Дальневосточный государственный университет путей сообщения
Кафедра «Вычислительная техника и компьютерная графика»

Конструктивная геометрия

Поверхности

Лекция 6

План лекции

1. Образование поверхностей

2. Определитель поверхности

3. Задание поверхности

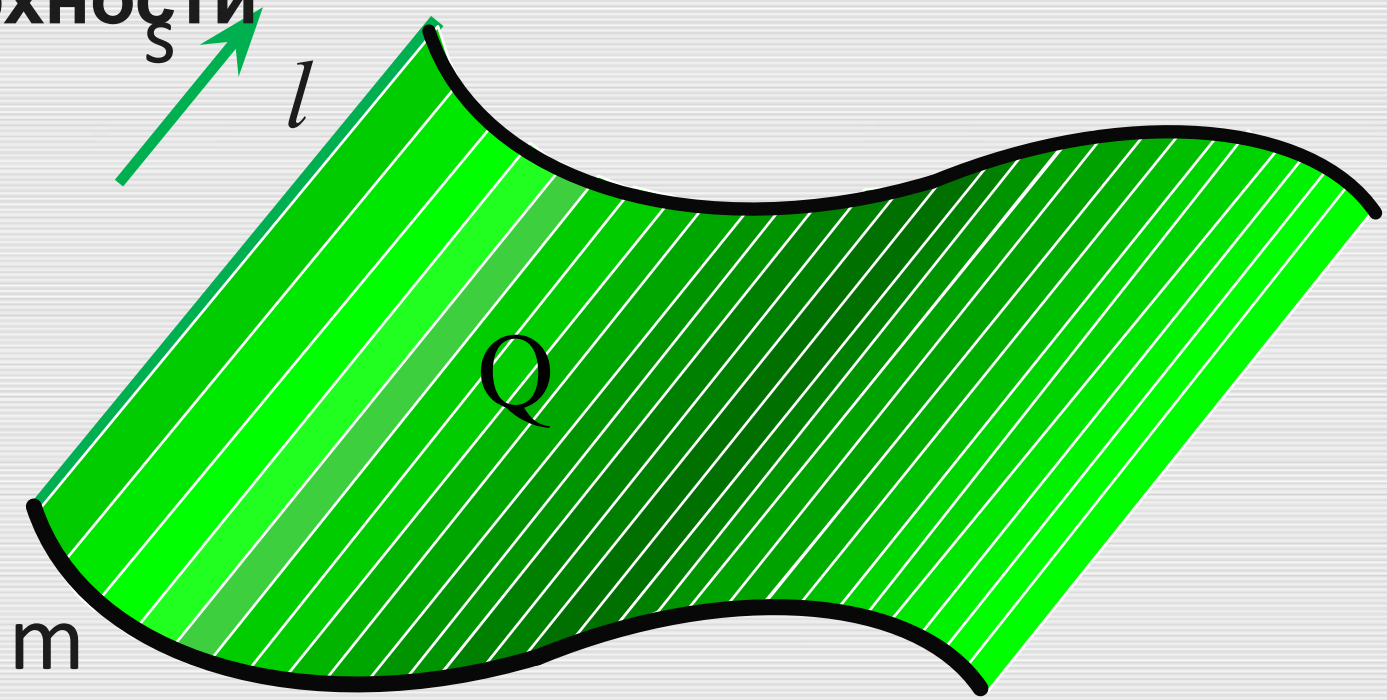
4. Систематизация и виды поверхностей

5. Характерные линии поверхности вращения

Образование поверхности

l – образующая, m – направляющая,
s – направление положения образующих

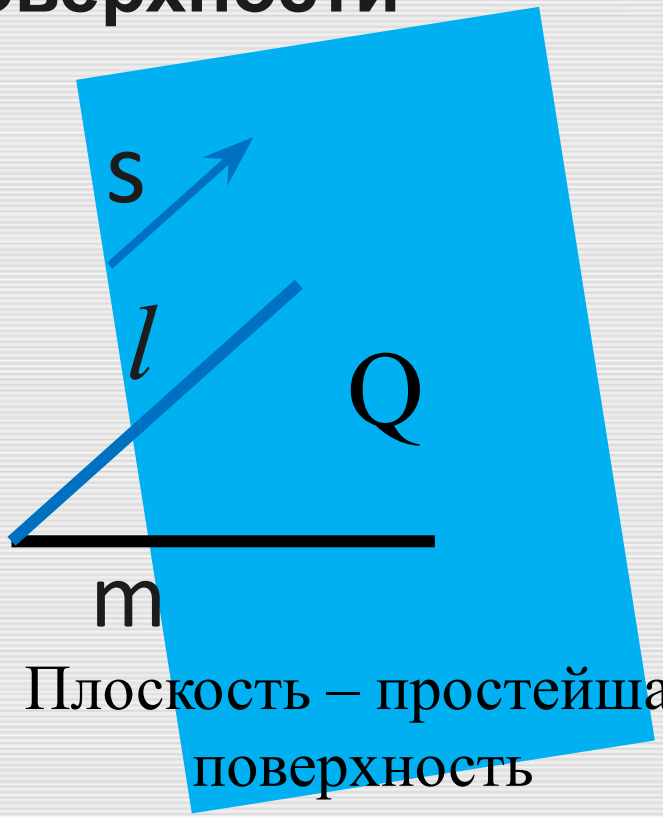
Кинематический закон образования поверхности



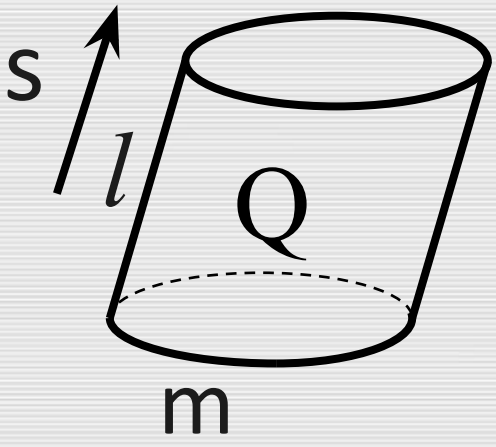
Q – поверхность, как совокупность последовательных положений образующей *l* при движении её по направляющей m

Образование поверхности

Кинематический закон образования поверхности



Плоскость – простейшая поверхность



Цилиндрическая поверхность

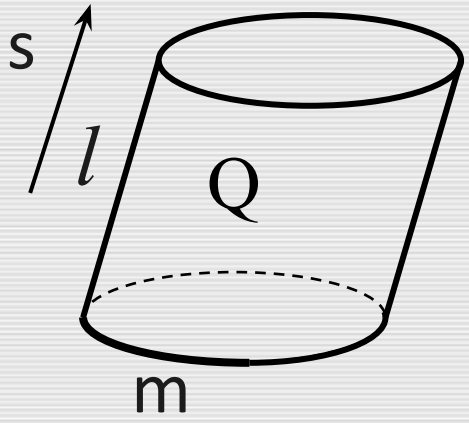
Q – поверхность, как совокупность последовательных положений образующей *l* при движении её по направляющей m

Определитель

Определитель поверхности – это совокупность независимых условий, задающих (определяющих) поверхность

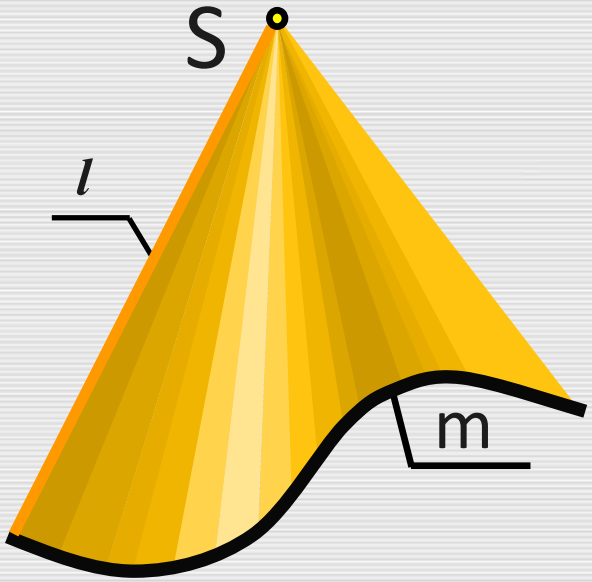
Определитель состоит из двух частей: геометрическая часть Q(…) и алгоритмическая часть Q[…].

В геометрической части содержаться сведения о геометрии фигуры, в алгоритмической – сведения о законе её образования



Цилиндрическая поверхность

Q(m, *l*), Q[*l* ∥ s]



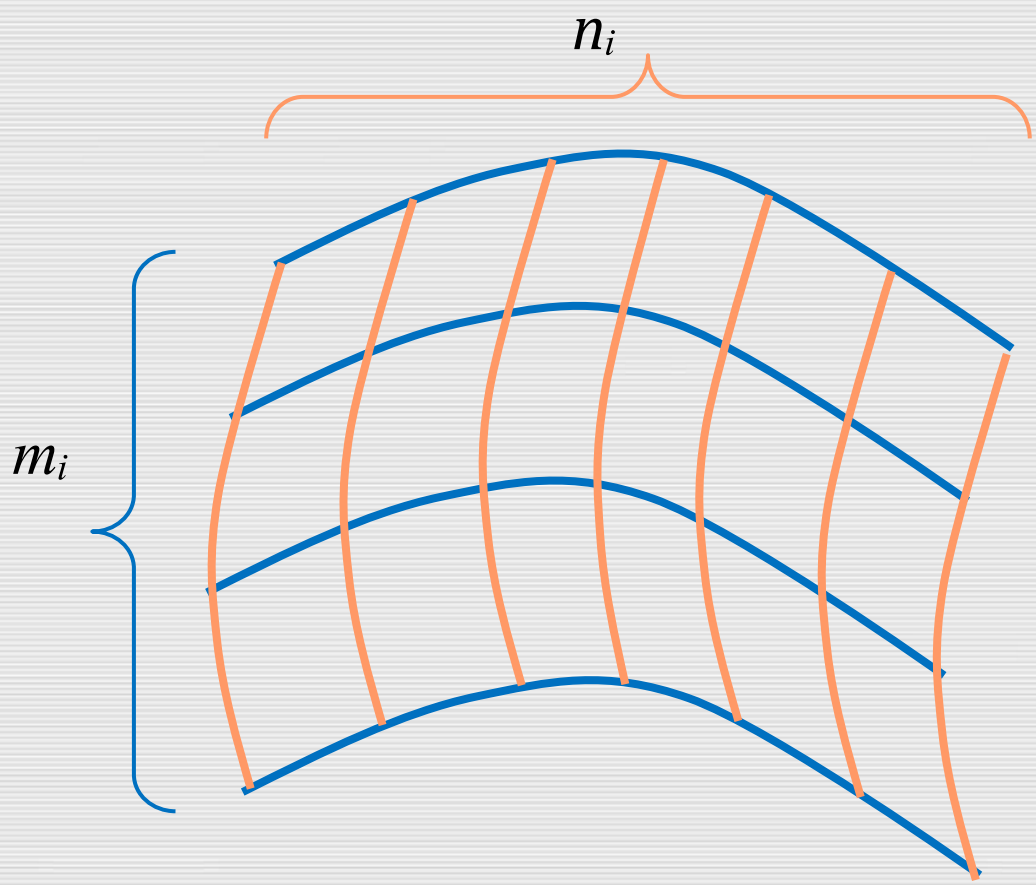
Коническая поверхность

Q(m, *l*), Q[*l* ⊃ S]

Задание поверхности

Поверхности, как правило задают двумя способами: каркасом и очерком

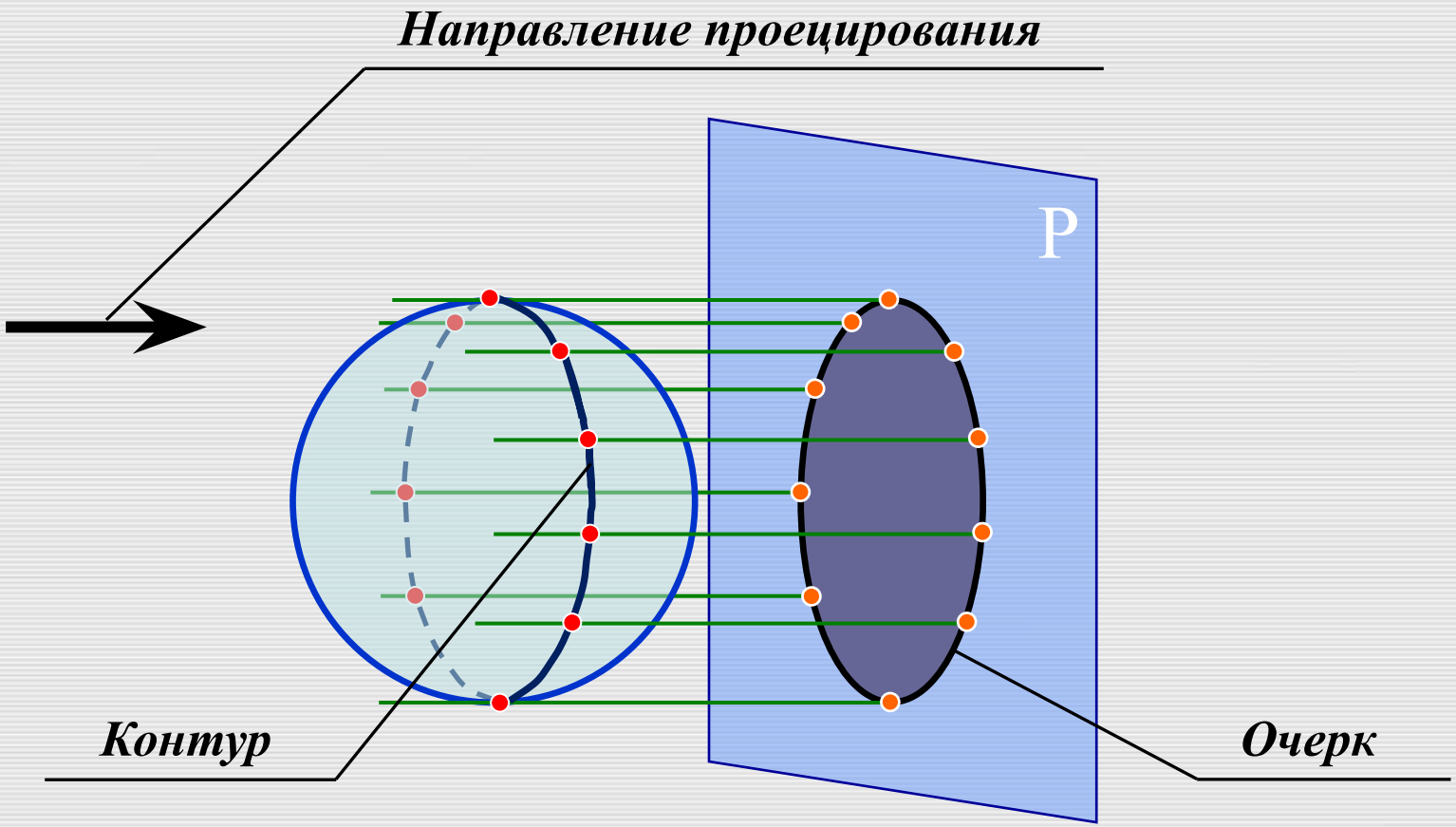
Поверхность задана каркасом, как двумя семействами линий m_i и n_i



Задание поверхности

Поверхности, как правило задают двумя способами: каркасом и очерком

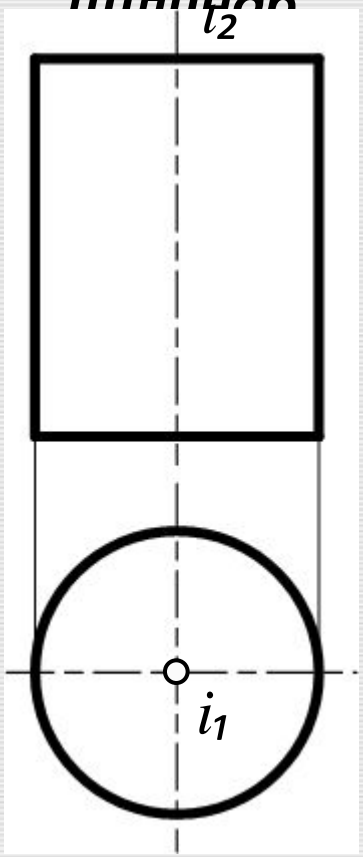
Поверхность задана своим очерком



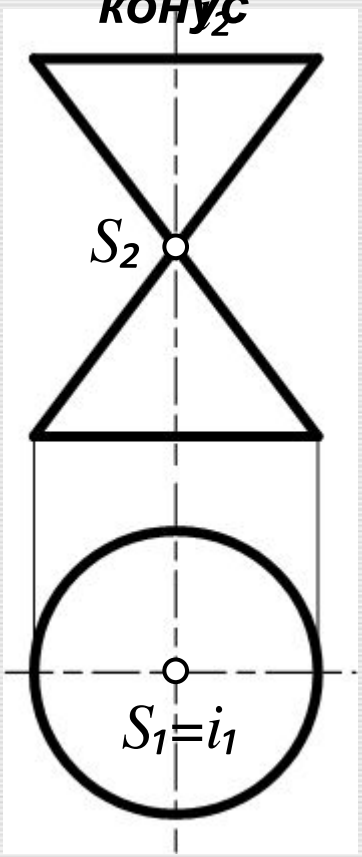
Задание поверхности

Примеры задания на комплексном чертежей поверхностей своим очерком

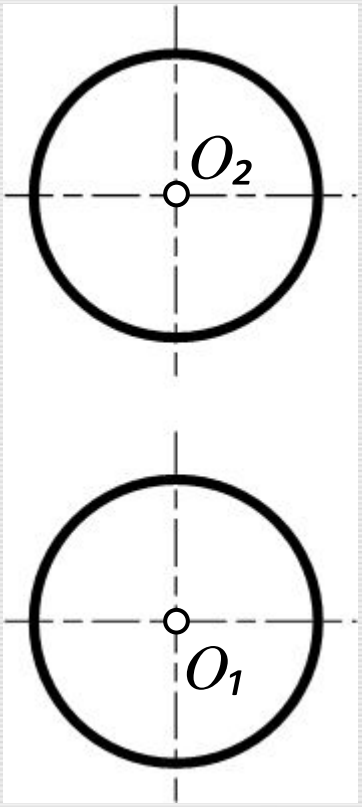
Прямой круговой цилиндр



Прямой круговой конус



Сфера



Систематизация и виды поверхностей

Четкой классификации поверхностей не существует. Рассмотрим обзорную часть по основным элементарным аспектам, т.е. с теми понятиями, которые нам уже известны

По виду образующей *l*, поверхности могут быть:

1. **Линейчатые (образующая – прямая линия);**

По закону перемещения образующей *l*, поверхности:

- **параллельного переноса;**
- **вращения;**
- **винтовые**

Систематизация и виды поверхностей

1. Линейчатые поверхности

1.1. Развертываемые, которые *можно* совместить каждой своей точкой с плоскостью без разрывов и складок

1.2. Неразвертываемые, которые *нельзя* совместить каждой своей точкой с плоскостью без разрывов и складок

2. Нелинейчатые поверхности

2.1. С постоянной формой образующей (образующая при своём движении в образовании поверхности

не меняет свою форму)

2.2. С переменной формой образующей (образующая при своём движении в образовании поверхности

меняет свою форму)

Систематизация и виды поверхностей

1.1. Развертываемые поверхности

Для этих поверхностей можно выделить два аспекта:

- в зависимости от вида направляющей (ломанная, или кривая линия);

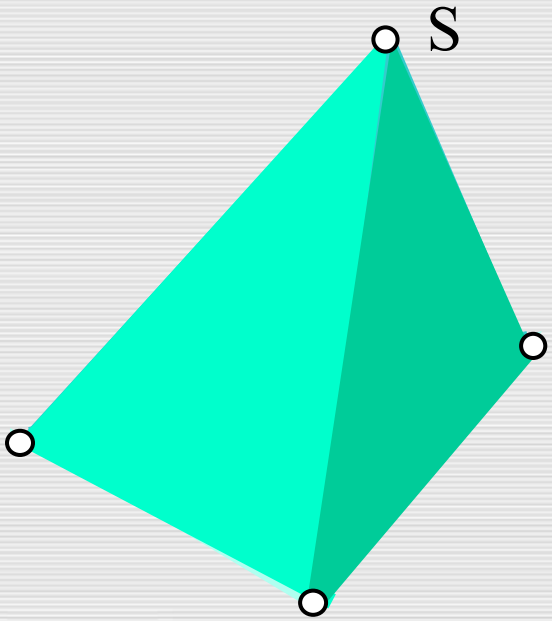
- в зависимости от взаимного расположения образующих (с общей точкой пересечения, или параллельные)

Образующие	**Направляющие**	
	Ломанная (гранные поверхности)	Кривая
С общей собственной точкой (пересекающиеся)	Образующие имеют общую вершину	
	Пирамидальные	Конические
С общей несобственной точкой (параллельные)	Образующие параллельны	
	Призматические	Цилиндрические

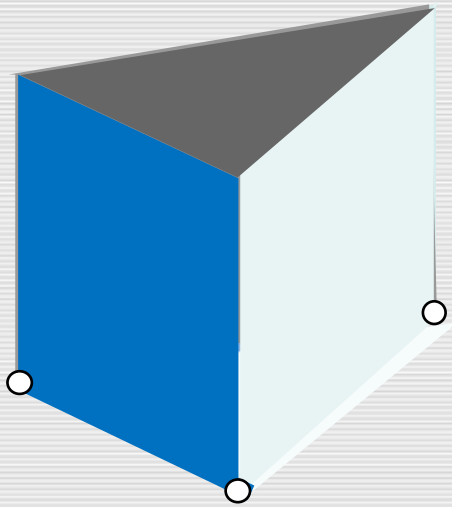
Систематизация и виды поверхностей

1.1. Развертываемые поверхности (продолжение)
Гранные поверхности (пирамидальные, призматические)

Примеры гранных поверхностей (образуют многогранные тела): образующие, проходящие через точки излома направляющей – это рёбра, плоскость, заключенная между рёбрами – это грань (у пирамиды есть вершина S, общая для всех рёбер).



Пирамида



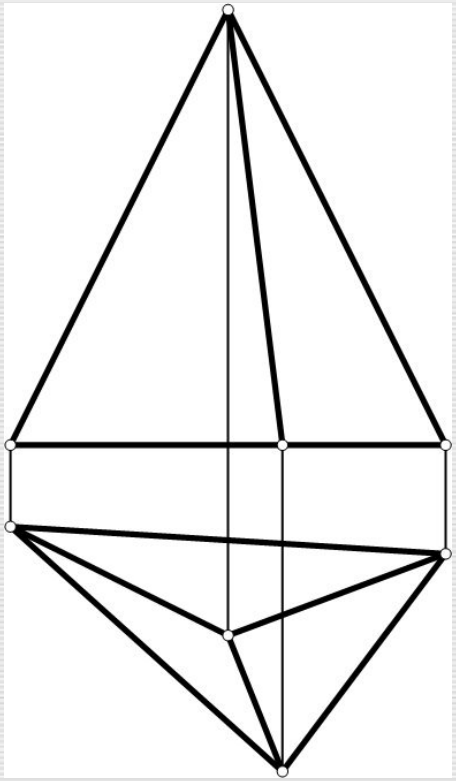
Призма

Систематизация и виды поверхностей

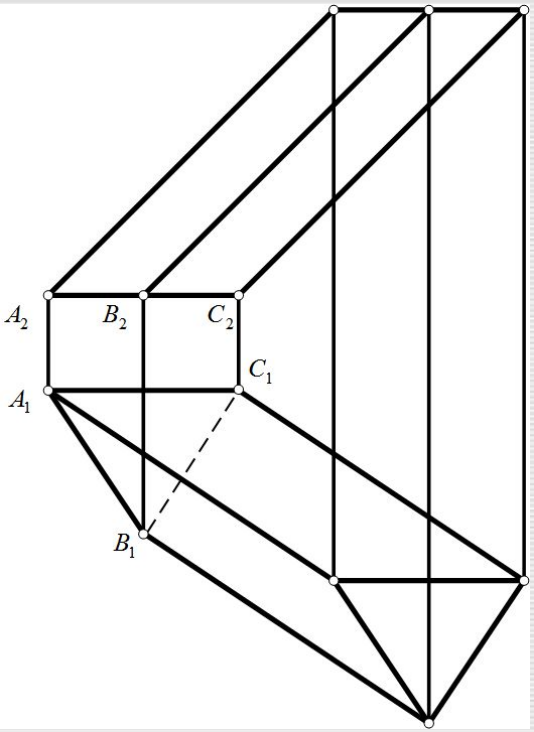
1.1. Развертываемые поверхности (продолжение)
Гранные поверхности (пирамидальные, призматические)

Примеры гранных поверхностей

Пирамида



Наклонная призма



Систематизация и виды

1.1. Развертываемые поверхности (продолжение)

Для этих поверхностей можно выделить ещё два вида:

- **Гранные поверхности – правильные выпуклые многогранники (тела Платона);**
- **Торсовые поверхности – поверхности с криволинейной направляющей, образующие которых касательные к некоторой кривой, называемой ребром возврата**

Правильные выпуклые многогранники – тела Платона

Наименование	Количество граней	Форма граней
1. Тетраэдр	4	Правильный треугольник
2. Гексаэдр (куб)	6	Квадрат
3. Октаэдр	8	Правильный треугольник
4. Додекаэдр	12	Правильный пятиугольник
5. Икосаэдр	20	Правильный треугольник

Систематизация и виды поверхностей

Торс

1.1. Развертываемые поверхности (продолжение)

Торсовая поверхность имеет криволинейную направляющую, образующие которой являются касательными к этой кривой, называемой ребром возврата

Систематизация и виды поверхностей

1.2. Неразвёртываемые поверхности (примеры)

К неразвёртываемым поверхностям можно отнести:

1.2.1.Поверхности с плоскостью параллелизма (поверхности Каталана)

1.2.2. Винтовые поверхности (например, прямой геликойд)

Эти поверхности нашли широкое применение в архитектурно-строительной практике и машиностроении)

Родоначальником винтовой поверхности является Архимед (Архимедов винт)

В строительных конструкциях, например, винтовые лестницы.

В машиностроении – резьба на винтах, болтах, шурупах, шнеках, т.е. в механических конструкциях при вращении этих изделий для передачи хода поступательного движения.

Систематизация и виды поверхностей

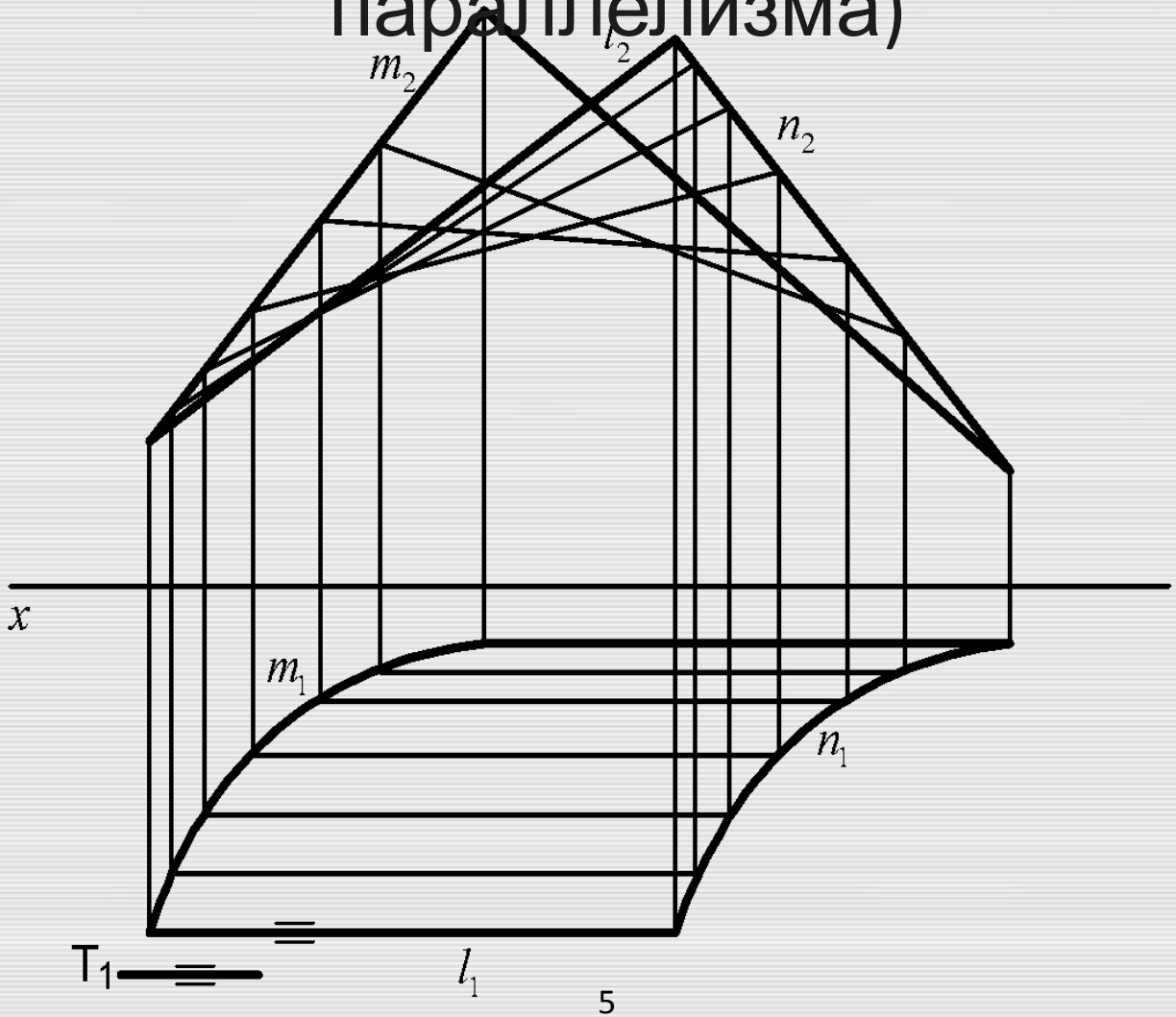
1.2.1.Поверхности с плоскостью параллелизма (поверхности Каталана) - это линейчатые поверхности, которые имеют две направляющие m, n и прямолинейную образующую *l* , которая во всех своих положениях параллельна некоторой плоскости, называемой плоскостью параллелизма

Поверхности с плоскость параллелизма

Поверхности	Вид образующей	Вид направляющих	
		m	n
1. Гиперболический параболоид (косая плоскость)	Прямая линия	Прямая линия	Прямая линия
2. Коноид	Прямая линия	Прямая линия	Кривая линия
3. Цилиндроид	Прямая линия	Кривая линия	Кривая линия

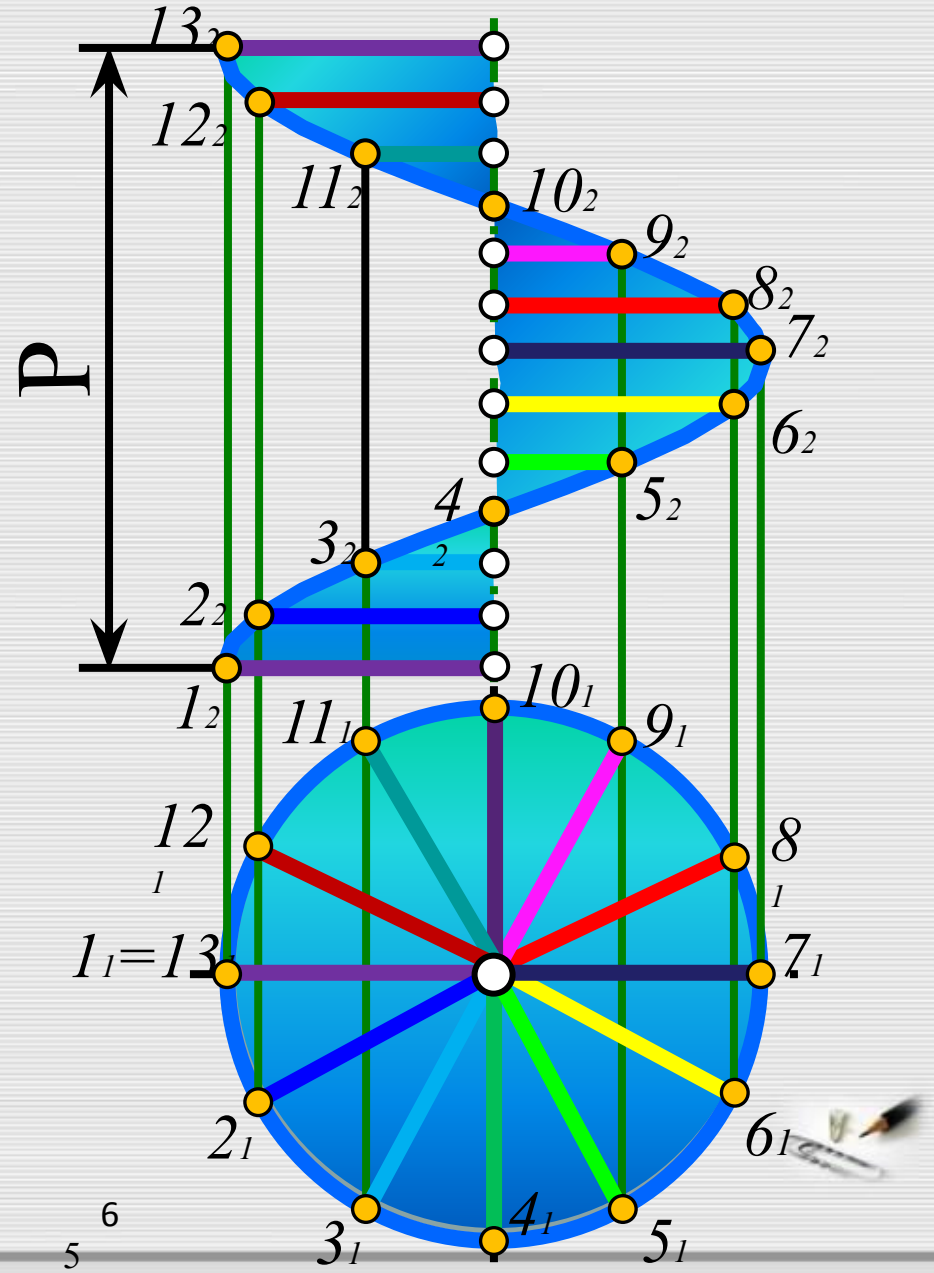
Систематизация и виды поверхностей

Поверхности Каталана – Цилиндроид (Т – плоскость параллелизма)



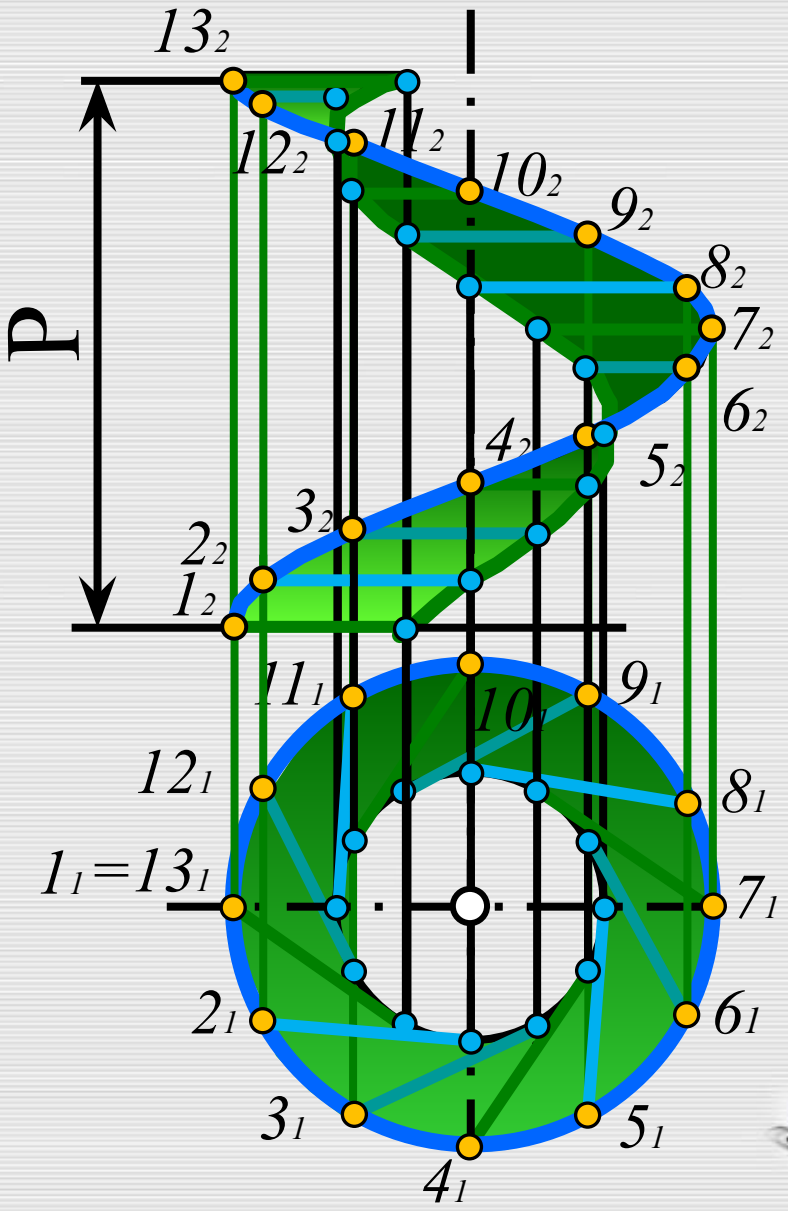
1.2.2.Винтовые поверхности

Прямой закрытый геликоид



1.2.2.Винтовые поверхности

Прямой открытый геликоид



2. Нелинейчатые поверхности

2.1. Поверхности с постоянной формой образующей

В этом разделе рассматриваются поверхности с криволинейной образующей.

К таким поверхностям относятся:

2.1.1. Поверхности вращения

2.1.2. Трубчатые поверхности

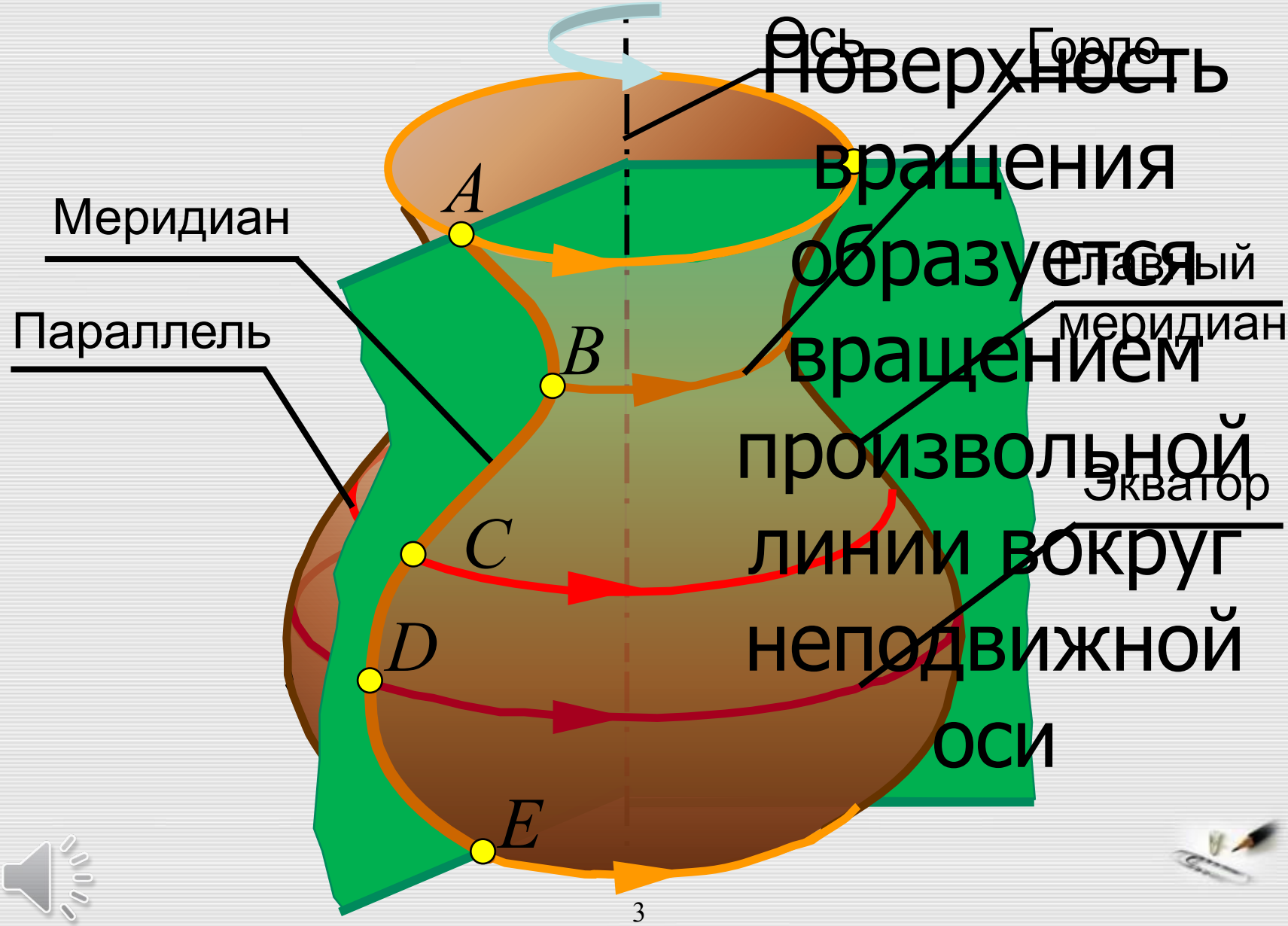
2.2. Поверхности с переменной формой образующей

К таким поверхностям относятся:

2.2.1. Каналовые поверхности

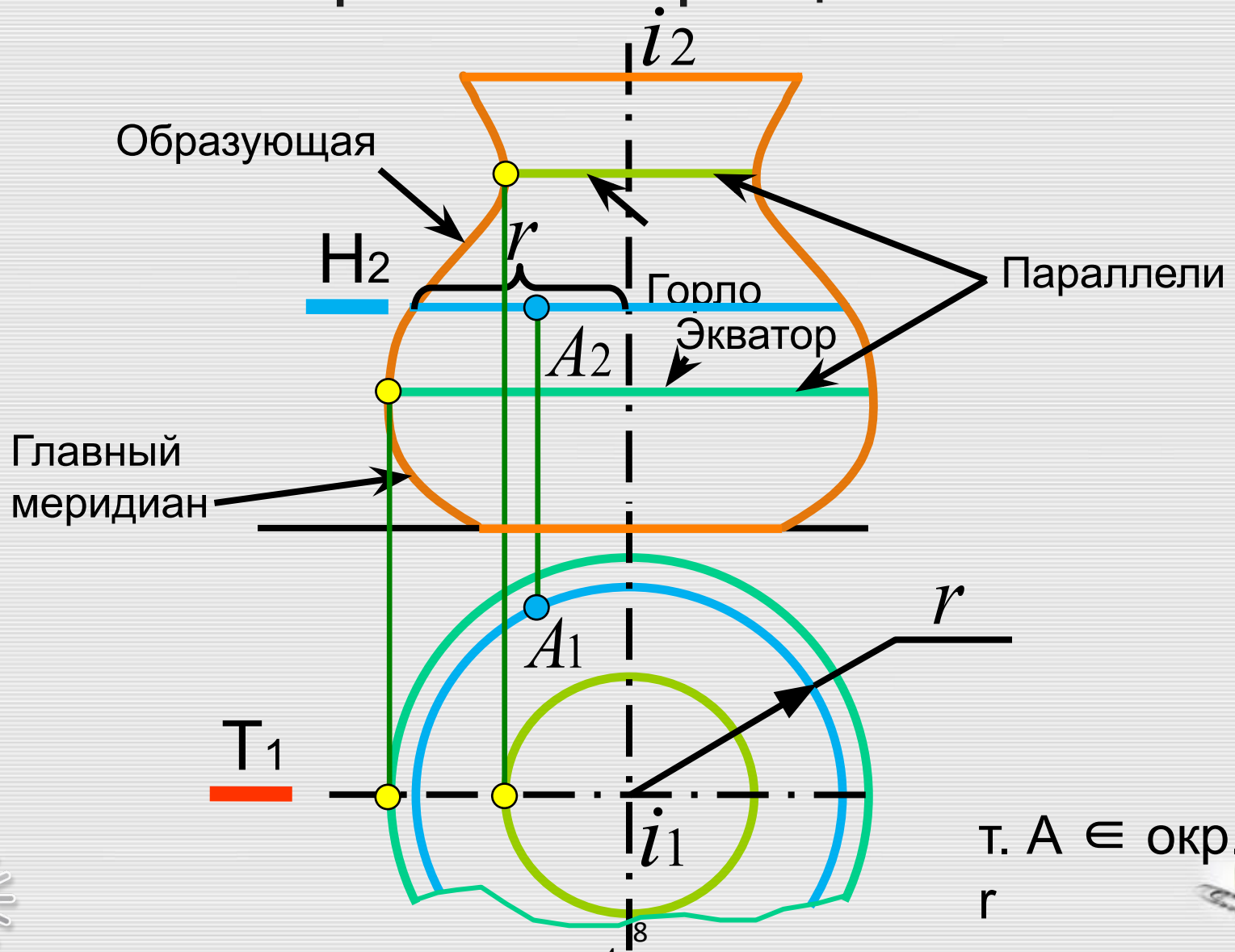
2.2.2. Топографические поверхности

2.1. Поверхность вращения



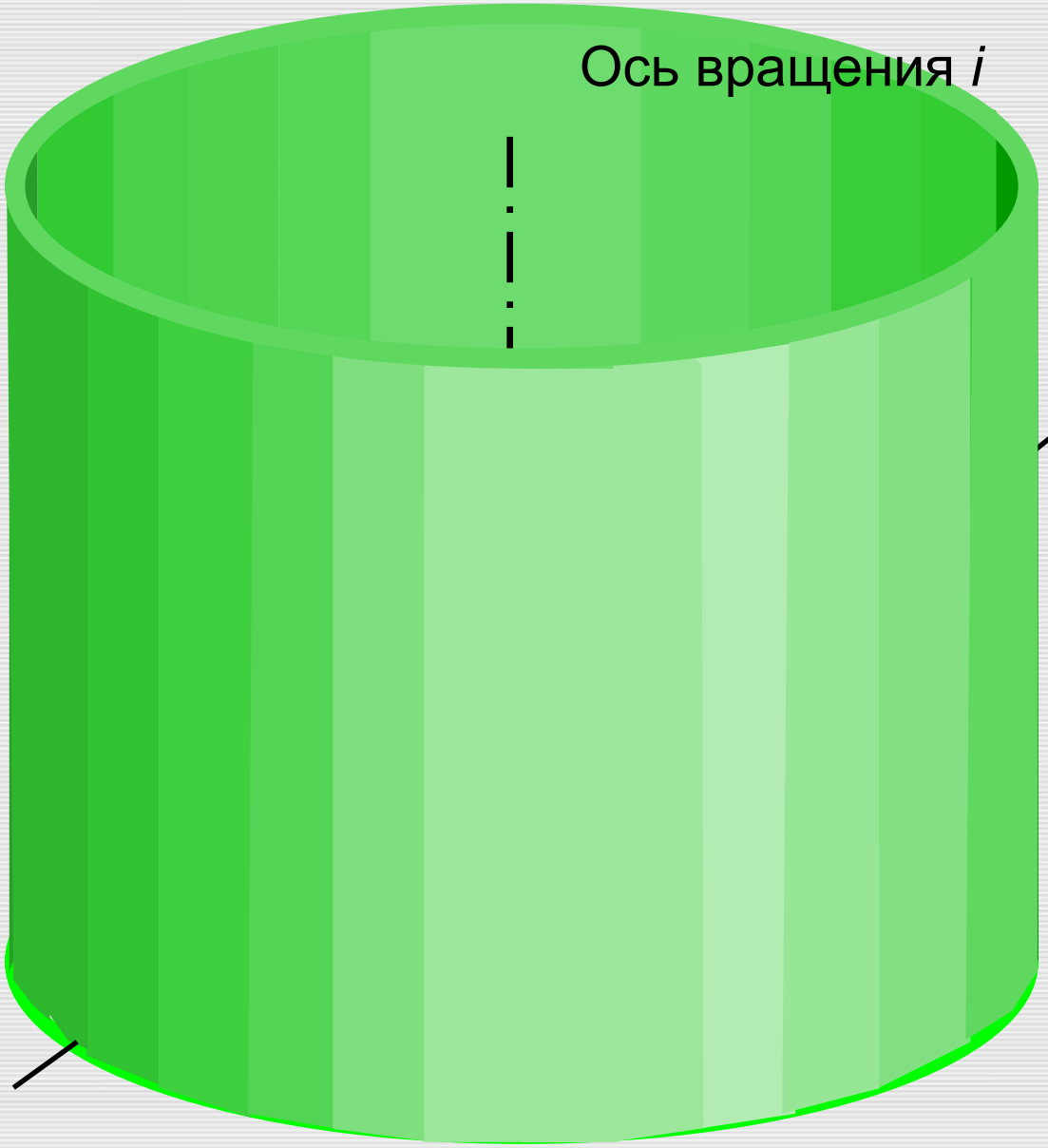
Поверхность вращения образуется вращением произвольной линии вокруг неподвижной оси

Комплексный чертеж поверхности вращения

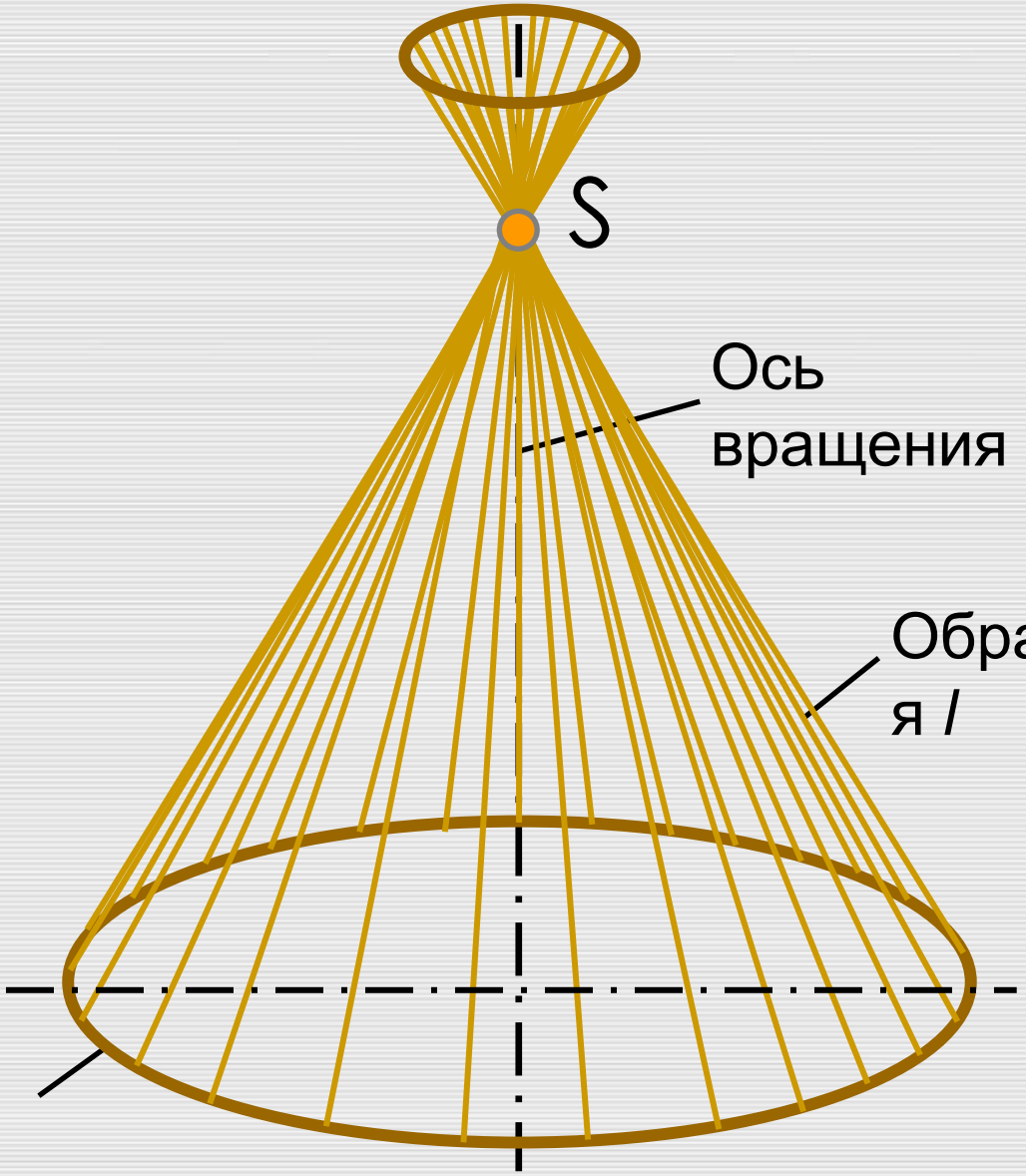


т. А ∈ окр. r

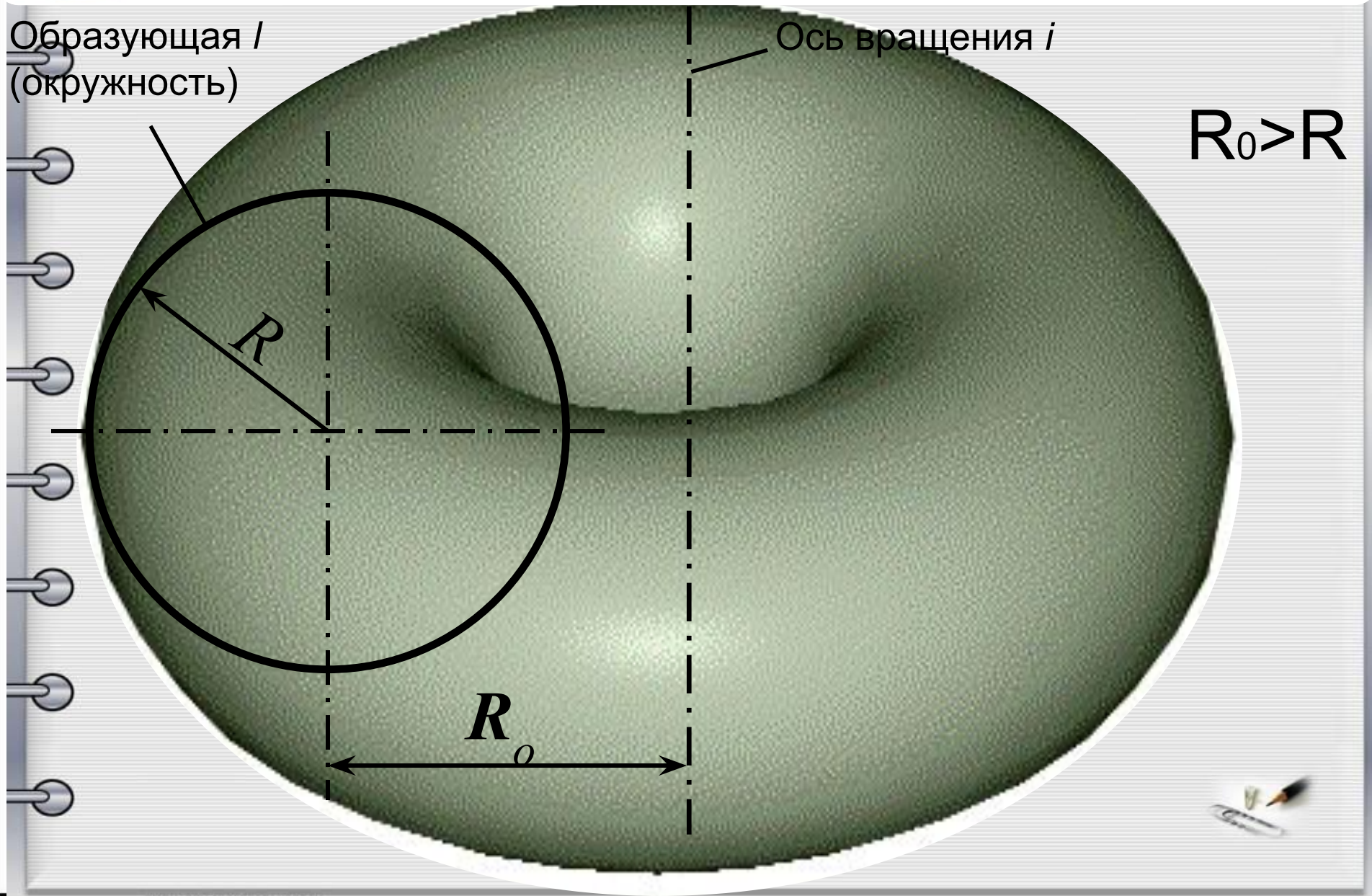
Цилиндр вращения



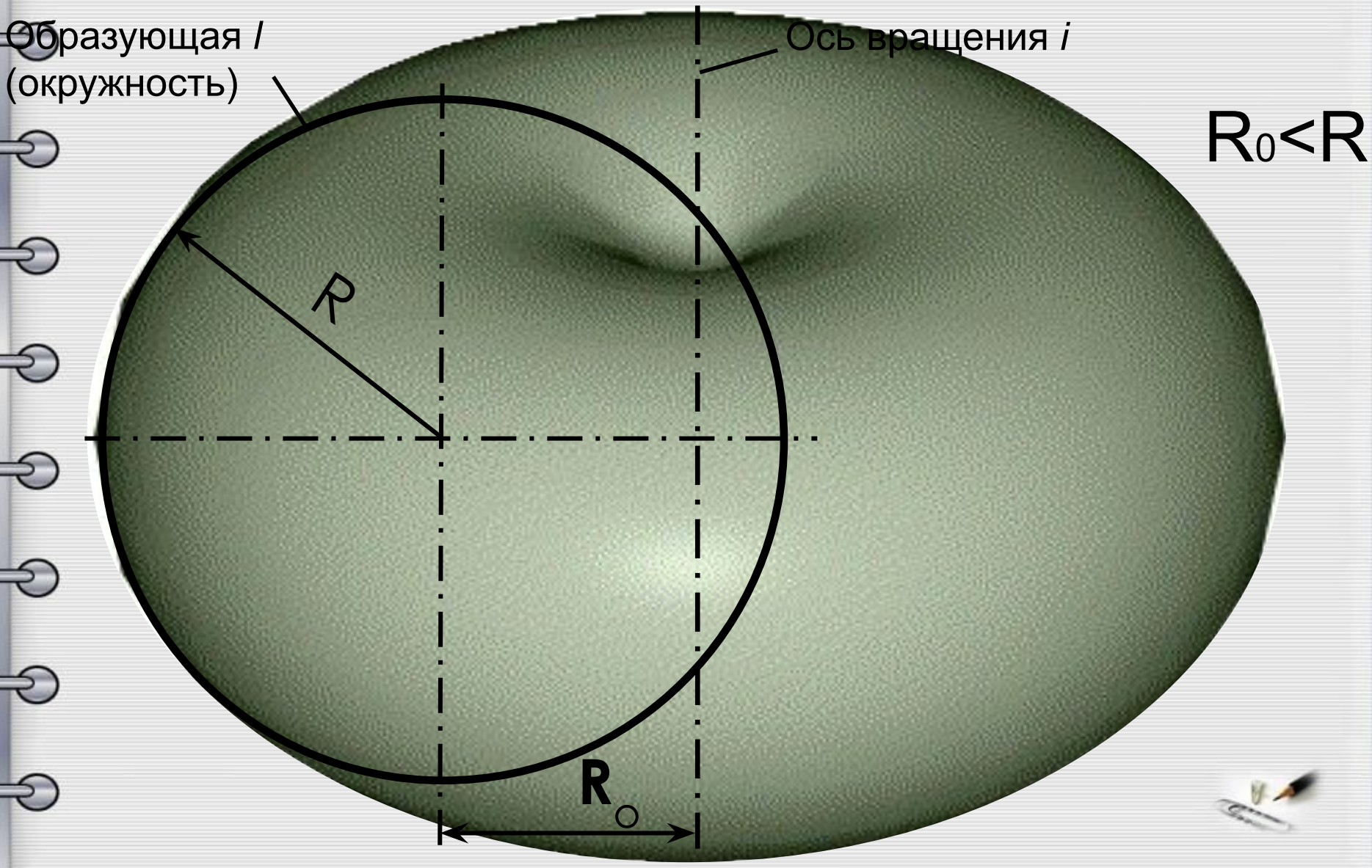
Конус вращения



Тор открытый

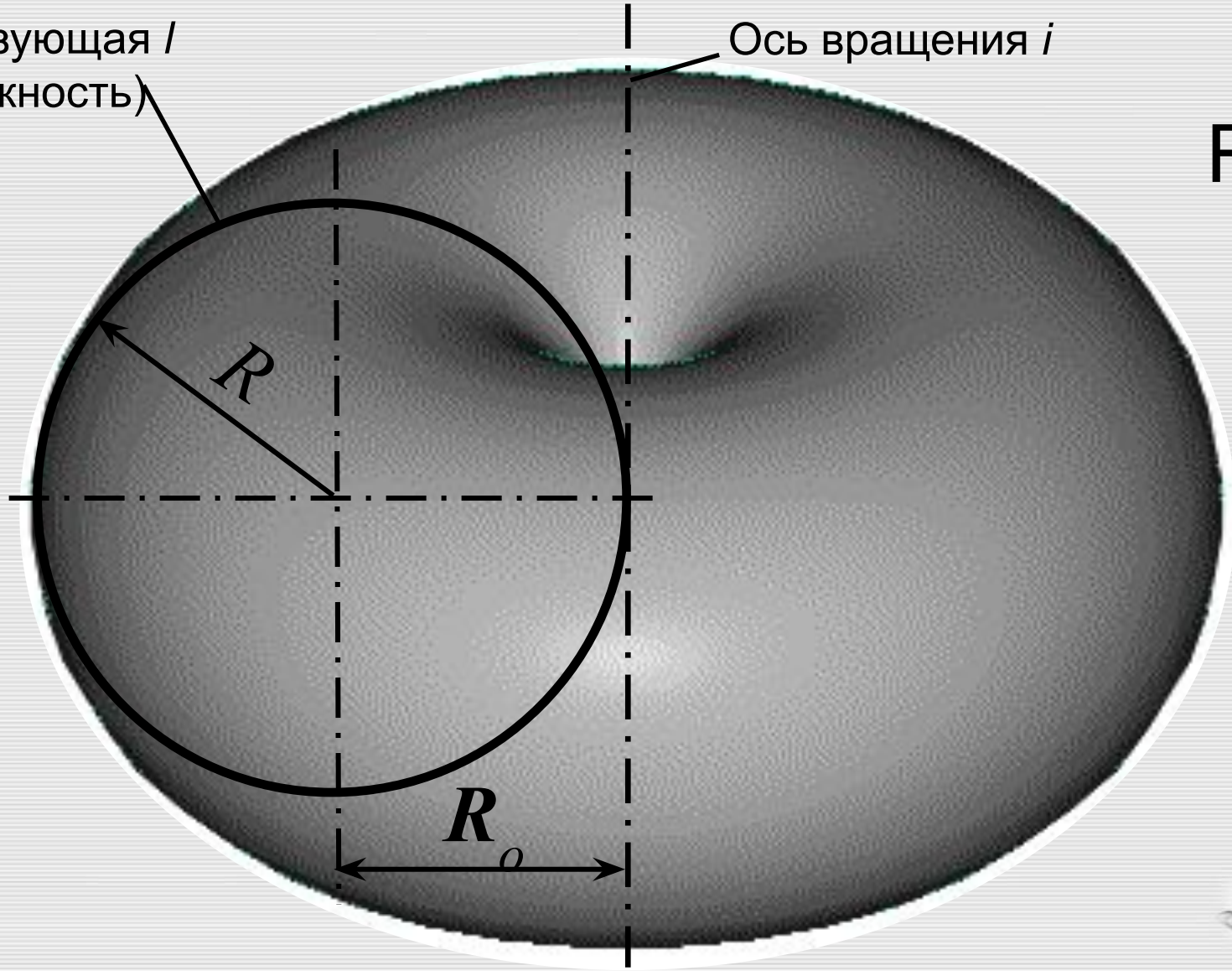


Тор закрытый (самопересекающийся)



$R_0 < R$

Тор закрытый (касающийся)



$R_0=R$

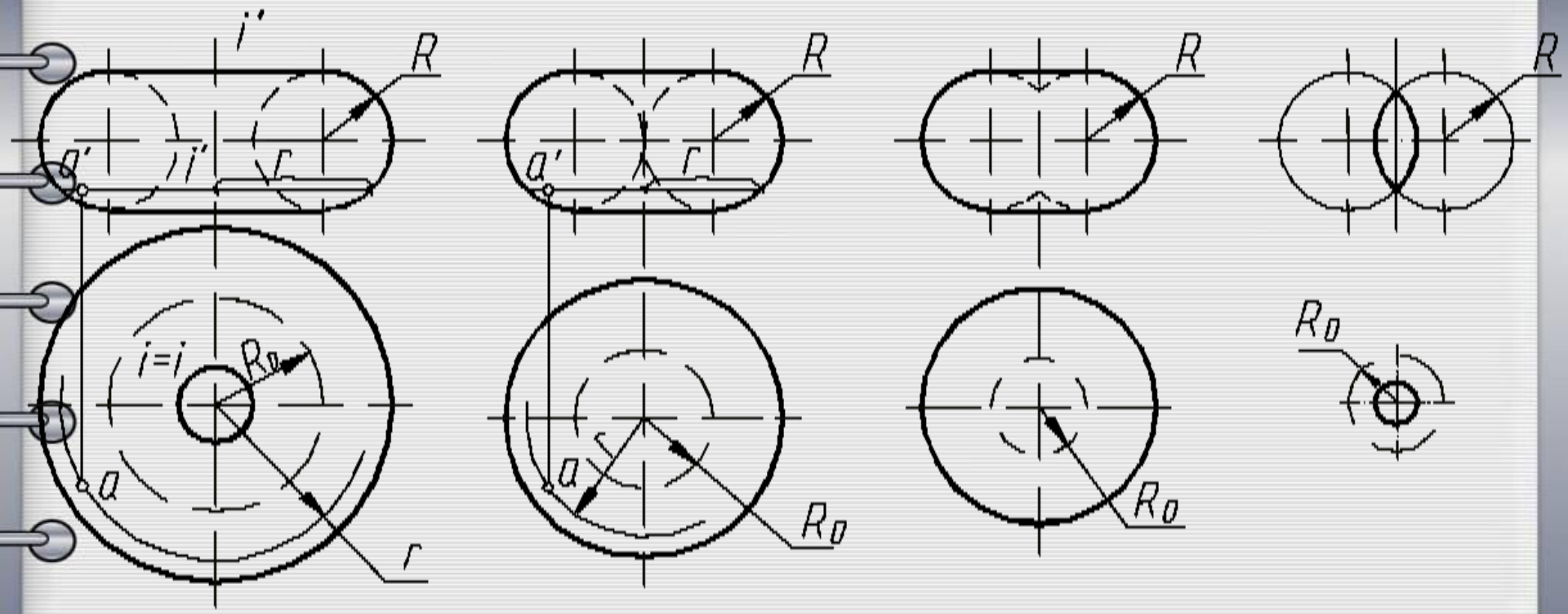
Разновидности тора

Открытый

Закрытый

Касающийся

Самопересекающийся



$R_0 > R$

Тор-кольцо

$R_0 = R$

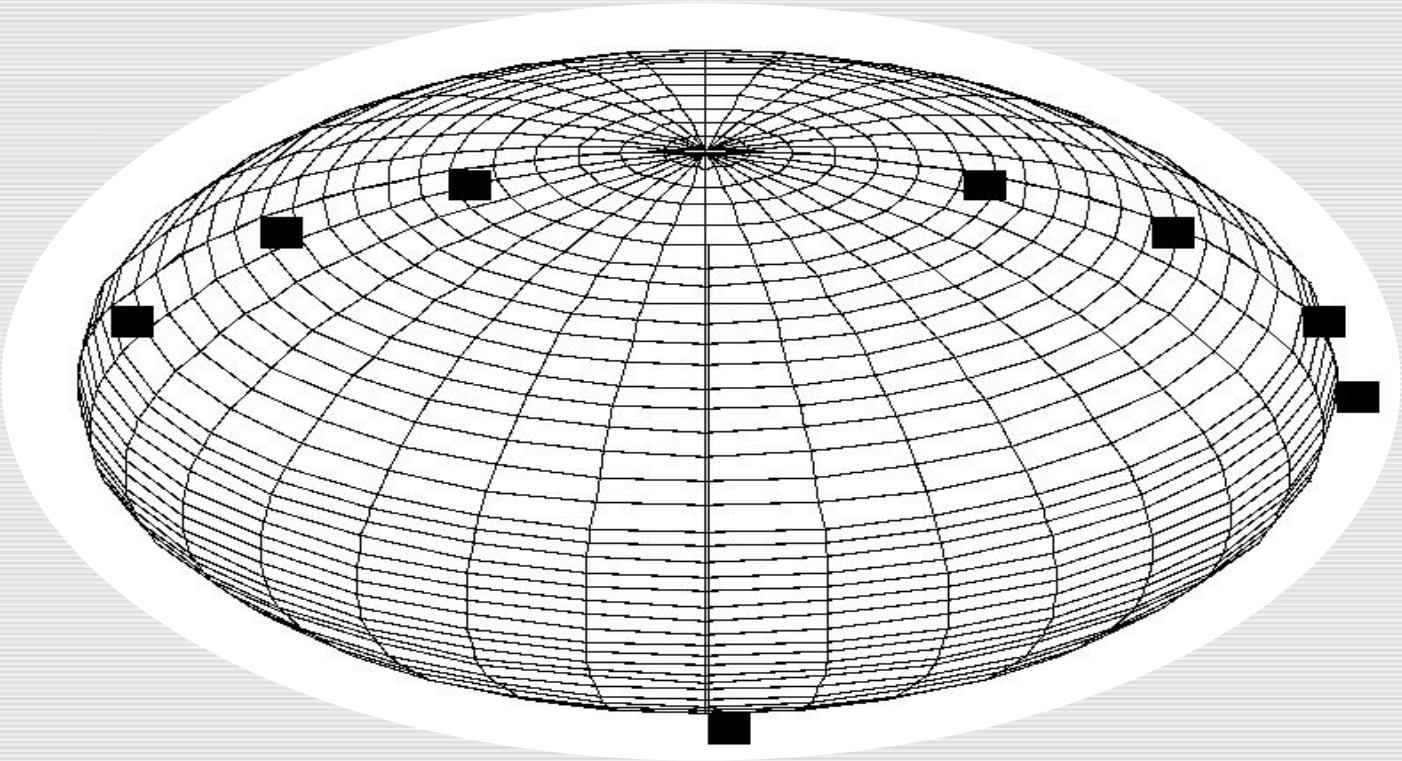
$R_0 < R$

Тор-яблоко

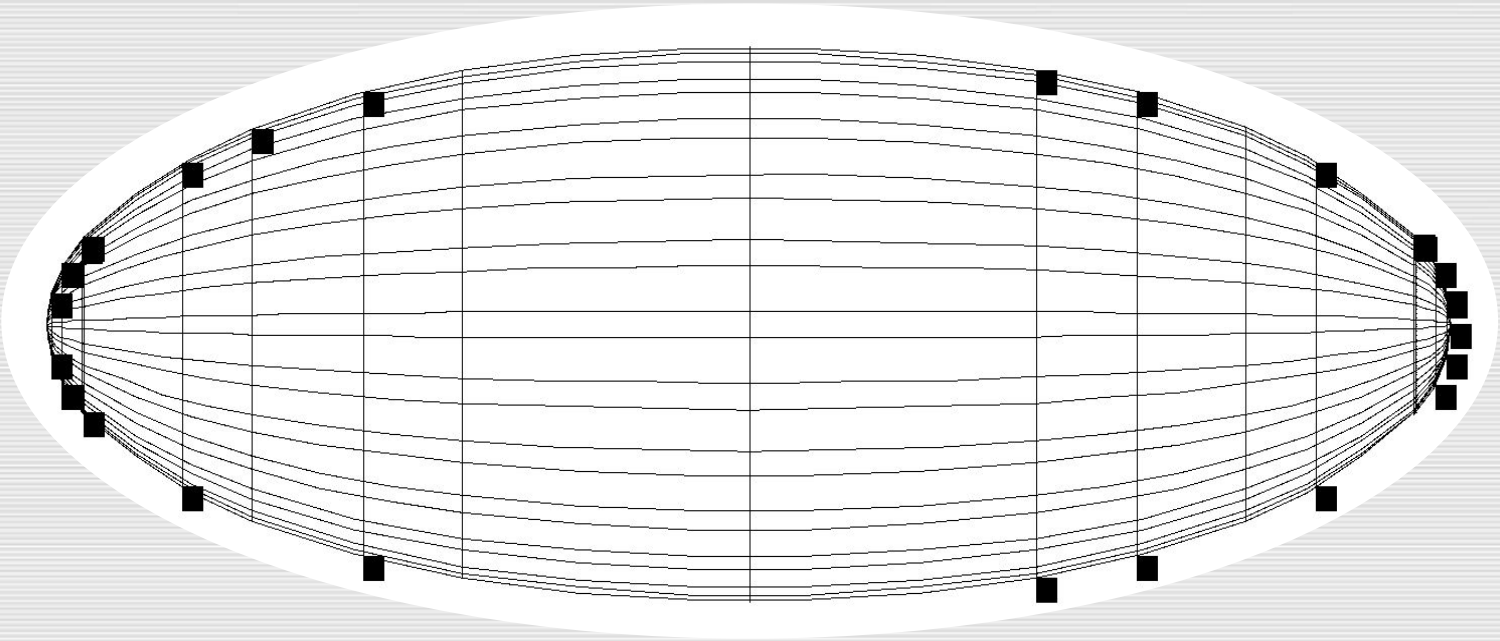
$R_0 < R$

Тор-лимон

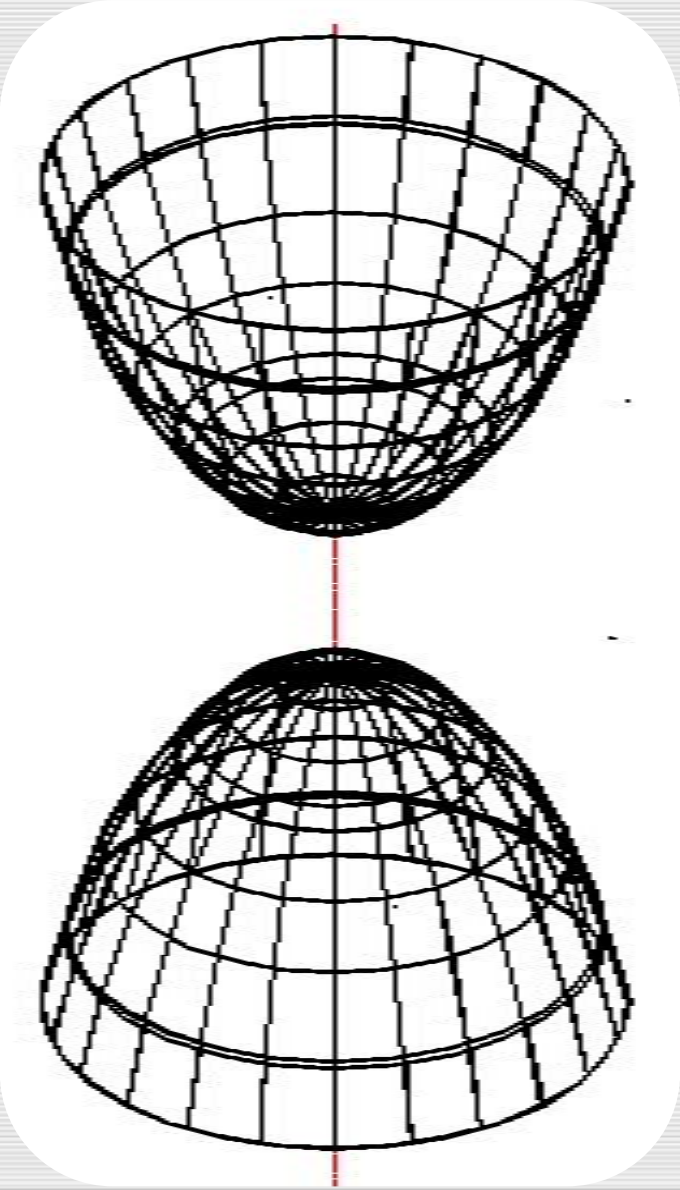
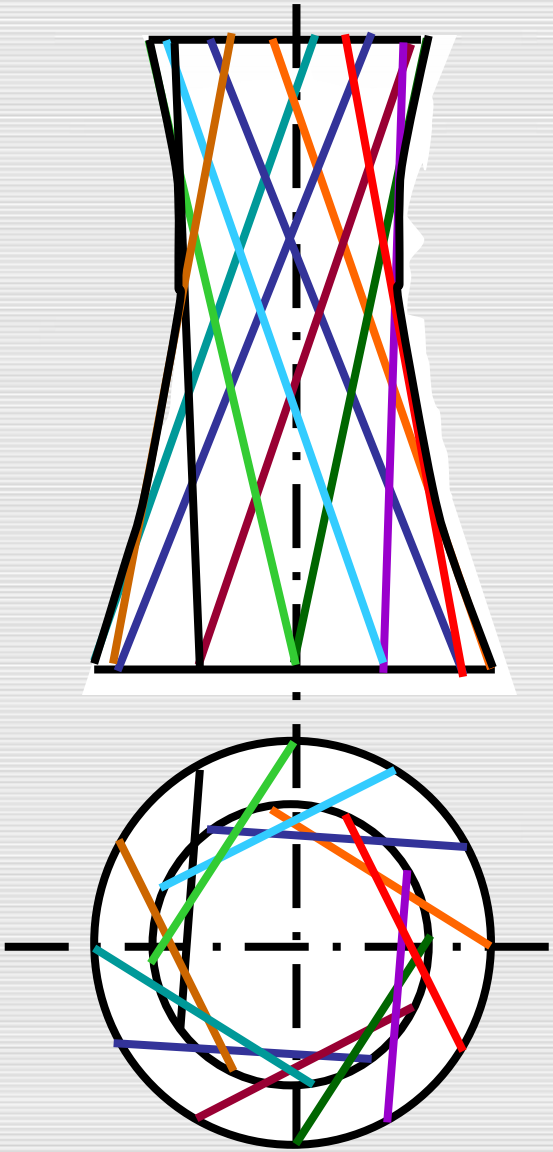
Эллипсоид сжатый



Эллипсоид вытянутый



Двуполостный гиперболоид вращения



Однополостный гиперболоид вращения