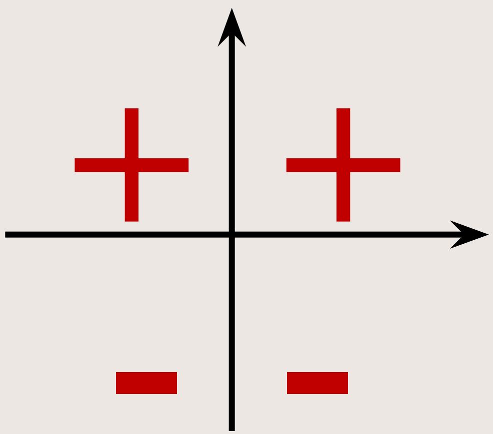
ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Упростим выражение

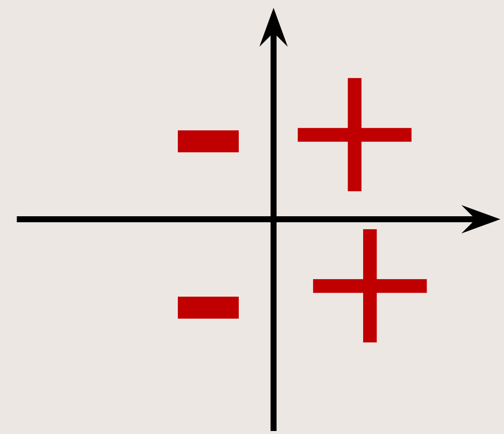
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos(-\pi-x)+tg\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+ctg(2\pi+x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin(3\pi+x)}$$

Вспомним знаки тригонометрических функций по четвертям.

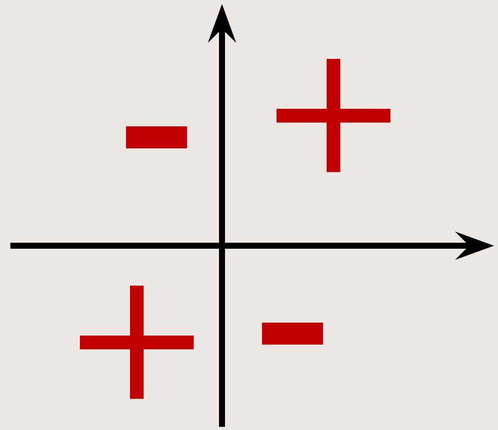
$\sin\alpha$



$\cos\alpha$



$tg\alpha; ctg\alpha$



$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm ctg\alpha \cdot ctg\beta}{ctg\alpha \pm ctg\beta}$$

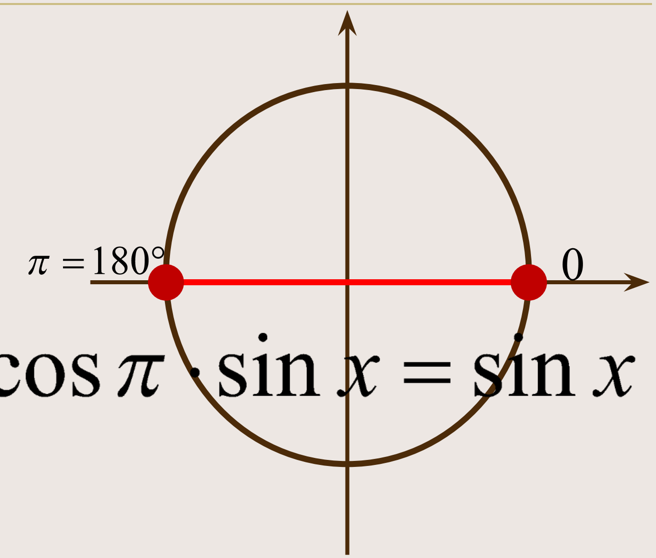
$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

$$\alpha = \pi n \pm x$$

$$tg(2\pi - x) = -tg\,x$$

$$ctg(\pi - x) = -ctg\,x$$



$$\sin(3\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin\pi \cdot \cos x - \cos\pi \cdot \sin x = \sin x$$

$$\cos(3\pi - x) = -\cos x$$

$$tg(2\pi + x) = tg\,x$$

$$ctg(\pi + x) = ctg\,x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-\sin x$$

$$tg\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=ctg x$$

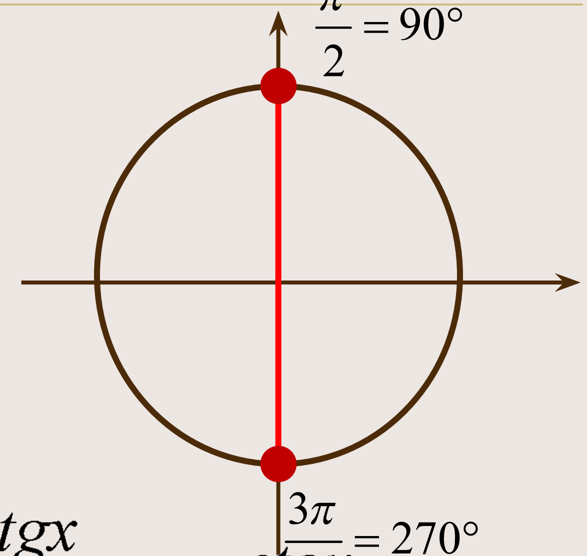
$$ctg\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=-tg x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$$

$$tg\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\frac{1}{ctg\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{ctg\frac{\pi}{2}-ctg x}{-1-ctg\frac{\pi}{2}\cdot ctg x}=\frac{-ctg x}{-1}=$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$$

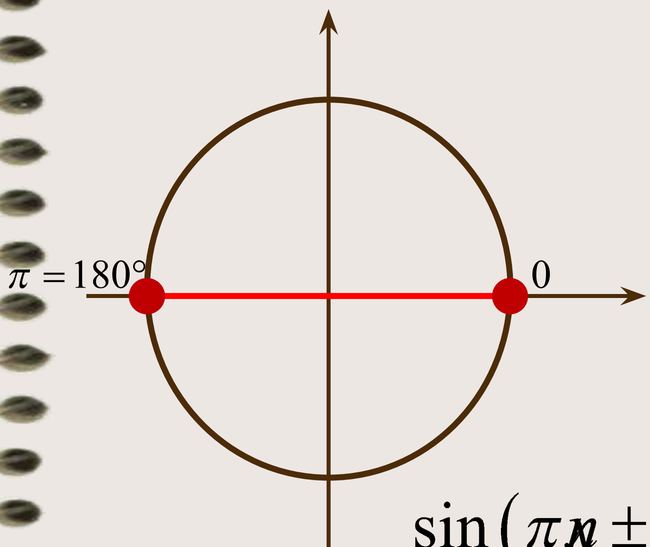
$$\alpha=\frac{\pi n}{2}\pm x,\ n\text{ – нечётное}$$

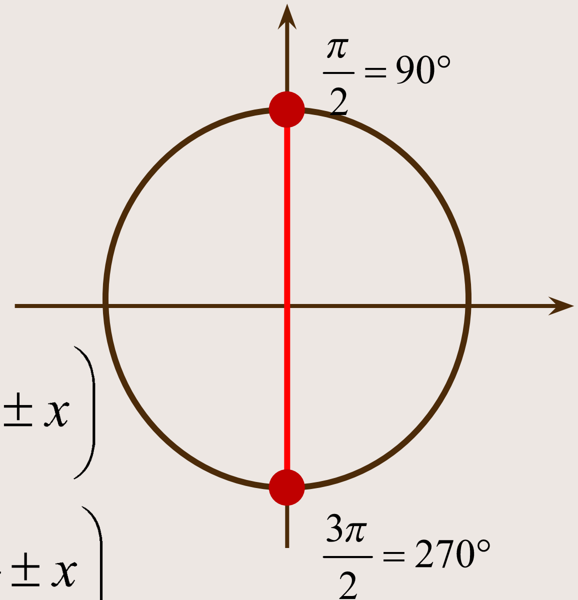


$$\alpha = \frac{\pi n}{2} \pm x,\ x\text{-угол 1 четверти}$$

$$\alpha = \pi n \pm x$$

$$\alpha = \frac{\pi n}{2} \pm x,\ n\text{-нечётное}$$





$$\sin\left(\frac{\pi n}{2} \pm x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi n}{2} \pm x\right)$$

$$tg\left(\frac{\pi n}{2} \pm x\right)$$

$$ctg\left(\frac{\pi n}{2} \pm x\right)$$

$$\sin(\pi n \pm x)$$

$$\cos(\pi n \pm x)$$

$$tg(\pi n \pm x)$$

$$ctg(\pi n \pm x)$$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

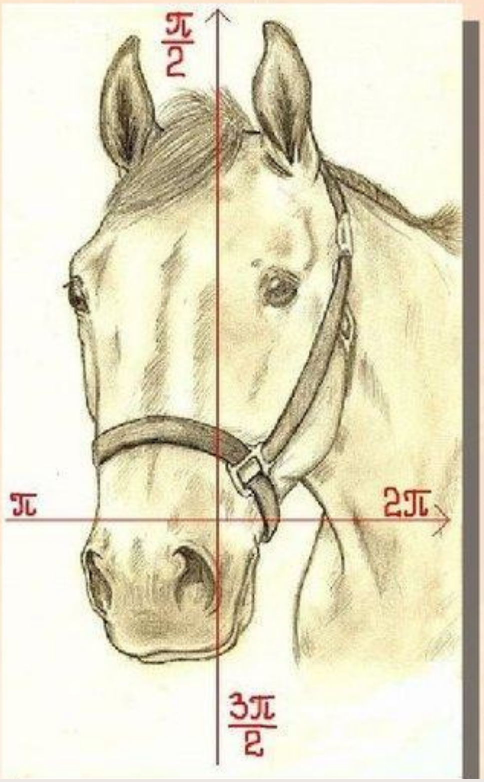
*

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

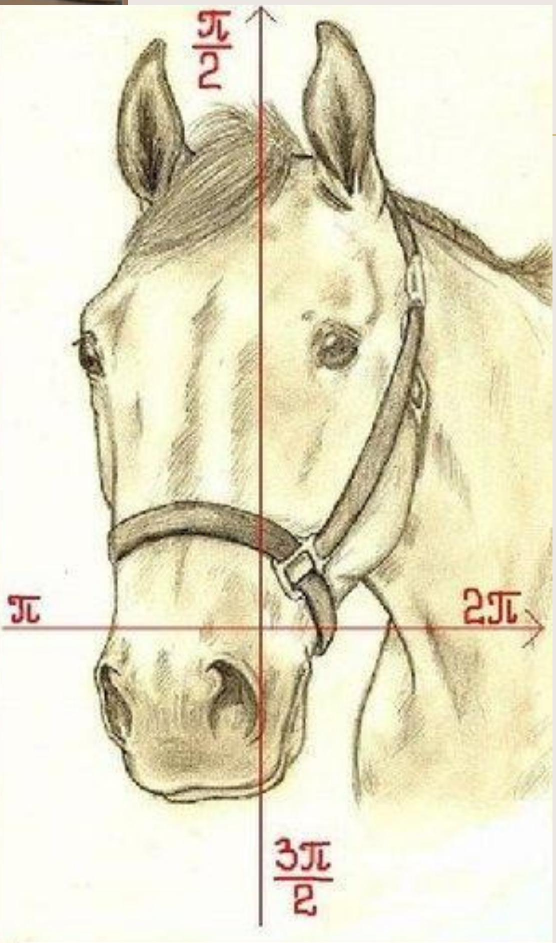
$\cos(\pi + t) = -\cos t$	$\sin(\pi + t) = -\sin t$	$\mathrm{tg}(\pi + t) = \mathrm{tg}\, t$	$\mathrm{ctg}(\pi + t) = \mathrm{ctg}\, t$
$\cos(\pi - t) = -\cos t$	$\sin(\pi - t) = \sin t$	$\mathrm{tg}(\pi - t) = -\mathrm{tg}\, t$	$\mathrm{ctg}(\pi - t) = -\mathrm{ctg}\, t$
$\cos(2\pi + t) = \cos t$	$\sin(2\pi + t) = \sin t$	$\mathrm{tg}(2\pi + t) = \mathrm{tg}\, t$	$\mathrm{ctg}(2\pi + t) = \mathrm{ctg}\, t$
$\cos(2\pi - t) = \cos t$	$\sin(2\pi - t) = -\sin t$	$\mathrm{tg}(2\pi - t) = -\mathrm{tg}\, t$	$\mathrm{ctg}(2\pi - t) = -\mathrm{ctg}\, t$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\sin t$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = \cos t$	$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\mathrm{ctg}\, t$	$\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\mathrm{tg}\, t$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \sin t$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \cos t$	$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \mathrm{ctg}\, t$	$\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \mathrm{tg}\, t$
$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = \sin t$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = -\cos t$	$\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = -\mathrm{ctg}\, t$	$\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = -\mathrm{tg}\, t$
$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = -\sin t$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = -\cos t$	$\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = \mathrm{ctg}\, t$	$\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = \mathrm{tg}\, t$

Мнемоническое правило для формул приведения

Лошадиное правило

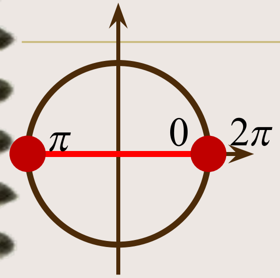


В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа менять или не менять название функции (*синус* на *косинус*), смотрел на свою умную лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая первому слагаемому аргумента $\pi/2+\alpha$ или $\pi+\alpha$. Если лошадь кивала головой вдоль оси ***ОУ***, то математик считал, что получен ответ ***«да, менять»***, если вдоль оси **ОХ**, то ***«нет, не менять»***.

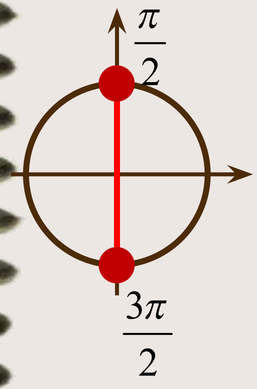


- Итак, "**лошадиное правило**" звучит так:
- ***Если мы откладываем угол от вертикальной оси, лошадь говорит "да" (киваем головой вдоль оси OY) и приводимая функция меняет свое название: синус на косинус, косинус на синус, тангенс на котангенс, котангенс на тангенс.***
- ***Если мы откладываем угол от горизонтальной оси, лошадь говорит "нет" (киваем головой вдоль оси OX) и приводимая функция не меняет свое название.***
- ***Знак правой части равенства совпадает со знаком приводимой функции, стоящей в левой части равенства.***

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ ПРАВИЛО



- 1) Если под тригонометрической функцией аргумент равен $\pi \pm x; 2\pi \pm x$, то название функции не меняется.



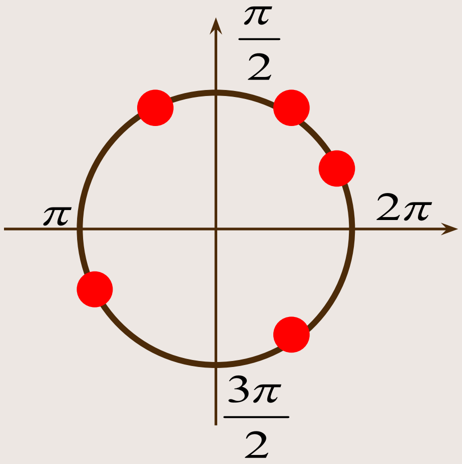
- 2) Если под тригонометрической функцией аргумент равен $\frac{\pi}{2} \pm x; \frac{3\pi}{2} \pm x$, то название функции меняется (на родственное).

- 3) Перед полученной функцией ставят знак, который имела бы в данной четверти исходная функция при условии, что ***x*** - угол 1 четверти.

Упростим выражение

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(+\pi+x\right)+tg\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+ctg\left(2\pi+x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin\left(3\pi+x\right)}$$

$$\frac{\cos x \quad -\cos x \quad -ctgx \; +ctgx}{-\sin x-\sin x} \quad =0$$



*

- Рассмотрим применение формул приведения:

Пример 2:

$$Упростите: \frac{2\sin(\alpha-7\pi)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\alpha+\pi)}$$

$$Решение: \frac{-2\sin(\pi-\alpha)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi+\alpha)}=\frac{-2\sin\alpha+\sin\alpha}{-\sin\alpha}=1$$

*

Пример 3:

$$\textit{Вычислите}: \sin 160° \cdot \cos 110° + \sin 250° \cdot \cos 340° + tg110° \cdot tg340°$$

$$\textit{Решение}: \sin\left(180° - 20°\right) \cdot \cos\left(180° - 70\right) +$$

$$+ \sin\left(270° - 20°\right) \cdot \cos\left(270° + 70°\right) +$$

$$+ tg\left(90° + 20°\right) \cdot tg\left(360° - 20°\right) =$$

$$\sin 20° \cdot \left(-\cos 70°\right) + \left(-\cos 20°\right) \cdot \sin 70° +$$

$$+ \left(-ctg 20°\right) \cdot tg\left(-20°\right) =$$

$$-\left(\sin 20° \cdot \cos 70° + \cos 20° \cdot \sin 70°\right) + ctg 20° \cdot tg 20° =$$

$$-\sin\left(20° + 70°\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

*

Пример 3: (2 способ)

$$\textit{Вычислите}: \sin 160° \cdot \cos 110° + \sin 250° \cdot \cos 340° + tg 110° \cdot tg 340°$$

$$\textit{Решение}: \sin\left(180° - 20°\right) \cdot \cos\left(90° + 20°\right) +$$

$$+ \sin\left(270° - 20°\right) \cdot \cos\left(360° - 20°\right) +$$

$$+ tg\left(90° + 20°\right) \cdot tg\left(360° - 20°\right) =$$

$$\sin 20° \cdot \left(-\sin 20°\right) + \left(-\cos 20°\right) \cdot \cos 20° +$$

$$+ \left(-ctg 20°\right) \cdot tg\left(-20°\right) =$$

$$-\left(\sin^2 20° + \cos^2 20°\right) + ctg 20° \cdot tg 20° = -1 + 1 = 0$$

Пример 4:

$$\textit{Вычислите}: \frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$$

$$\textit{Решение}: \frac{5\cos 29^\circ}{\sin\left(90^\circ - 29^\circ\right)} = \frac{5\cos 29^\circ}{\cos 29^\circ} = 5$$

$$\textit{Решение}: \frac{5\cos\left(90^\circ - 61^\circ\right)}{\sin 61^\circ} = \frac{5\sin 61^\circ}{\sin 61^\circ} = 5$$

*

Пример 5:

$$\textit{Вычислите}: \frac{3\cos 54^\circ}{\cos 126^\circ}$$

$$\textit{Решение}: \frac{3\cos 54^\circ}{\cos\left(180^\circ - 54^\circ\right)} = \frac{3\cos 54^\circ}{-\cos 54^\circ} = -3$$

Пример 6:

$$Вычислите: \frac{12}{\sin^2 37° + \sin^2 127°}$$

$$Решение: \frac{12}{\sin^2 37° + \sin^2 (90° + 37°)} =$$

$$\frac{12}{\sin^2 37° + \cos^2 37°} = 12$$

*

Пример 7:

$$\textit{Найдите}: \cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right),$$

$$\textit{если}\ \cos\alpha = -0,8 \qquad \textit{и}\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Решение:

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=-0,6$$

Ответ: $-0,6$.

*

Задания для закрепления изученного материала

$$№26.6 \textit{Вычислите}:$$

$$a)\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2} \qquad \cos\frac{5\pi}{3}=cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$$

$$б)\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)=\frac{1}{2} \qquad \sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)=-\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

$$в)\sin\frac{7\pi}{6}=-\frac{1}{2}$$

$$г)\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

*

Задания для закрепления изученного материала

$№26.7\,Вычислите:$

$$в)\cos 4650^\circ = cos1050^\circ = cos330^\circ = \cos\left(-30^\circ\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$г)ctg4110^\circ = ctg510^\circ = ctg150^\circ = ctg\left(-30^\circ\right) = -\sqrt{3}$$

$$а)\sin 3090^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$б)tg2205^\circ = 1$$

*

Задания для закрепления изученного материала

$№26.8\, Вычислите:$

$$а)\cos 630° - \sin 1470° - ctg1125° =$$

$$\cos(-90°) - \sin 30° - ctg 45° = -1,5$$

$$б) 2\cos\frac{31\pi}{3} + \sin(-7\pi) - tg\frac{7\pi}{4} = 2\cos\frac{\pi}{3} - \sin\pi - tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= 1 + 0 + 1 = 2$$

$$г)\cos(-9\pi) + 2\sin\left(-\frac{49\pi}{6}\right) - ctg\left(-\frac{21\pi}{4}\right) = -1 - 1 + 1 = -1$$

Задания для закрепления изученного материала

$№26.14\,Вычислите:$

$$a)\ \frac{11\cos 287^\circ - 25\sin 557^\circ}{\sin 17^\circ} = \frac{11\cos 287^\circ - 25\sin 197^\circ}{\sin 17^\circ} =$$

$$\frac{11\cos\left(270^\circ + 17^\circ\right) - 25\sin\left(180^\circ + 17^\circ\right)}{\sin 17^\circ} =$$

$$\frac{11\sin 17^\circ + 25\sin 17^\circ}{\sin 17^\circ} = 36$$

Задания для закрепления изученного материала

$№26.14\,Вычислите:$

$$б)\ \frac{13\sin 469° - 8\cos 341°}{\cos 19°} = \frac{13\sin 109° - 8\cos(-19)}{\cos 19°} =$$

$$\frac{13\sin(90° + 19°) - 8\cos 19°}{\cos 19°} = \frac{13\cos 19° - 8\cos 19°}{\cos 19°} = 5$$

Задания для закрепления изученного материала

$№26.18\,Вычислите:$

$$a)\ \frac{\cos 105^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \cdot \cos 85^\circ}{\sin 195^\circ \cdot \cos 5^\circ + \cos 195^\circ \cdot \sin 185^\circ} =$$

$$\frac{\cos 105^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \cdot \cos\left(90^\circ - 5^\circ\right)}{\sin 195^\circ \cdot \cos 5^\circ + \cos 195^\circ \cdot \sin\left(180^\circ + 5^\circ\right)} =$$

$$\frac{\cos 105^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \cdot \sin 5^\circ}{\sin 195^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 195^\circ \cdot \sin 5^\circ} =$$

$$\frac{\cos\left(105^\circ - 5^\circ\right)}{\sin\left(195^\circ - 5^\circ\right)} = \frac{\cos 100^\circ}{\sin 190^\circ} = \frac{\cos\left(90^\circ + 10^\circ\right)}{\sin\left(180^\circ + 10^\circ\right)} = \frac{-\sin 10^\circ}{-\sin 10^\circ} = 1$$

Задания для закрепления изученного материала

$№26.18\,Вычислите:$

$$б)\ \frac{\sin 75^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 75^\circ \cdot \cos 85^\circ}{\cos 375^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \cdot \sin 365^\circ} =$$

$$\frac{\sin 75^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 75^\circ \cdot \cos\left(90^\circ - 5^\circ\right)}{\cos 15^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \cdot \sin 5^\circ} =$$

$$\frac{\sin 75^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 75^\circ \cdot \sin 5^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \cdot \sin 5^\circ} =$$

$$\frac{\sin\left(75^\circ - 5^\circ\right)}{\cos\left(15^\circ + 5^\circ\right)} = \frac{\sin 70^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 1$$

*

Самостоятельно выполнить задание:

Вариант1: 26.9(а), 26.10(а), 26.11(а), 26.13(а), 26.16(а), 26.17(а), 26.19(а)

Вариант2: 26.9(б), 26.10(б), 26.11(б), 26.13(б), 26.16(б), 26.17(б), 26.19(б)

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ.