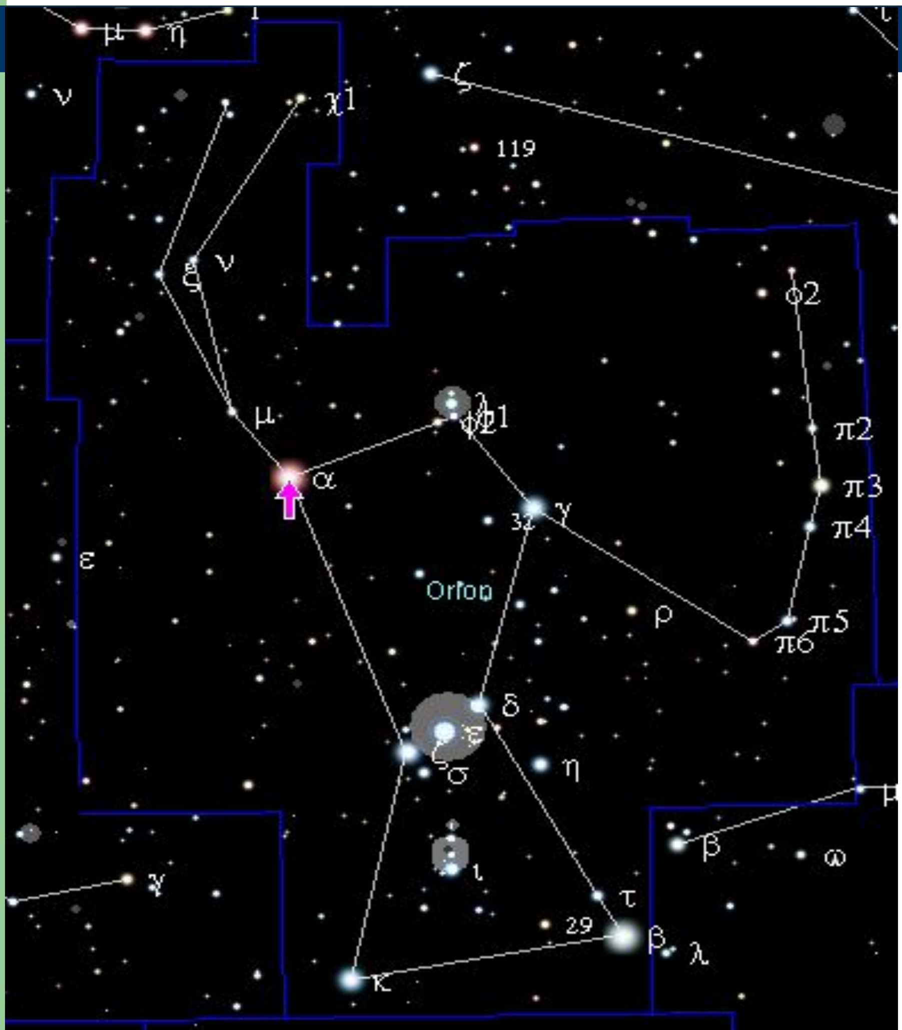
Лекция № 3
Временная и пространственная когерентность



Алексей Викторович Гуденко

- 24/02/2017

План лекции

1. Временная когерентность. Длина когерентности
2. Пространственная когерентность. Радиус когерентности.

демонстрации

- Интерференция с использованием лазера
- Кольца Ньютона
- Интерференция на слюдяных пластинках

Квазимонохроматический свет

- Один источник – две близкие частоты (длины волны λ_1, λ_2 или волновых числа k_1 и k_2)
- На экране – наложение двух интерференционных картин:

$I(\Delta) = I_1 + I_2 = 2I_0(1 + \cos k_1\Delta) + 2I_0(1 + \cos k_2\Delta) = 4I_0[1 + \cos(½\delta k\Delta)\cos k\Delta]$

$\delta k = k_2 – k_1 \approx \delta\lambda/\lambda^2$

$k = ½(k_1 + k_2)$

Видность: картина размывается при $\Delta = \lambda^2/2\delta\lambda$ (две узкие спектральные линии)

- $V = |\cos(\frac{1}{2}\delta k\Delta)|$
  $V = 0$ при $\frac{1}{2}\delta k\Delta = \pi/2 \rightarrow \Delta = \lambda^2/2\delta\lambda$
  $m = \lambda/2\delta\lambda$
- При такой разности хода светлые полосы одной картины совпадают с тёмными полосами другой картины:
  $m\lambda_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda_1 \rightarrow m = \lambda/2\delta\lambda$
- Пример: натриевый дублет $\lambda_1 = 5890$ A; $\lambda_2 = 5896$ A $\rightarrow$
- пропадут кольца с номером $N = \lambda/2\delta\lambda = 5893/2*6 \approx 490$
- $N \approx 980$ – снова станут резкими;
- $N \approx 1470$ – размажутся и т.д.
- Опыт Физо (середина 19 в.) - жёлтый свет натрия – это дублет!

Кольца Ньютона

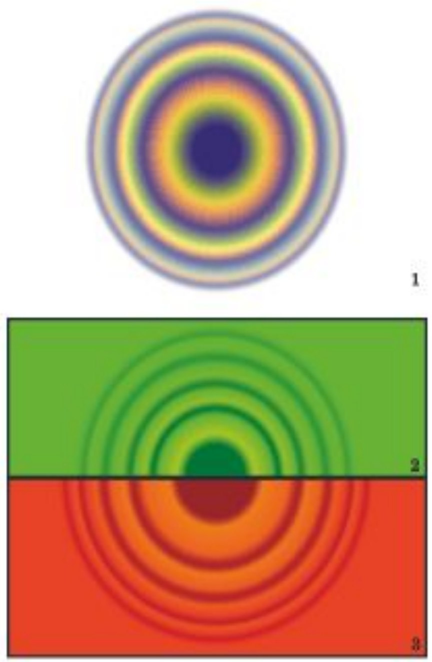
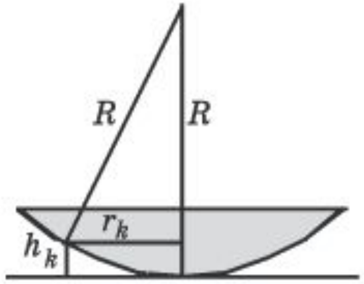
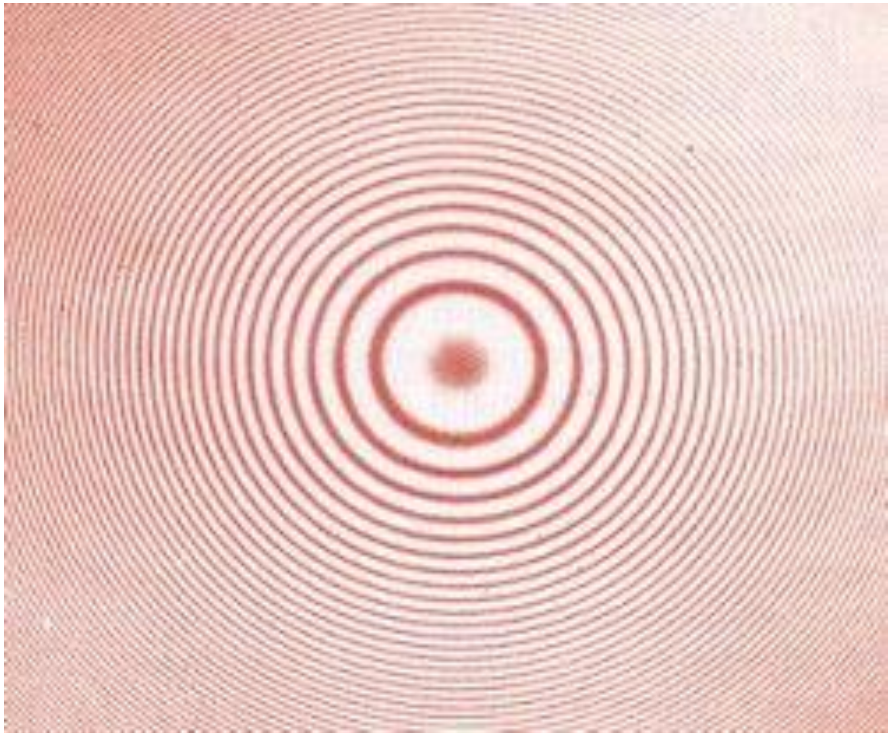


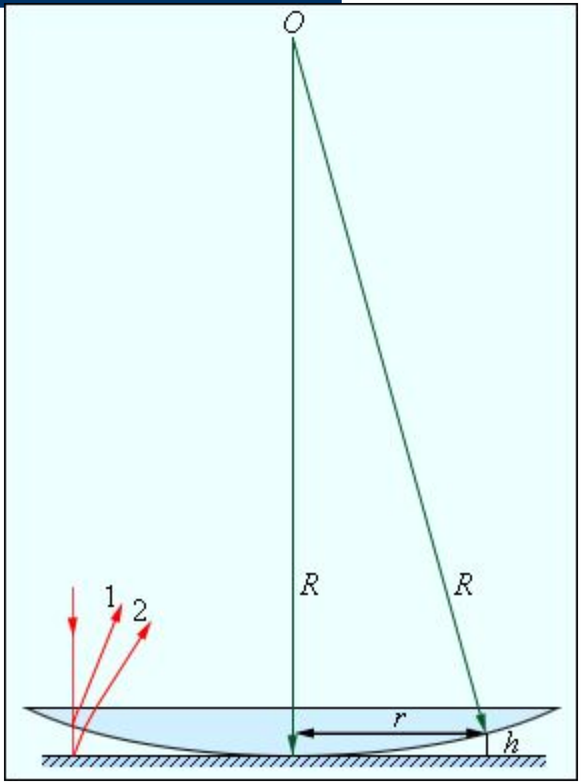
Рис. I. Кольца Ньютона в отраженном свете: 1 — в белом, 2 — в зеленом, 3 — в красном





Кольца Ньютона

- $h \approx r^2/2R$
- $\Delta = 2h + \lambda/2$
- $\Delta_{min} = 2h + \lambda/2 = m\lambda + \lambda/2$
- Радиусы тёмных колец $r_{min} = (mR\lambda)^{1/2}$



Интерференция от квазимонохроматического источника с непрерывным спектром: $\lambda = \lambda_0 \pm \Delta\lambda/2$ $(\nu = \nu_0 \pm \Delta\nu/2)$

- $I(\Delta) = 2I_0/\Delta\nu \int [\delta\nu(1 + \cos(2\pi\nu\Delta/c)] =$
  $2I_0 [1 + \sin(\pi\Delta\nu\Delta/c)/(\pi\Delta\nu\Delta/c) \cos 2\pi\nu_0\Delta/c] =$
  $2I_0 [1 + \sin(\pi\Delta k\nu_0\Delta/kc)/(\pi\Delta k\nu_0\Delta/kc) \cos 2\pi\nu_0/c] = 2I_0 [1 + \sin(\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2)/(\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2) \cos 2\pi\nu_0/c]$
- $V(\Delta) = |\sin(\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2)/(\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2)|$
- Первый ноль видности: $\sin(\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2) = 0$
  $\pi\Delta\lambda\Delta/\lambda^2 = \pi \rightarrow \Delta = \Delta_{max} = \lambda^2/\Delta\lambda$ - максимально допустимая разность хода.
- Максимальный порядок интерференции $m_{max} = \Delta_{max}/\lambda = \lambda/\Delta\lambda$
- Рабочая область интерференционной картины содержит $N = 2m_{max}$ полос.

Временная когерентность = длина цуга: $\ell_{ког} = c\tau_{ког}$

- Длина когерентности излучения – это максимальная разность хода при которой возможна интерференция.
- Протяженность цуга ℓ с шириной спектра связана соотношением: $\Delta k\, \ell = 2\pi$ или $\Delta\nu\, \tau = 1$
- $\ell_{ког} = \lambda^2/\Delta\lambda = \lambda\, \lambda/\Delta\lambda = \lambda\, \nu/\Delta\nu = cT\nu\, \tau = c\tau$ – длина цуга.

Протяжённые источники.

- Схема Юнга: картина не испортится для протяженного источника, если его угловой размер удовлетворяет условию:
  $z\varphi << \Lambda \rightarrow z\varphi << \lambda/\alpha \rightarrow \varphi << \lambda/d \rightarrow b/z_0 << \lambda/d \rightarrow$
  $b << \lambda/\Omega = b_{max}$
  $\Omega = d/z_0$ – апертура интерференции.
- Максимально допустимый размер источника $b_{max} = d/\Omega$
- База интерференции $d << \lambda/\varphi = \rho_{ког}$
- $\rho_{ког} = \lambda/\varphi$ - радиус когерентности определяет максимальные поперечные размеры в пределах которых колебания когерентны.
- Для солнечного света $\rho_{ког} = \lambda/\varphi = 100\lambda = 0{,}05$ мм

Пространственная когерентность: две точки на расстоянии b

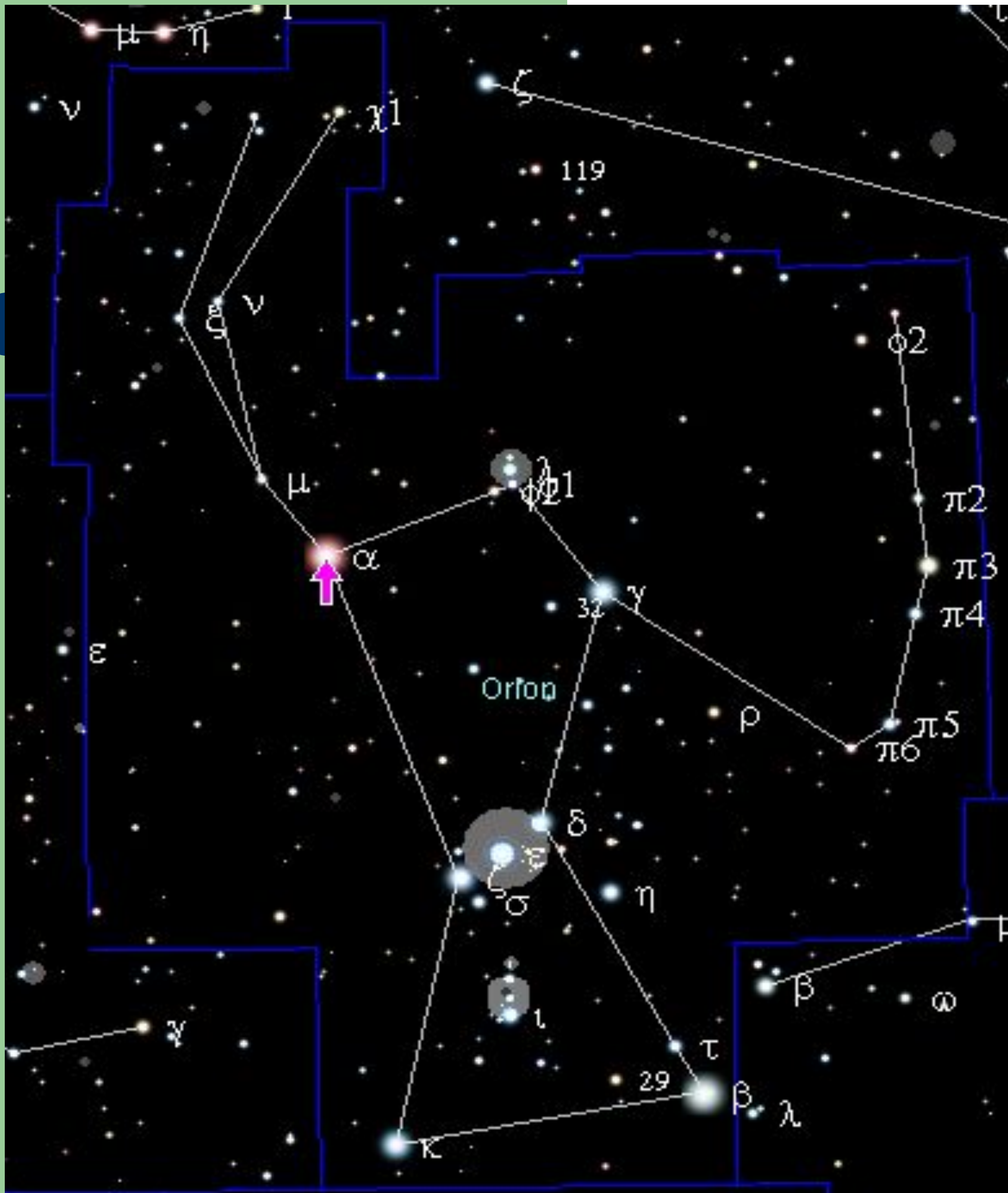
- $I = 2I_0(1 + \cos 2\pi x/\Lambda)$
  $I_1 = 2I_0[1 + \cos 2\pi(x - ½\varphi z)/\Lambda]$
  $I_2 = 2I_0[1 + \cos 2\pi(x + ½\varphi z)/\Lambda]$
  $I = I_1 + I_2 = 4I_0[1 + \cos(\pi\varphi z/\Lambda)\cos 2\pi x/\Lambda]$
  $I_{max} = 1 + \cos(\pi\varphi z/\Lambda)$
  $I_{min} = 1 - \cos(\pi\varphi z/\Lambda)$
  $V = |\cos(\pi\varphi z/\Lambda)|$
- $V = 0$ при $\pi\varphi z/\Lambda = \pi/2 \rightarrow = \lambda/2d \rightarrow$ поперечная когерентность $d = \lambda/2\varphi$

Протяжённый источник размером b

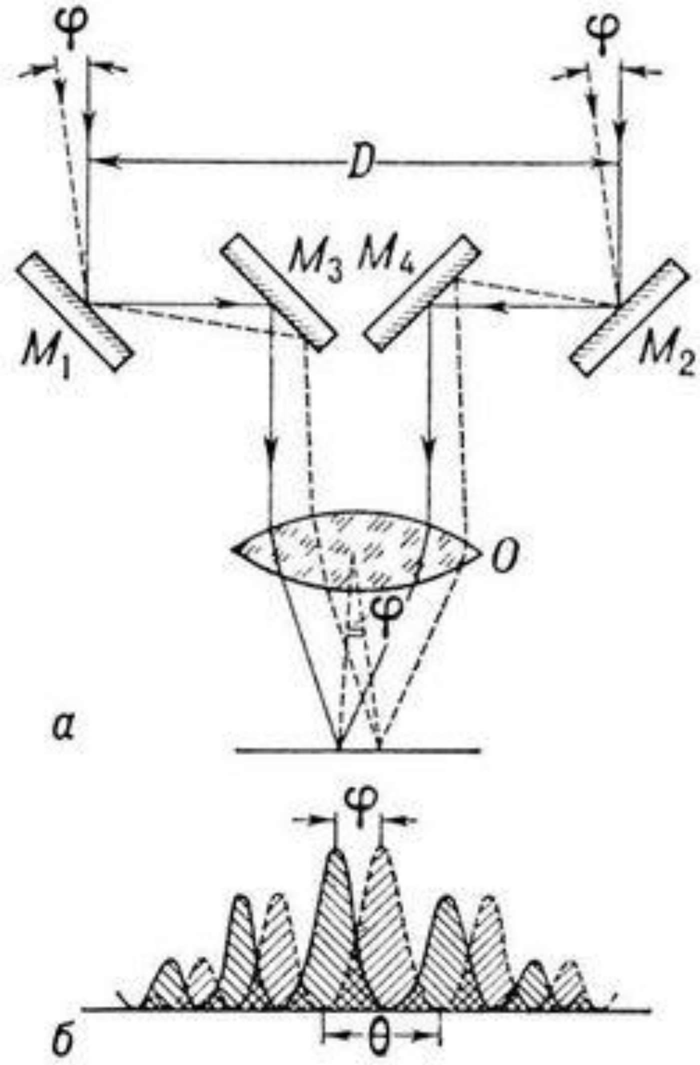
- $I = 2I_0(1 + \cos 2\pi x/\Lambda)$
- $I = \int dI = 2I_0/b \int d\xi[1 + \cos 2\pi(x + \xi z/z_0)/\Lambda] = 2I_0(1 + (\sin\pi\varphi z/\Lambda)/\pi\varphi z/\Lambda)\cos 2\pi x/\Lambda)$
- $V = |\sin\pi\varphi z/\Lambda)/\pi\varphi z/\Lambda|$
- $V = 0$ при $\pi\varphi z/\Lambda = \pi \rightarrow \varphi = \lambda/d$
- Радиус когерентности $\rho = \lambda/\varphi$

когерентность

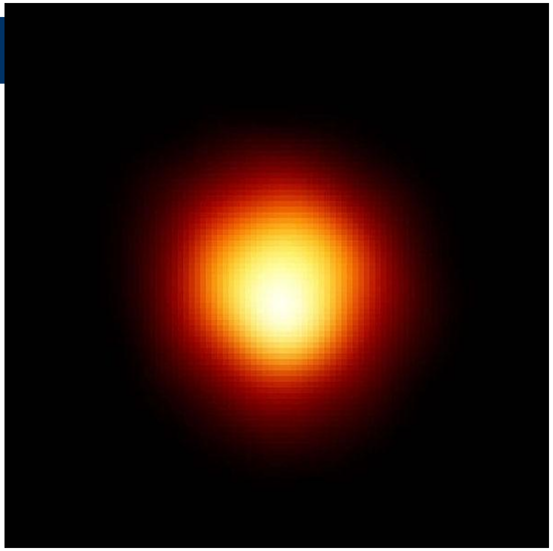
- ***Длина когерентности***: максимальное расстояние вдоль пучка, при котором колебания можно считать когерентными:
  $\boldsymbol{\ell_{ког} = c\tau_{ког} = c/\Delta\nu = \lambda^2/\Delta\lambda}$
- ***Радиус когерентности:*** максимальное расстояние между точками в поперечном сечении пучка при котором колебания можно считать когерентными:
  $\boldsymbol{\rho_{ког} = \lambda/\varphi}$ (φ – угловой размер источника)
- Допустимый размер когерентного источника:
  $\boldsymbol{b_{max} = \lambda/\Omega}$ (Ω – апертура интерференции)


Orion
α
β
γ
δ
ε
ζ
η
ι
κ
λ
μ
ν
ξ
ρ
σ
τ
ω
χ1
φ1
φ2
π2
π3
π4
π5
π6
o2
119
32
29

Звёздный интерферометр Майкельсона



Звезда Бетельгейзе, α созвездия Орион, ~ 600 с.л.



- Картина исчезает при d = 306,5 см = $\rho_{ког}$ = λ/φ → φ = λ/d = 0,575 10^{-3}/ 3065 ≈ 1,9 10^{-7}
- Диаметр звезды: D = Lφ = 600*365*24*3600*0.3*1,9 10^{-7} ≈ 1000 млн.км ~ 700 $R_{солнце}$

Спектр прямоугольного импульса

- $G(\omega) = \int f(t) \cos\omega t dt = A\int \cos\omega t dt \sim \sin\omega\tau/2/\omega\tau/2$