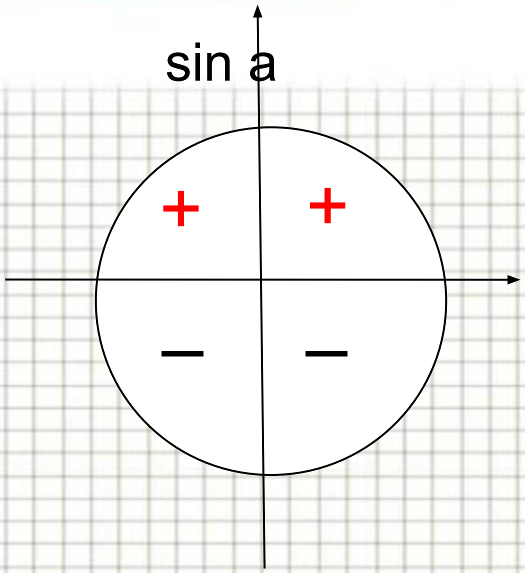
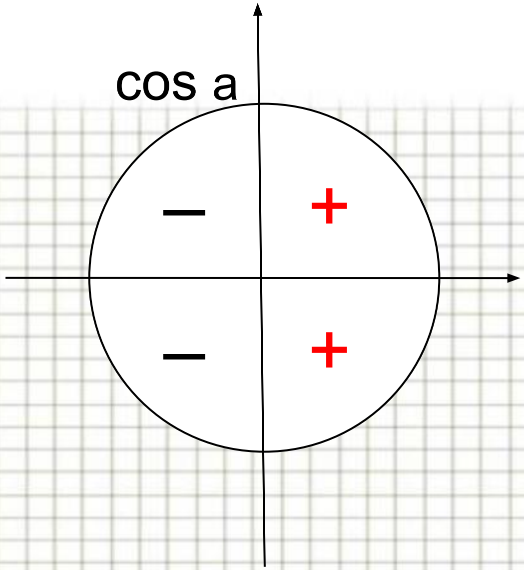
СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА

ЗНАКИ тригонометрических функций

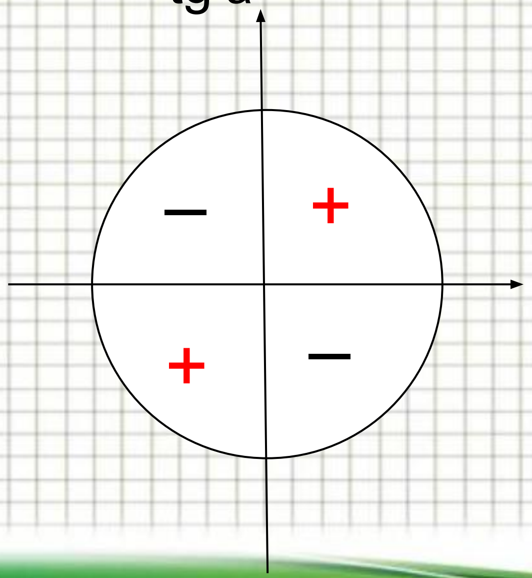
sin a



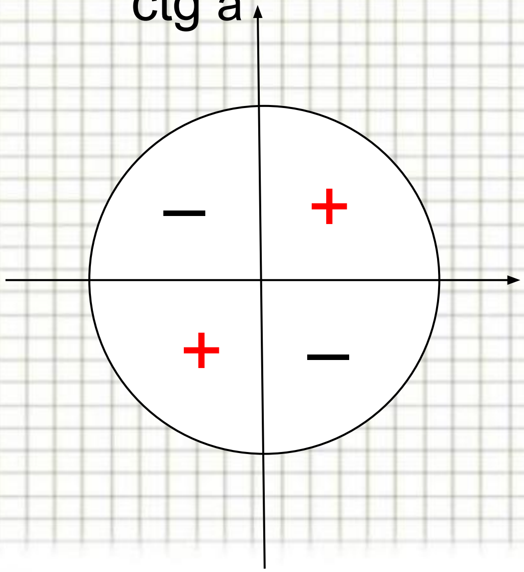
cos a



tg a



ctg a



Основное тригонометрическое тождество

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Выразите $\cos\alpha$ ***из основного тригонометрического тождества***

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

Основные тригонометрические тождества

1. $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$, $1 - \sin^2 t = \cos^2 t$

$1 - \cos^2 t = \sin^2 t$

2. $tg t = \frac{\sin t}{\cos t}$

3. $ctg t = \frac{\cos t}{\sin t}$

4. $tg t \cdot ctg t = 1$

5. $tg^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$

6. $ctg^2 t + 1 = \frac{1}{\sin^2 t}$

Выражение одних тригонометрических функций через другие

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
$\sin\alpha$		$\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\dfrac{tg\alpha}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$
$\cos\alpha$	$\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$		$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$	$\dfrac{ctg\alpha}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$
$\operatorname{tg}\alpha$	$\dfrac{\sin\alpha}{\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$		$\dfrac{1}{ctg\alpha}$
$\operatorname{ctg}\alpha$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$	$\dfrac{\cos\alpha}{\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{tg\alpha}$	

№1. <u>Дано</u>: cost=0,4; 90°<t<180°

<u>Найти</u>: sint .

<u>Решение</u>:

1) $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$,

$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$,

$\sin^2 t = 1 - 0{,}16$,

$\sin^2 t = 0{,}84$,

Т.К. tЄ2ч, то sint>0

$\sin t = +\sqrt{0{,}84} = \sqrt{\frac{84}{100}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ: $\sin t = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Пример:

Дано: $\sin\alpha = 0{,}8 \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найти: cos α

- Решение:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-0{,}64} = \pm 0{,}6$$

т.к. α – 2 четверть и cos α < 0, то cos α = - 0,6

- Ответ: **cos α = - 0,6**

Найдите $\dfrac{3\cos\alpha - 4\sin\alpha}{2\sin\alpha - 5\cos\alpha}$ если $\operatorname{tg}\alpha = 3$

Найдите $\dfrac{10\cos\alpha + 4\sin\alpha + 15}{2\sin\alpha + 5\cos\alpha + 3}$ если $\operatorname{tg}\alpha = -2{,}5$

Основные тригонометрические тождества

1. $sin^2t + cos^2t = 1$ $\quad , 1 - sin^2t = cos^2t$

$$1 - cos^2t = sin^2t$$

2. $tgt = \dfrac{sint}{cost}$

3. $ctgt = \dfrac{cost}{sint}$

4. $tgt \cdot ctgt = 1$

5. $tg^2t + 1 = \dfrac{1}{cos^2t}$

6. $ctg^2t + 1 = \dfrac{1}{sin^2t}$

Упростить выражения

1) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}\cdot tg^2\alpha$

2) $\dfrac{\sin^2\alpha}{1+ctg^2\alpha\left(\cos^2\alpha-1\right)}$

3) $\dfrac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}-\cos\alpha$

4) $\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$

5) $\left(tg\alpha+ctg\alpha\right)\sin\alpha\cos\alpha$

1) $\dfrac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}\cdot ctg^2\alpha$

2) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1+tg^2\alpha\left(\sin^2\alpha-1\right)}$

3) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1+\sin\alpha}+\sin\alpha$

4) $\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}-\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$

5) $\sin^2\alpha+ctg^2\alpha\cdot\sin^2\alpha$