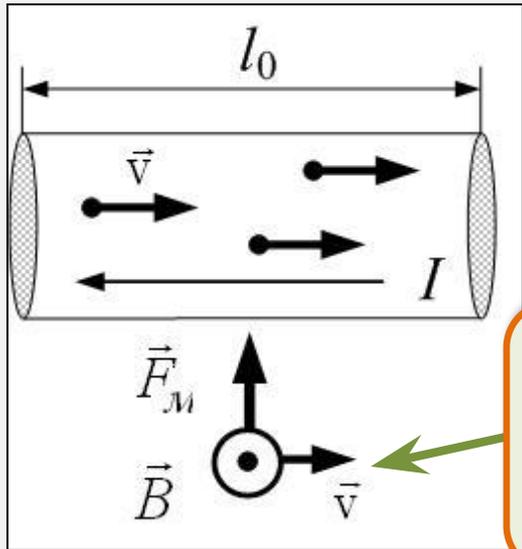
Есть единое электромагнитное поле

Магнетизм – релятивистский эффект

э́ффект

Пример:

***K*-система отсчёта:**

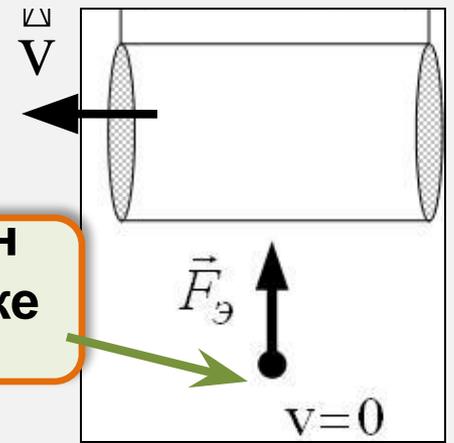


Электрон летит параллельно проводу

Действует магнитная составляющая силы Лоренца

***K'*-система отсчёта**

движется вместе с электроном



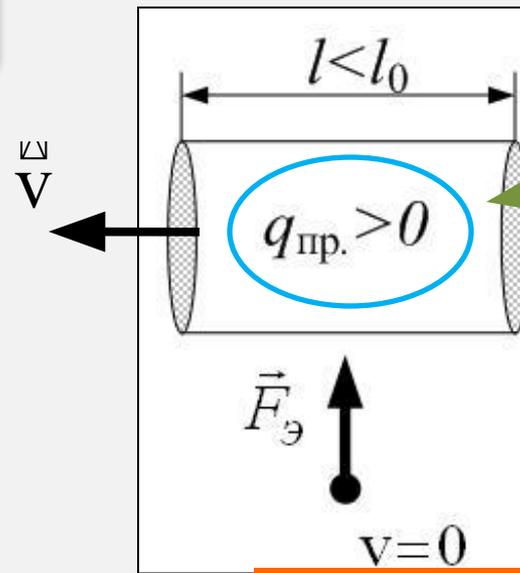
Электрон неподвижен

На неподвижный электрон сила Лоренца не действует

Сила не может исчезнуть, если мы перешли к другой системе отсчёта

Объяснение силы другое, но сила не исчезла

***K'*-система отсчёта**



Двигается провод

**Из-за релятивистского
сокращения
длины проводник стал короче:**

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < l_0$$

**Концентрация положительных ионов в проводнике
больше →**

проводник заряжен положительно

**Электрон притягивается к проводнику → действует
электрическая составляющая силы Лоренца $F_э$**

**Сила не исчезла, изменилось лишь наше её описание: в одной
системе отсчёта на электрон действовало магнитное поле
тока,
в другой – электрическое поле заряженного проводника**

Формулы преобразования векторов электромагнитного поля при переходе из системы отсчёта K в систему отсчёта K'

K -система отсчёта: \vec{E}, \vec{B}

K' -система отсчёта: \vec{E}', \vec{B}'

\vec{v} - скорость K' относительно K

$$E'_{\parallel} = E_{\parallel}$$

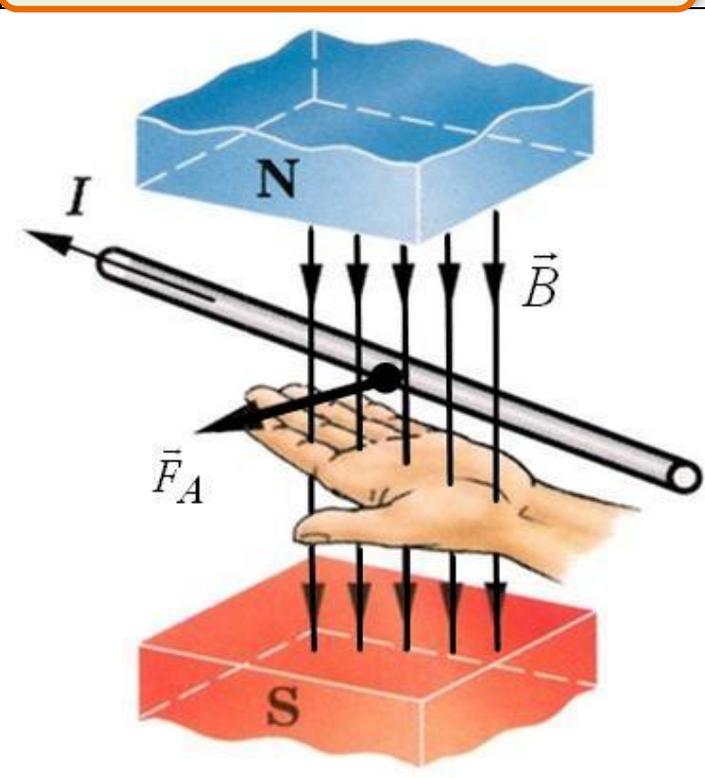
$$B'_{\parallel} = B_{\parallel}$$

$$E'_{\perp} = \frac{E_{\perp} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$B'_{\perp} = \frac{B_{\perp} - \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{E}]}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Сила Ампера

Правило левой руки:



$$d\vec{F}_A = I [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

$$dF_A = I \cdot dl \cdot B \sin \alpha$$

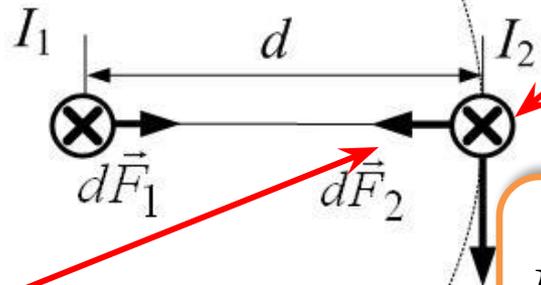
$I \cdot d\vec{l}$ - элемент тока

$$d\vec{F}_A \perp I \cdot d\vec{l}$$

$$d\vec{F}_A \perp \vec{B}$$

Для отрезка прямого провода в однородном поле: $\vec{F}_A = I [\vec{l} \times \vec{B}]$

Взаимодействие параллельных ТОКОВ



$$I \cdot dl_2$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d}$$

$$dF_2 = I_2 \cdot dl_2 \cdot B_1 \sin 90^\circ$$

$$\frac{dF_1}{dl_1} = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

$$dF_1 = -dF_2$$

$$dF_2 = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} dl_2$$

$$\frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

- сила, действующая на единицу
длины второго провода

В СИ единица силы тока - 1 ампер

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

1 А – это ток, который, протекая по двум параллельным проводникам, расположенным на расстоянии 1м друг от друга в вакууме, вызывает действие силы $F=2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ на каждый метр длины проводника

Расчёт магнитной постоянной

μ_0

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d}$$

$$\frac{2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}}{1 \text{ м}} = \frac{\mu_0 \cdot (1 \text{ м})^2}{2\pi \cdot 1 \text{ м}}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}$$

Размерность:

$$[\mu_0] = \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{А}^2} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{А}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{А}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Вб}}{\text{м} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}}{\text{м} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

Электродинамическая постоянная

$$\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} = \frac{1}{9 \cdot 10^{16}}$$

Размерность:

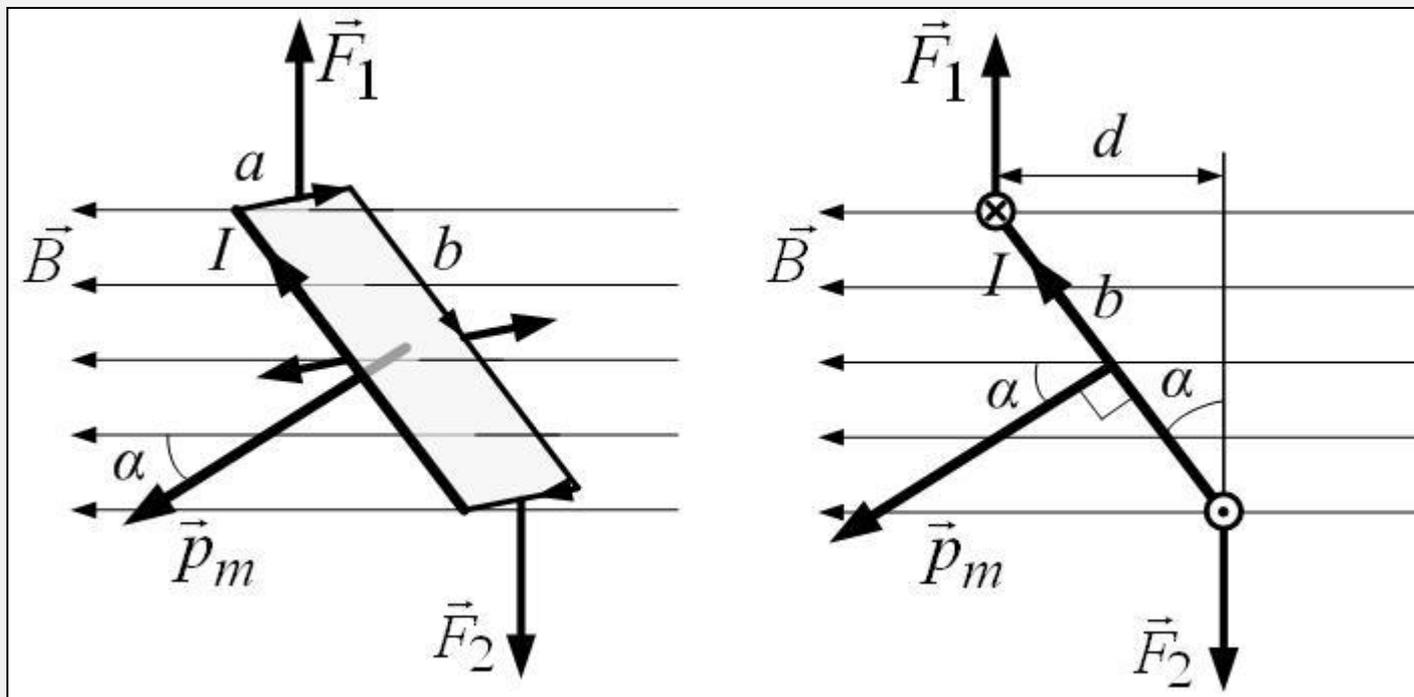
$$[\mu_0 \cdot \varepsilon_0] = \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{Ф}}{\text{м}} = \frac{\text{с}^2}{\text{м}^2}$$

$$\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = \frac{1}{\text{с}^2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}}$$

Рамка с током в однородном магнитном поле



$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \equiv F = I \cdot a \cdot B \cdot \sin 90^\circ$$

- пара сил

$$d = b \cdot \sin \alpha$$

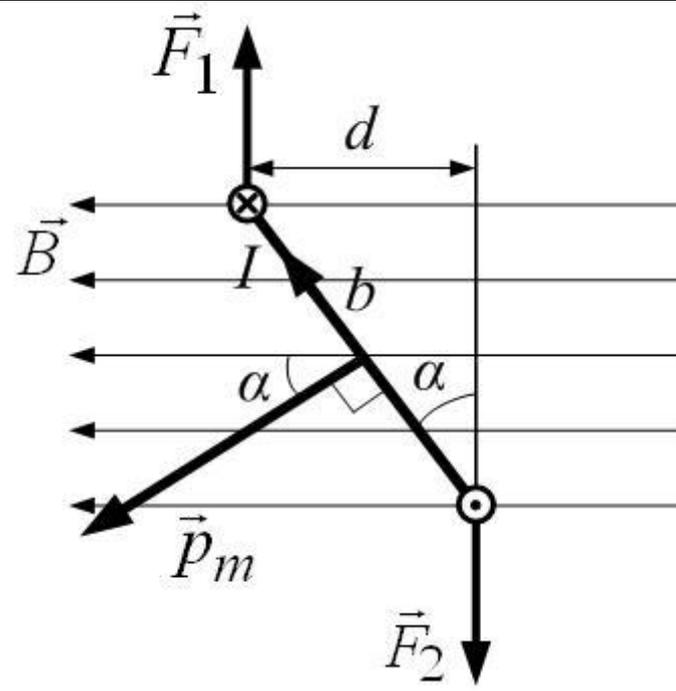
- плечо
пары

Момент пары сил: $M = F \cdot d = I \cdot (a \cdot b) B \cdot \sin \alpha = (I \cdot S) \cdot B \cdot \sin \alpha$

$$M = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Работа по повороту рамки с током в магнитном поле
Энергия рамки в магнитном поле



Работа внешних сил по повороту рамки на угол $\alpha > 0$: $dA = M \cdot d\alpha$

Работа идёт на увеличение энергии:

$$dA = dW$$

$$dW = M \cdot d\alpha$$

$$M = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha$$

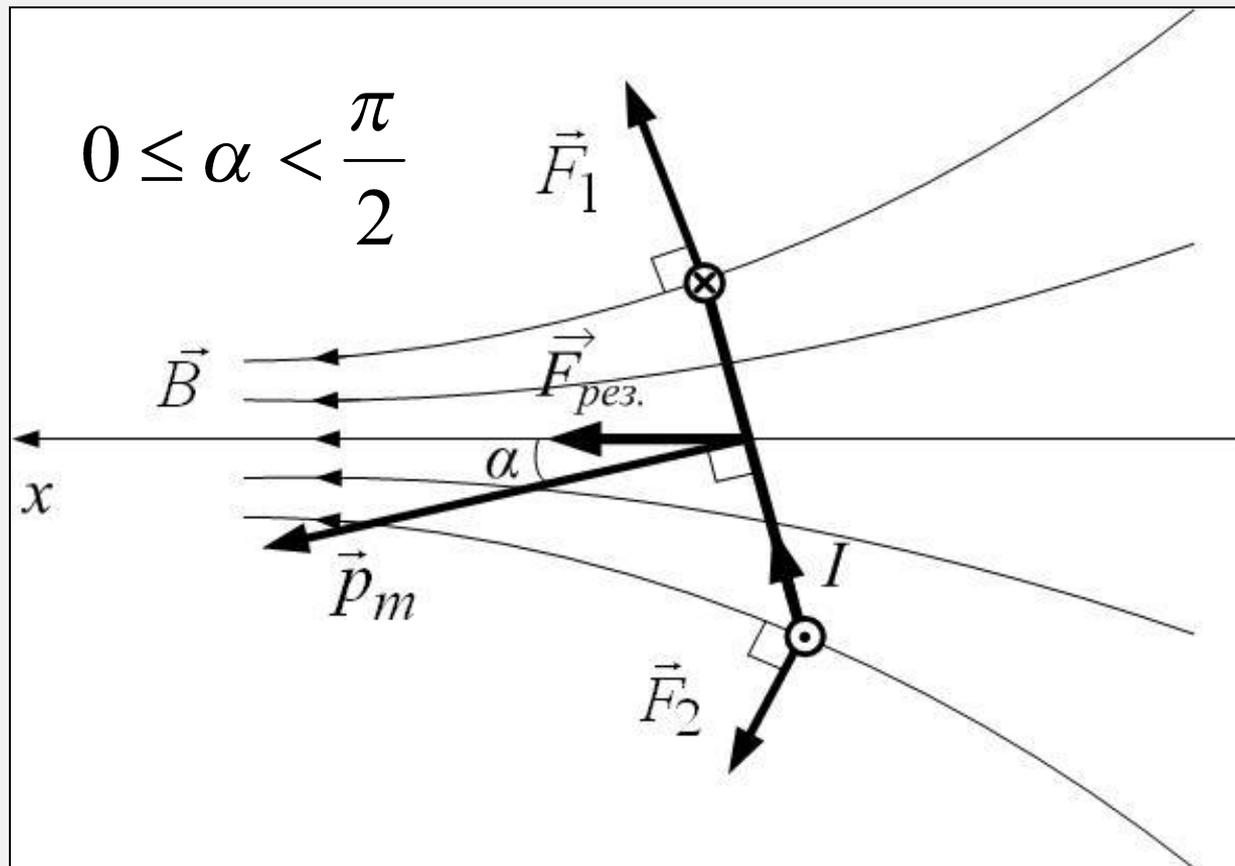
$$\frac{dW}{d\alpha} = M = p_m B \sin \alpha$$

$$W = -p_m B \cos \alpha$$

$$W = -\vec{p}_m \vec{B}$$

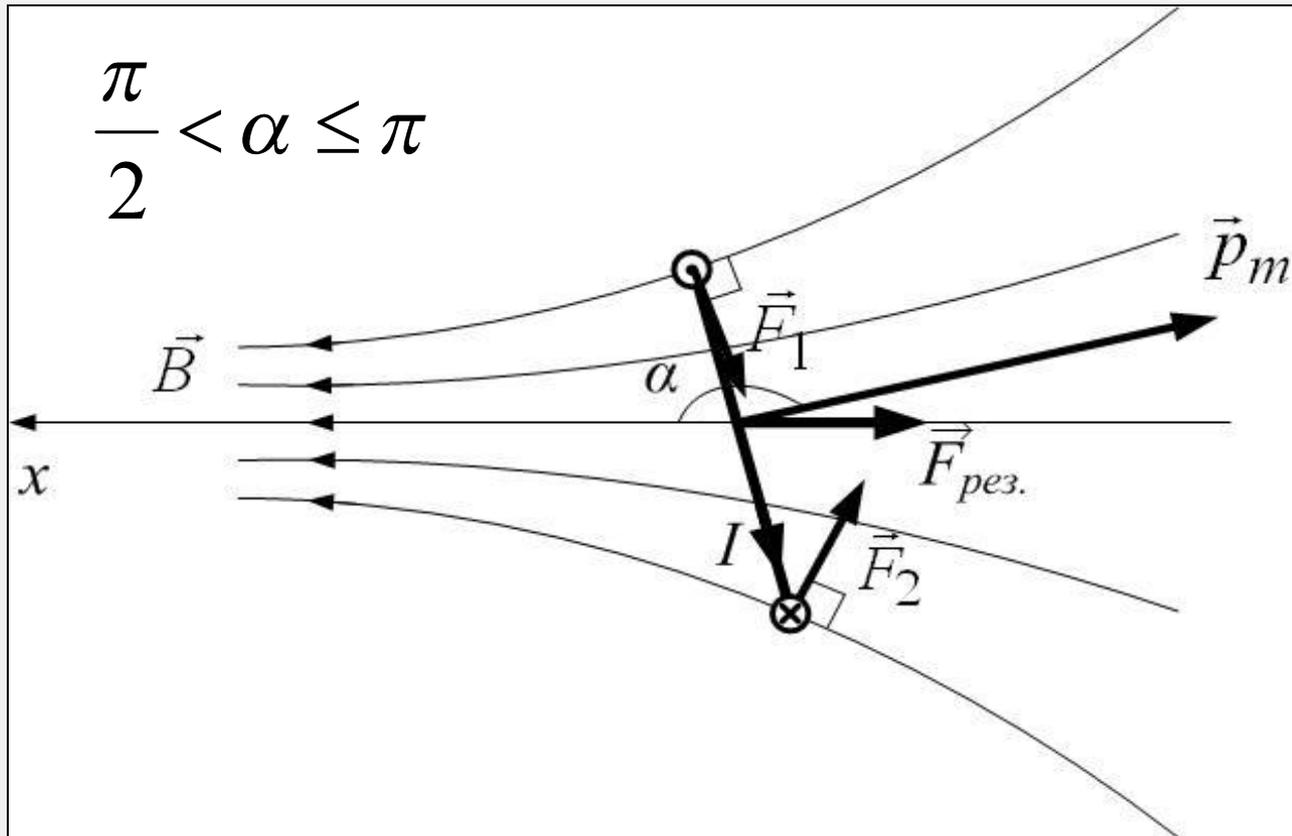
Это энергия рамки с током в магнитном поле

Рамка с током в неоднородном магнитном поле



Если угол α – острый, то магнитный момент
втягивается в
область сильного поля

Рамка с током в неоднородном магнитном поле



Если угол α – тупой, то магнитный момент выталкивается из области сильного поля

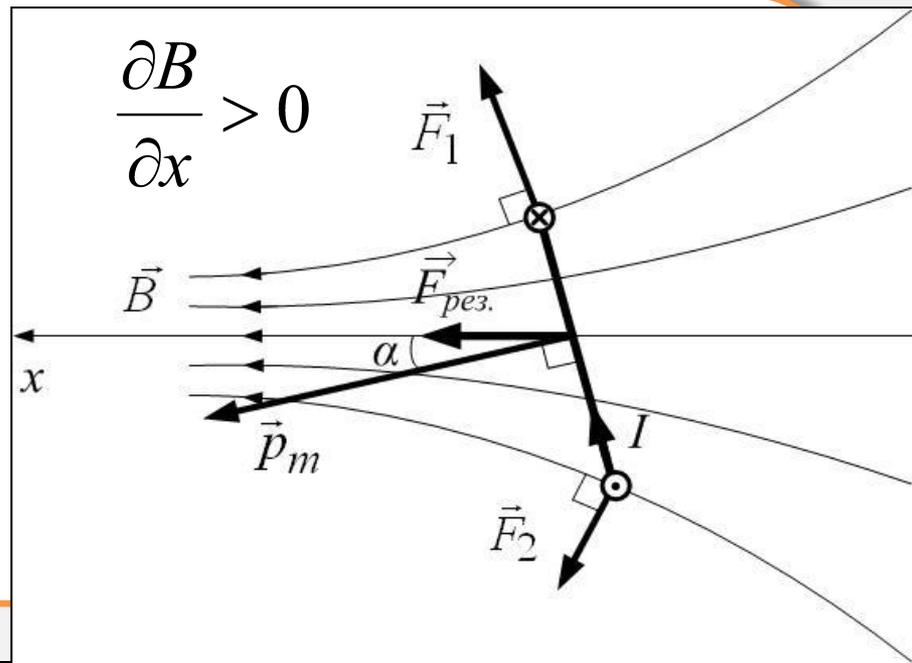
Сила, действующая на рамку с током в неоднородном магнитном поле

$$\vec{F} = -\text{grad}W_{\text{ПОТ.}}$$

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(p_m B \cos \alpha) = p_m \cos \alpha \frac{\partial B}{\partial x}$$

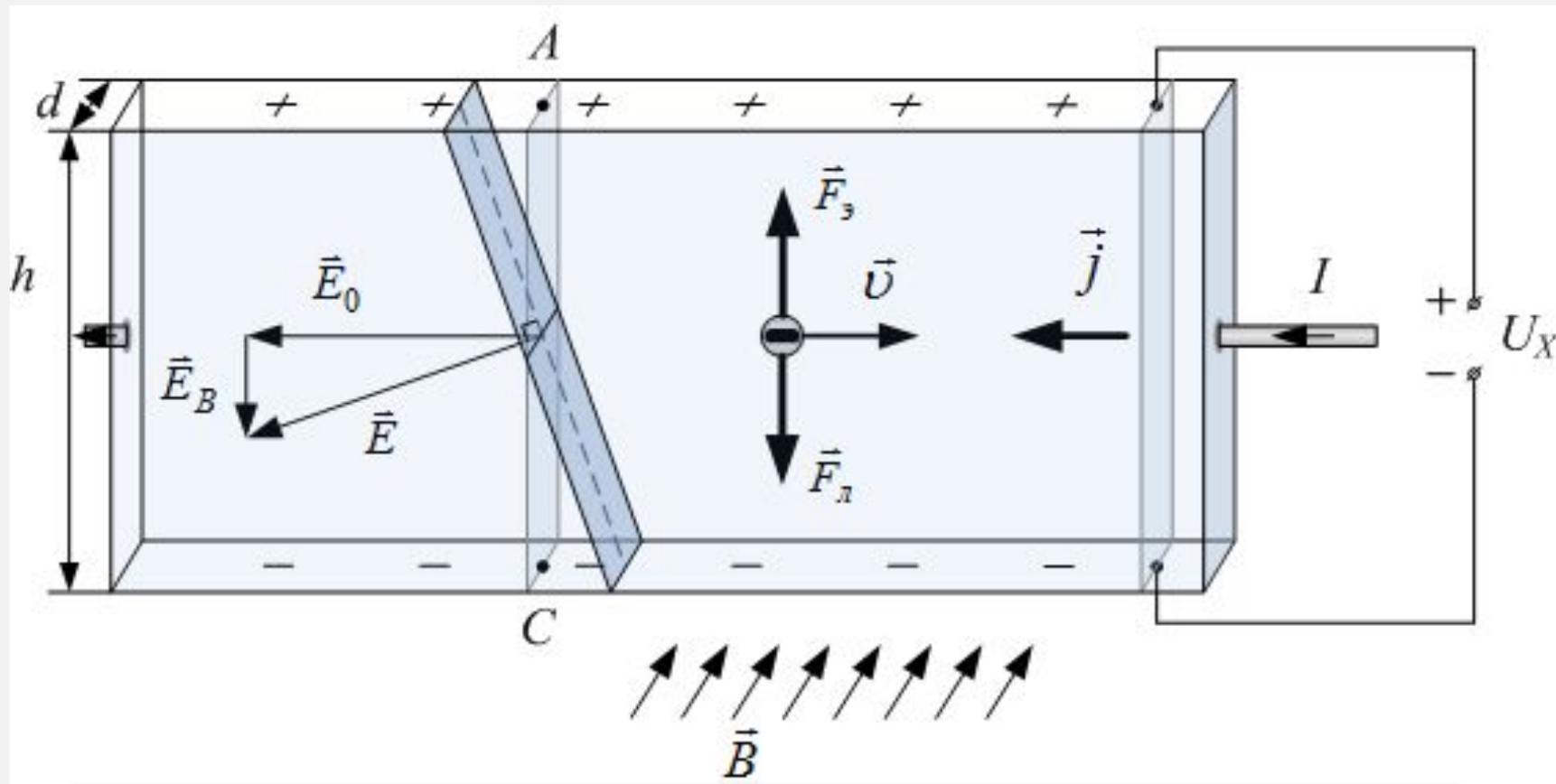
$$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \implies \cos \alpha > 0$$

$$F_x = p_m \cos \alpha \frac{\partial B}{\partial x} > 0$$



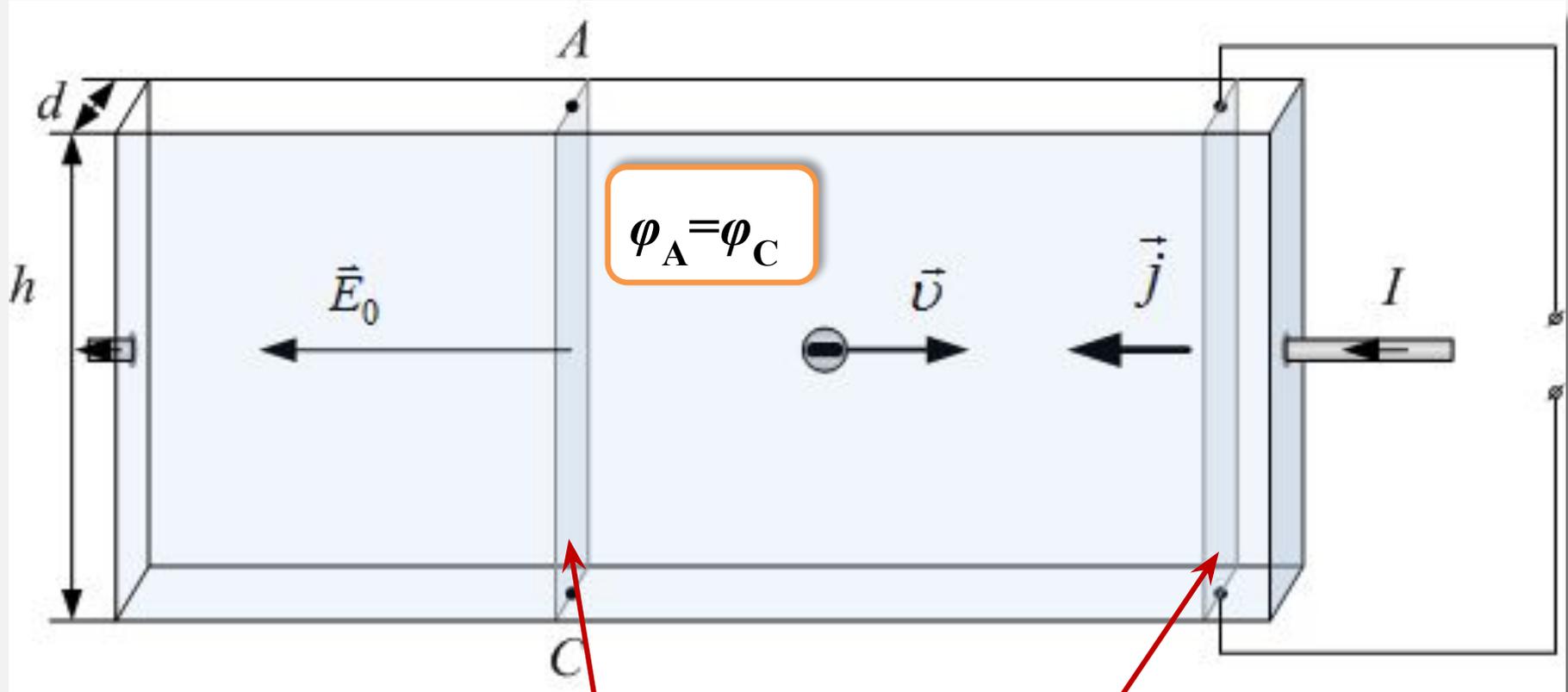
Эффект Холла

Если пластинку, по которой течет ток I , поместить в перпендикулярное току магнитное поле B , то между гранями пластинки, параллельными и полю B , и току I , возникает холловская разность потенциалов U_x



Объясняется действием силы Лоренца на движущиеся заряды

Магнитного поля нет



Эквипотенциальные
поверхности

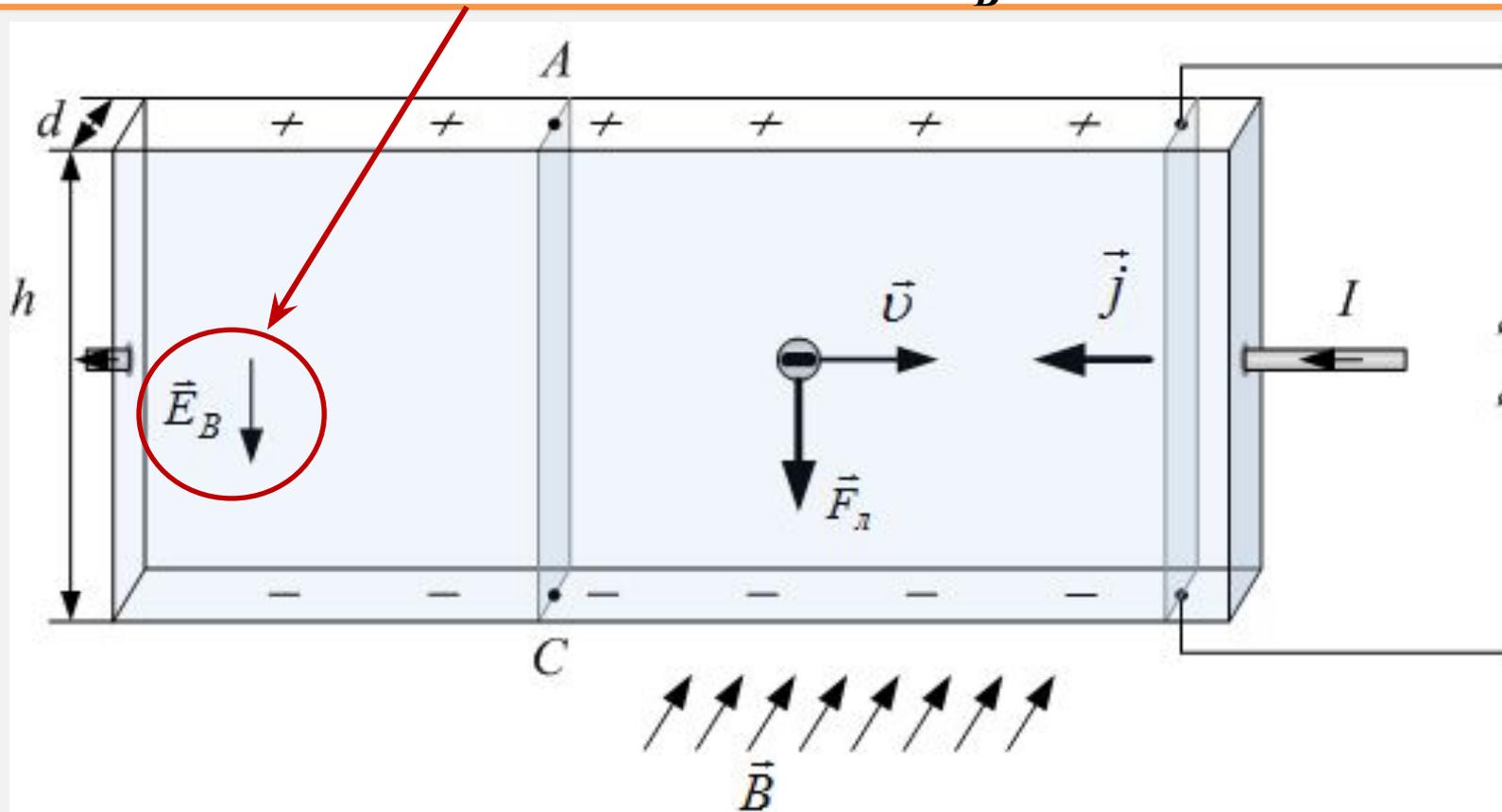
Включаем магнитное поле.

На движущиеся заряды действует сила

Лоренца:

$$F_L = qvB \sin \alpha = qvB$$

Сила Лоренца отклоняет отрицательные заряды вниз, горизонтальные грани заряжаются, возникает поперечное дополнительное электрическое поле E_B



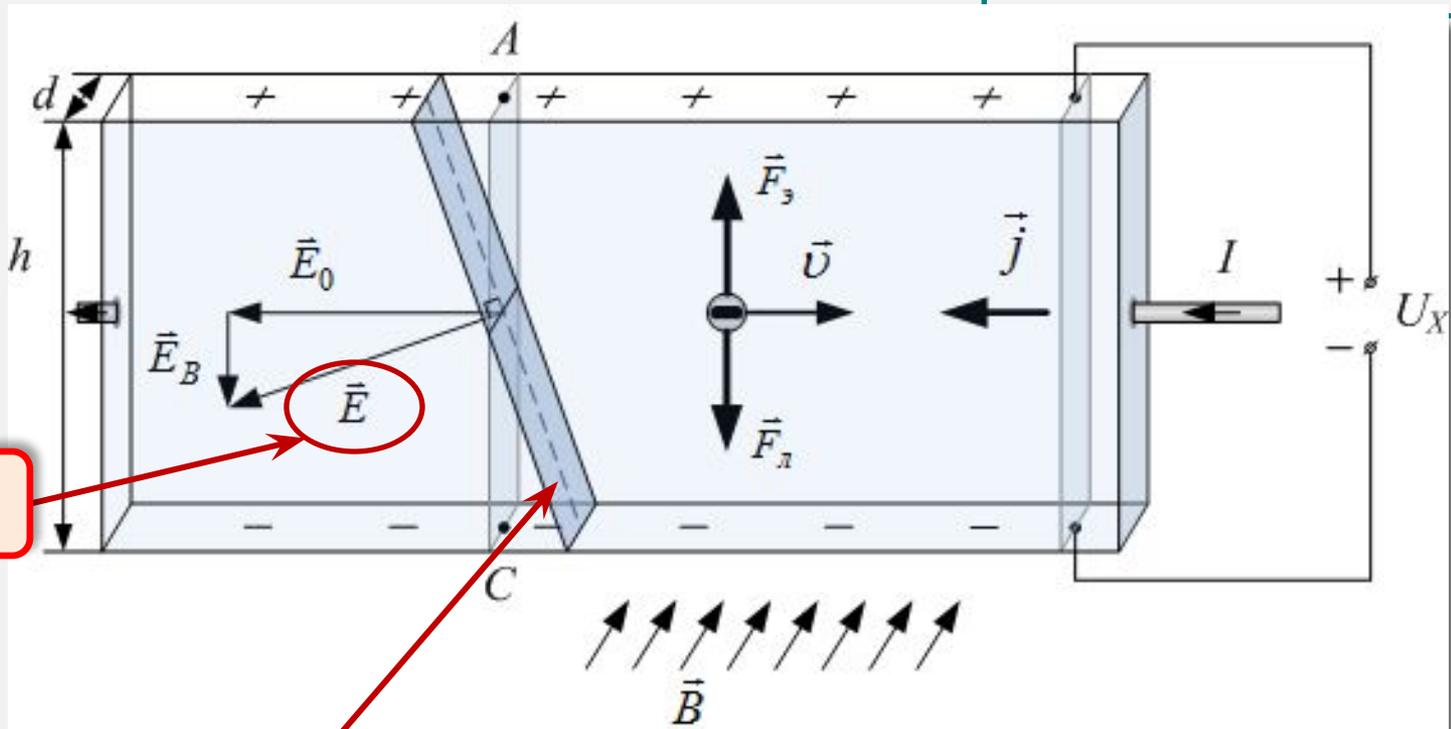
Электрическое поле E_B действует на заряды с силой qE_B

~~дополнительное поперечное электрическое~~

поле E_B препятствует дальнейшему отклонению зарядов

$$F_{\text{Э}} = F_{\text{Л}}$$

$$qvB = qE_B$$



Полное поле

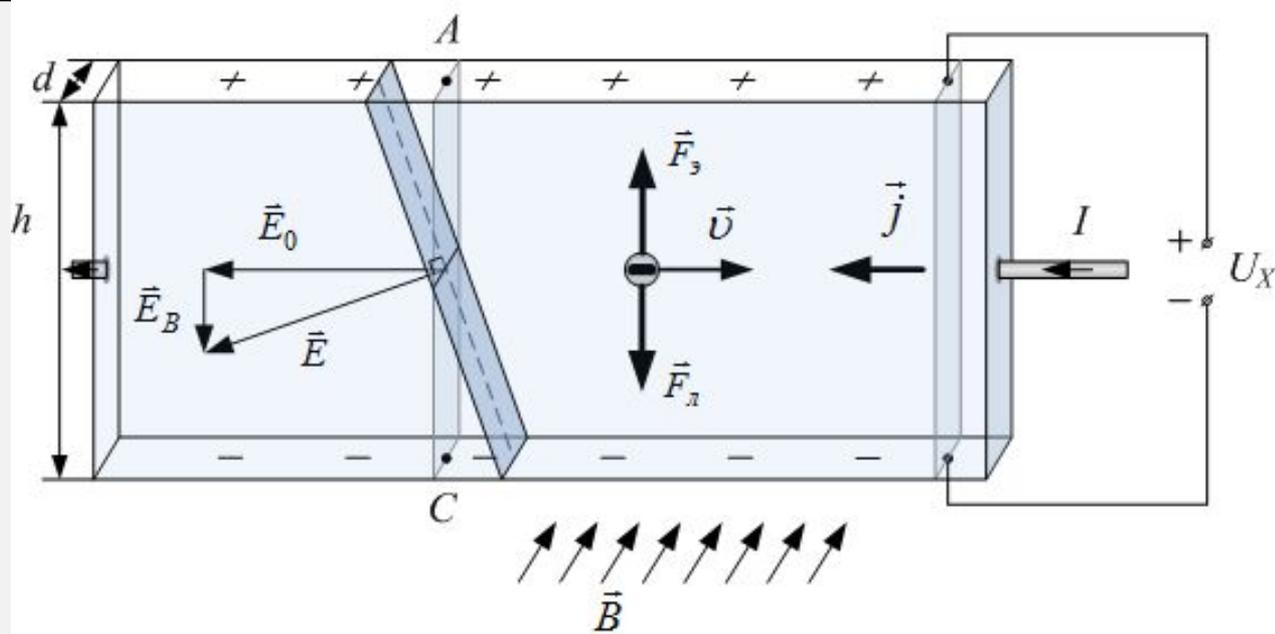
Эквипотенциальная поверхность

$$\varphi_A \neq \varphi_C$$

$$qvB = qE_B$$

$$U_X = h \cdot E_B$$

$$U_X = hvB$$



Постоянная Холла

$$j = qvn$$

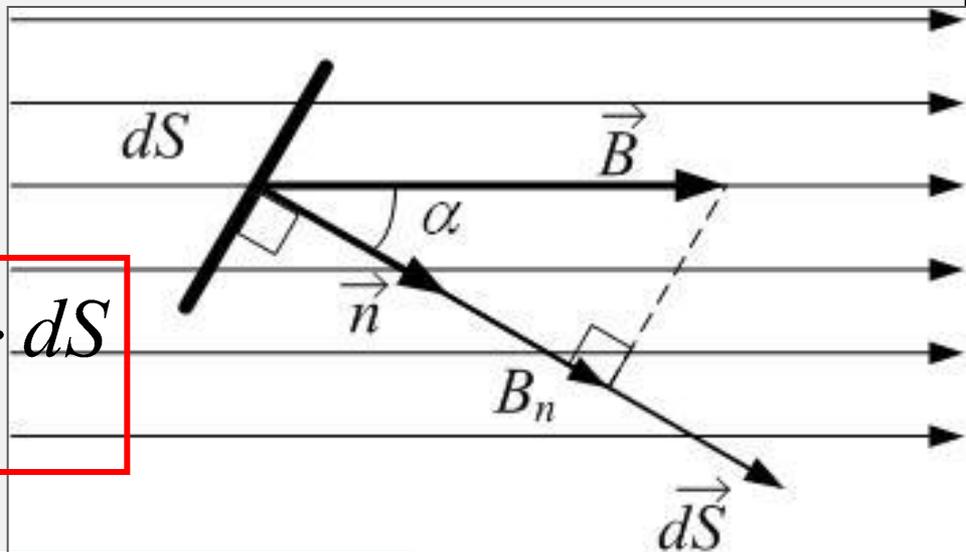
$$v = \frac{j}{qn}$$

$$U_x = h \cdot \frac{j}{qn} \cdot B = h \cdot \frac{1}{qn} \cdot \frac{I}{(hd)} B = R_X \frac{IB}{d}$$

Поток вектора магнитной индукции

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos \alpha = B_n \cdot dS$$

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS$$



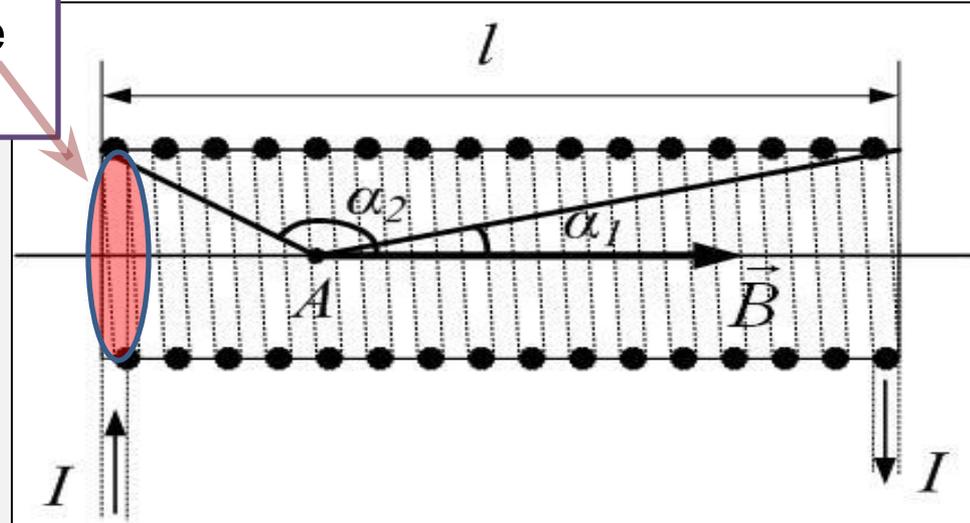
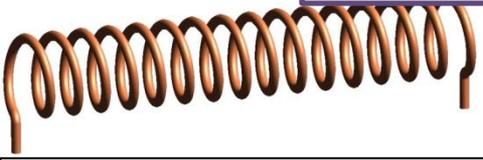
Размерность: $[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}$

Физический
смысл:

Магнитный поток численно равен числу линий магнитной индукции, пронизывающих площадку

Пример:

Поток вектора магнитной индукции через сечение S длинного соленоида



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \int_S dS = B \cdot S = \mu\mu_0 In \cdot S = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} \cdot S$$

Полное потокосцепление
(суммарный поток через все N витков соленоида):

$$\Psi = N \cdot \Phi = N \cdot \mu\mu_0 I \frac{N}{l} \cdot S = \mu\mu_0 I \frac{N^2}{l} \cdot S$$

Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля

Магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен нулю

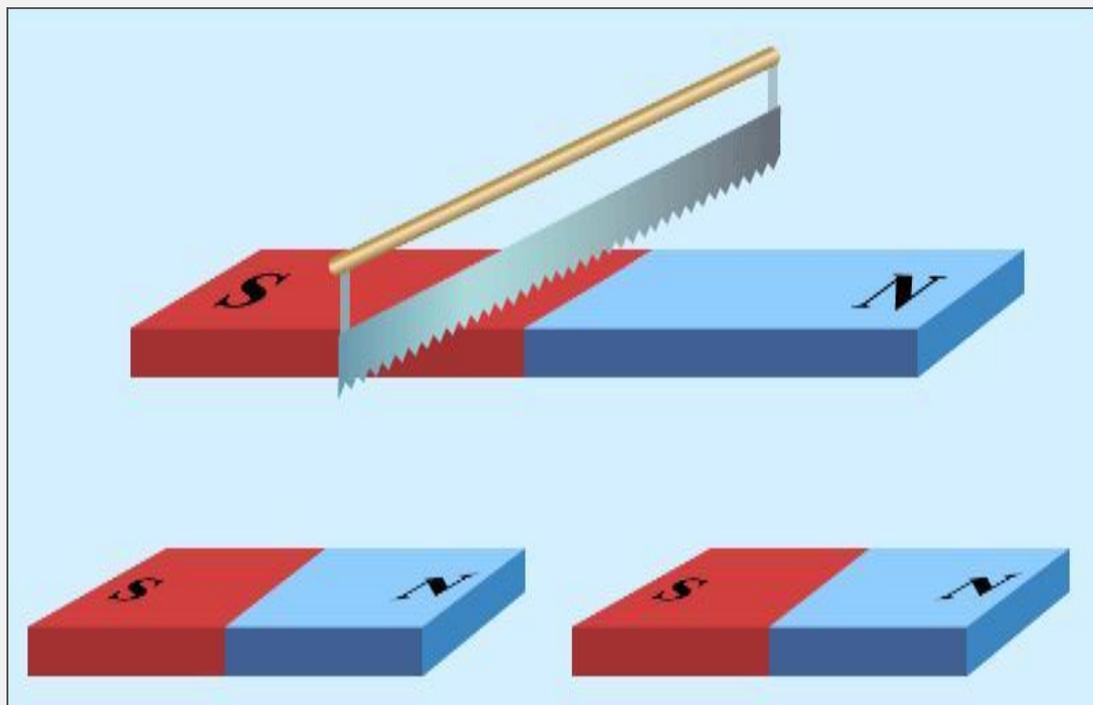
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Физический смысл теоремы:
магнитных зарядов нет

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Магнитных зарядов нет

Отделить один из магнитных полюсов от
противоположного невозможно:



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Магнитных зарядов нет

Для сравнения теорема Гаусса для электростатического поля:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i$$

Отдельные тела можно зарядить либо только положительно, либо только отрицательно,
поскольку существуют элементарные заряженные частицы – носители электрических зарядов двух разных видов

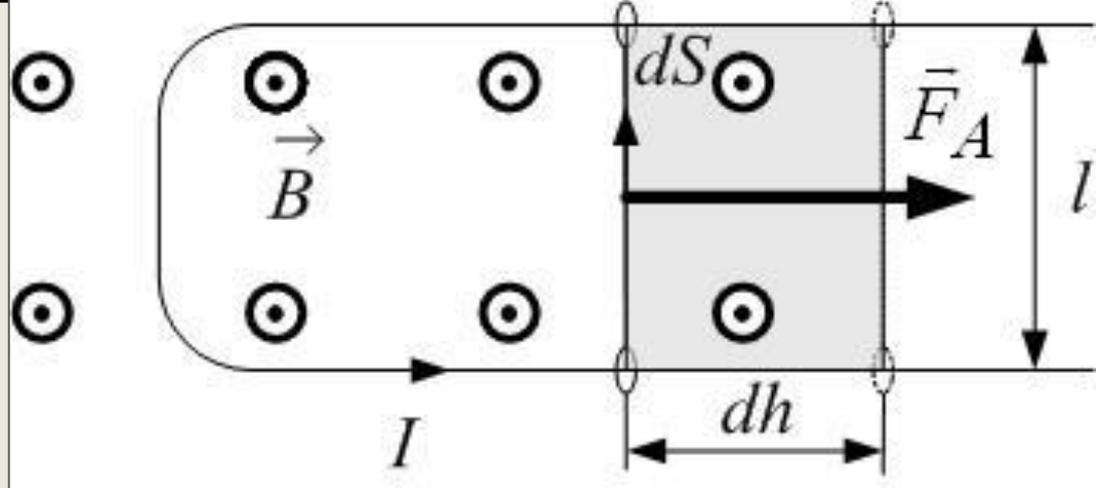
Отсутствуют экспериментальные доказательства того, что в природе могут существовать отдельные магнитные заряды (монополи), подобные электрическим.

В отличие от электрических зарядов **свободных магнитных “зарядов” в природе не существует.**

Нет их и в полюсах постоянных магнитов.

Поэтому линии магнитной индукции не могут обрываться на полюсах

Работа по
перемещению
проводника с током
в магнитном поле



Работа силы
Ампера:

$$dA = F_A \cdot dh$$

$$dA = I \cdot l \cdot B \cdot dh$$

$$l \cdot dh = dS$$

$$dA = I \cdot B \cdot dS$$

$$dA = I \cdot d\Phi$$

Если ток не
меняется:

$$\Delta A = I \cdot \Delta\Phi$$