Лекция 25.

Механические и электромагнитные волны

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **281-293**.

к.ф.-м.н.
Курочкин А.Р.

Общие сведения

Волны – возмущения **(колебания)**, распространяющиеся в среде (или в вакууме ЭМВ), и несущие с собой энергию.

Главная особенность:
волны переносят энергию без переноса вещества.

I. Упругие (механические)

продольные **поперечные**

II. электромагнитные

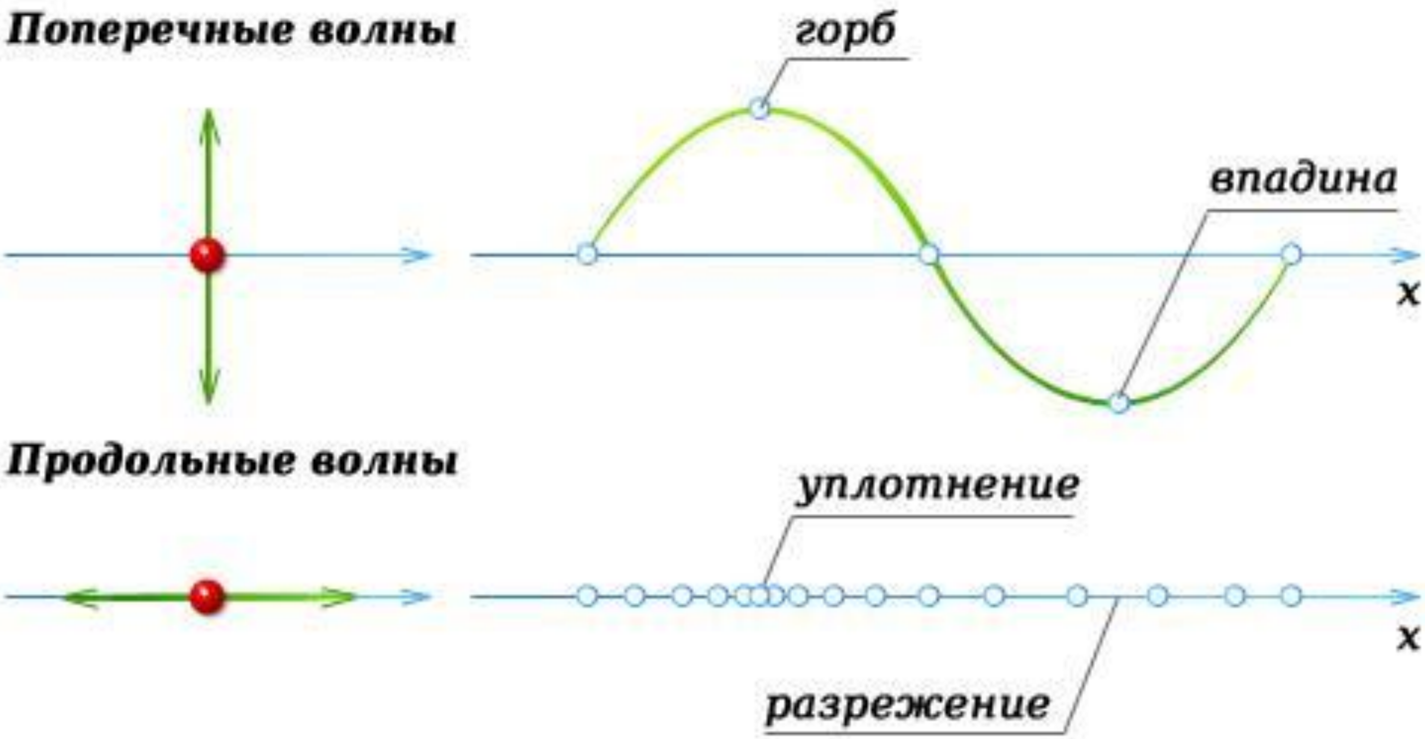
Поперечные и продольные волны

Поперечная волна – волна, в которой частицы среды колеблются в направлениях, **перпендикулярных** к направлению распространения волны.

Поперечные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают **упругие силы при деформации сдвига**, т.е. в **твёрдых телах**.

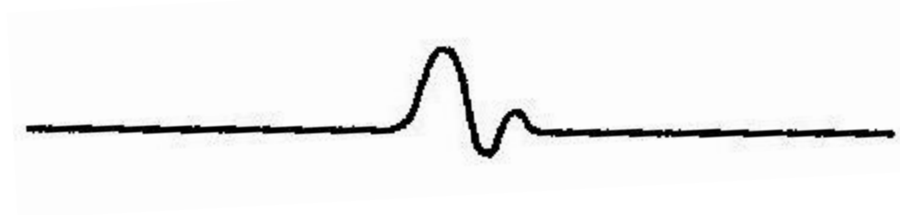
Продольная волна – волна, в которой частицы среды колеблются **вдоль направления** распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают **упругие силы при деформации сжатия и растяжения**, т.е. в **твёрдых, жидких** и **газообразных телах**.


Поперечные волны
горб
впадина
x
Продольные волны
уплотнение
x
разрежение

Волны обладают различной формой.

Одиночная волна (импульс)

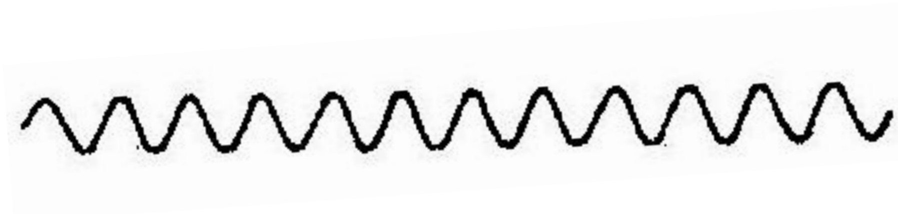


Короткое возмущение, не имеющее регулярного характера

Цуг волн

Ограниченный ряд повторяющихся возмущений

Гармоническая волна



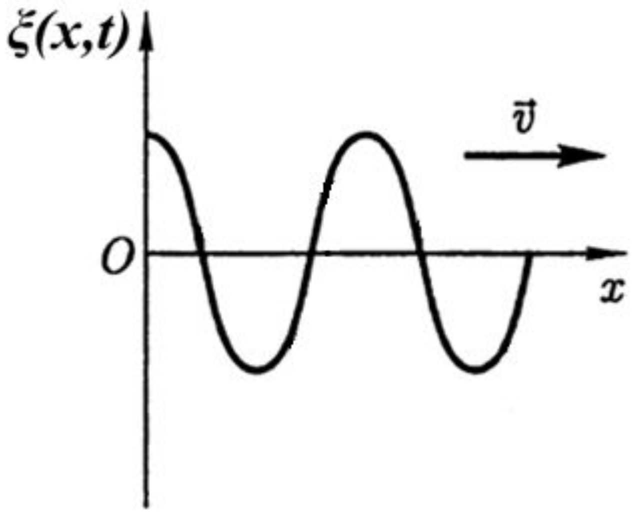
Бесконечная синусоидальная волна, в которой изменение состояния среды происходит по закону синуса или косинуса.

Вопрос. **Как инициировать возникновение упругой гармонической волны?**

Ответ. Необходимо возбудить в каком-либо месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды колебания её частиц. В результате, вследствие взаимодействия между частицами, это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице со скоростью v.

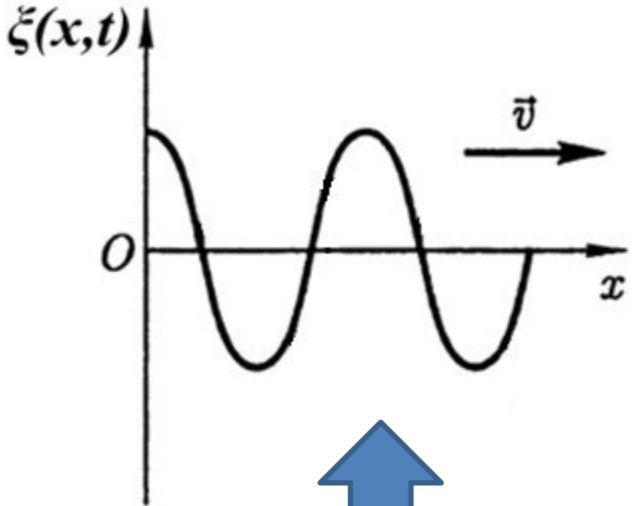
Важно: частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь **совершают колебания около своих положений равновесия**.

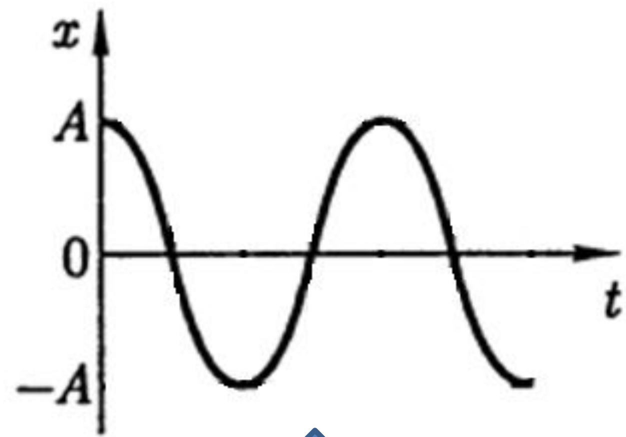
Гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью ***υ*** вдоль оси ***x***;



Приведена зависимость между **смещением *ξ(x,t)* частиц среды**, участвующих в волновом процессе, и расстоянием *x* этих частиц от источника колебаний ***O*** для какого-то фиксированного момента времени ***t***.

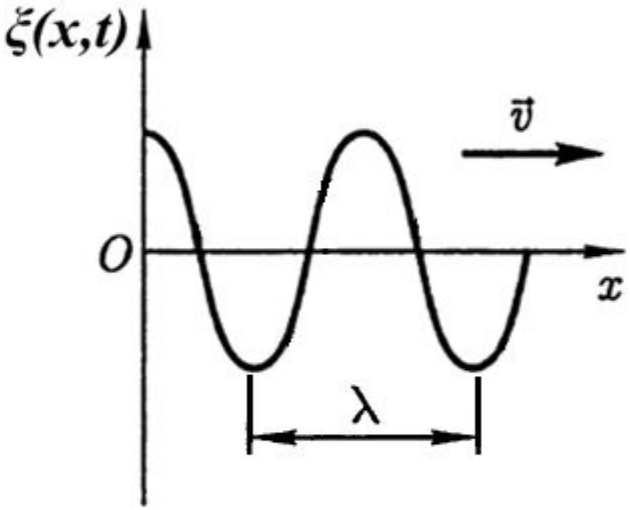
В чём различие между <u>графиками волны</u> и <u>колебаний</u>?





Зависимость смещения
***ξ(x, t)* ВСЕХ частиц среды**
от расстояния ***x***
до источника колебаний в
данный момент времени ***t***.

Зависимость смещения
***x(t)* ДАННОЙ частицы среды**
от времени ***t***.



Длина волны λ –

- расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе.
- расстояние на которое распространяется волна за один период.

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu} \quad [\ \ ]$$

υ – скорость волны;
T – период волны;
ν – частота волны.

При распространении **упругой гармонической волны** колеблются **не только** **частицы**, расположенные на оси *x*, а **совокупность** **частиц**, заключённых в некотором **объёме**.

Распространяясь от источника колебаний, **волновой процесс** охватывает всё новые и новые части пространства.

Волновой фронт – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t*.

Волновой фронт волны представляет собой ту **<u>поверхность</u>**, которая отделяет часть пространства, уже вовлечённую в **волновой процесс**, от области, в которой колебания ещё не возникли.

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волновую поверхность можно провести через **любую** точку пространства, охваченного **волновым процессом**.

Волновой фронт

в каждый момент времени только один

всё время перемещается

Волновая поверхность

волновых поверхностей существует бесконечное множество

остаются неподвижными

Волновые поверхности могут иметь в простейшем случае **<u>плоскую</u>** или **<u>сферическую формы</u>**.

- **Плоская волна** имеет волновые поверхности в виде **параллельных** друг другу плоскостей.
- **Сферическая волна** состоит из множества **концентрических** сфер.

Бегущие волны

Бегущие волны – волны, которые переносят в пространстве энергию.

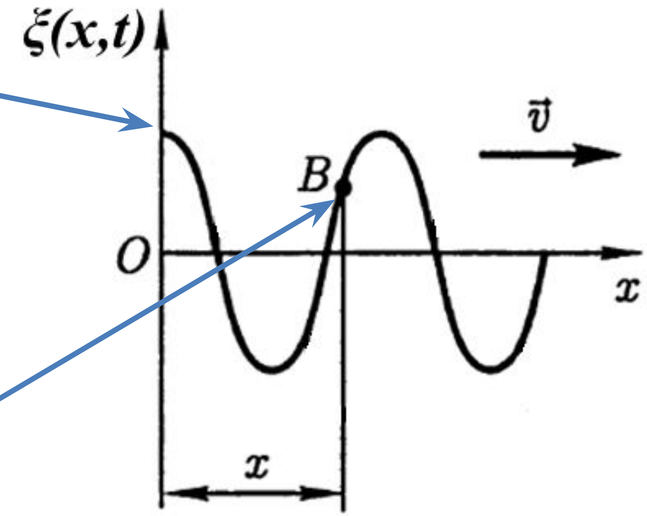
Рассмотрим плоскую волну, колебания которой носят гармонический характер, а ось x совпадает с направлением распространения волны.

Колебания **частиц** в плоскости $x=0$

$$\xi(x=0,t) = A\cos\omega t$$

Колебания **частиц** в плоскости x

$$\xi(x,t) = A\cos\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)$$



Колебания **частиц** будут отставать по времени от колебания источника на $\tau = \dfrac{x}{\upsilon}$;

υ – скорость распространения волны.

Уравнение плоской волны

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos\omega\left[\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right]}$$

- $A=const$ – амплитуда волны;
- ω – циклическая частота;
- φ_0 – начальная фаза волны;
- $\omega\left[\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right]$ – фаза плоской волны.

Волновое число ***k*** – показывает, сколько длин волн укладывается на отрезке 2π.

$$\boxed{k=\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\nu}{\nu}=\frac{\omega}{\upsilon}. \quad \left[\frac{1}{м}\right]$$

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)}$$

Применим **формулу Эйлера**

$$e^{i\alpha} = cos\alpha + i\sin\alpha,$$

$$i^2 = -1$$

получим

$$\boxed{\xi(x,t) = Ae^{i\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)}}$$

где **физический смысл** имеет лишь **действительная часть**.

Допустим, что при **волновом процессе** **фаза постоянна**, т.е.

$$\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0=const.$$

Возьмём производную от выражения

$$\frac{d}{dt}\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)=0.$$

$$1-\frac{1}{\upsilon}\frac{dx}{dt}=0 \Rightarrow \boxed{\frac{dx}{dt}=\upsilon.}$$

где ***υ*** **(фазовая скорость) – скорость перемещения фазы волны**.

В общем случае распространение волн в однородной изотропной среде описывается **волновым уравнением** – дифференциальным уравнением в частных производных

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

или

$$\boxed{\Delta\xi=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},}$$

где ***υ* - фазовая скорость**;

$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – **оператор Лапласа**.

Волновое уравнение

Уравнение любой волны есть решение некоторого дифференциального уравнения, называемого волновым.

Чтобы установить вид волнового уравнения, сопоставим вторые частные производные по координатам и времени от функции

$$\boxed{\xi(x,y,z,t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right),}$$

описывающей **плоскую волну**.

где $\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

Продифференцировав данное уравнение дважды по каждой из переменных, получим:

$$\frac{\partial \xi(x,y,z,t)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} A\cos\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right) = k_x A \sin\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right),$$

$$\frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} k_x A\sin\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right) = -k_x^2 A \cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right) = \boxed{-k_x^2 \xi(x,y,z,t)}$$

Получим аналогично

$$\frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial y^2} = \boxed{-k_y^2 \xi(x,y,z,t);}$$

$$\frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial z^2} = \boxed{-k_z^2 \xi(x,y,z,t)}$$

$$\frac{\partial \xi(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} A\cos\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right) = -\omega A \sin\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right),$$

$$\frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \omega A\sin\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right) = -\omega^2 A \cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right) = \boxed{-\omega^2 \xi(x,y,z,t)}$$

Сложим первые три уравнения

$$\frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi(x,y,z,t)}{\partial z^2} = -k_x^2 \xi(x,y,z,t) - k_y^2 \xi(x,y,z,t) - k_z^2 \xi(x,y,z,t)$$

$$\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial z^2}=-\left(k_x^2+k_y^2+k_z^2\right)\xi(x,y,z,t)$$

$$\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial z^2}=\boxed{-k^2\xi(x,y,z,t)}$$

$$\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial t^2}=\boxed{-\omega^2\xi(x,y,z,t)}$$

Приравнивая правые части уравнений, получим

$$-\left(\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial z^2}\right)\frac{1}{k^2}=\xi(x,y,z,t);$$

$$-\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial t^2}\frac{1}{\omega^2}=\xi(x,y,z,t);$$

$$\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial z^2}=\frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\frac{k^2}{\omega^2}=\frac{(2\pi)^2}{\lambda^2(2\pi)^2\nu^2}=\frac{1}{\upsilon^2}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi(x,y,z,t)}{\partial t^2}}$$ - волновое уравнение.

Электромагнитные волны

Электромагнитная волна - переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Источником электромагнитных волн может быть:

1. Любой электрический колебательный контур;
2. Проводник, по которому течёт переменный электрический ток;
3. Заряженная частица, движущаяся с ускорением.

Для возбуждения **электромагнитных волн** необходимо создать в пространстве **переменное электрическое поле** или **переменное магнитное поле изменяющееся с большой частотой**.

Для получения
электромагнитных волн
непригодны
закрытые колебательные контуры,
т.к. в них **электрическое поле** сосредоточено между обкладками конденсатора, а **магнитное** – внутри катушки индуктивности.

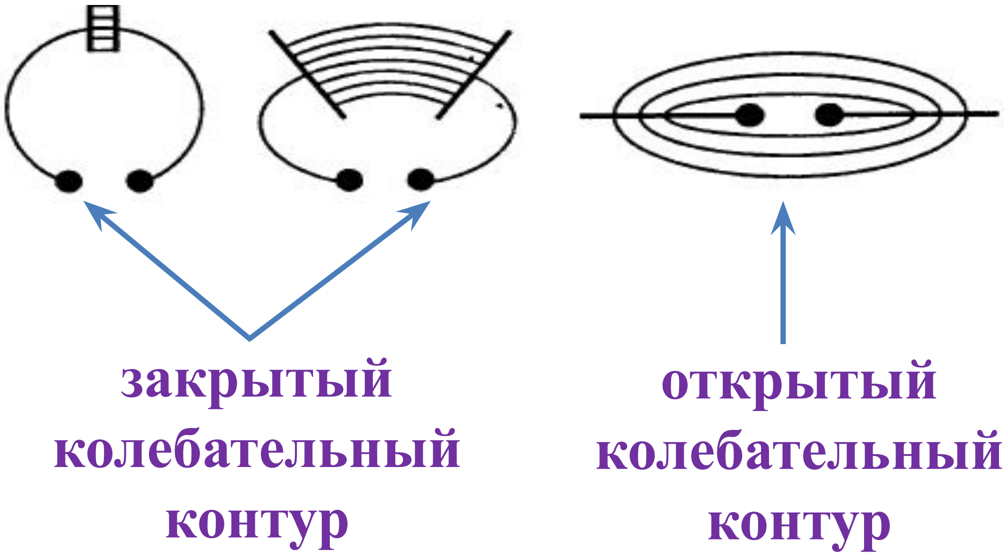
Необходимо, чтобы объём пространства, в котором создаётся **ЭМП**, был достаточно велик.

Опыты Герца

Как можно получить открытый колебательный контур?

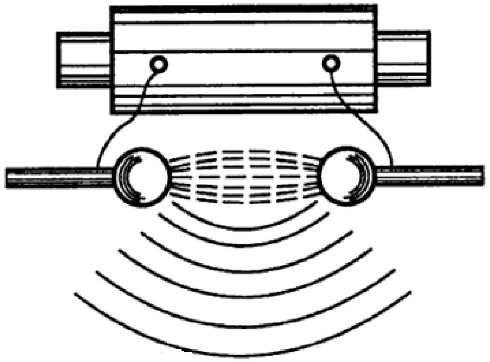
1. Уменьшить число витков катушки;
2. Уменьшить площадь обкладок конденсатора;
3. Раздвинуть обкладки конденсатора.

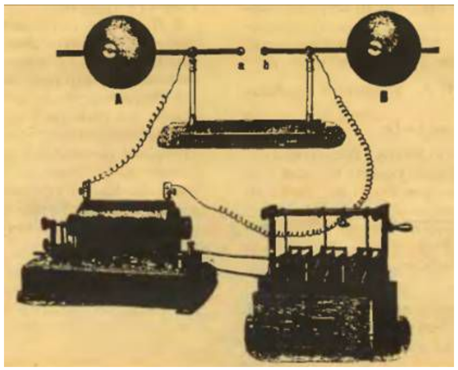
Герц,
Генрих Рудольф
(1857-1894)



Для получения **незатухающих колебаний** необходимо создать систему, которая обеспечивала подачу энергии с **частотой, равной частоте собственных колебаний контура**.

индуктор





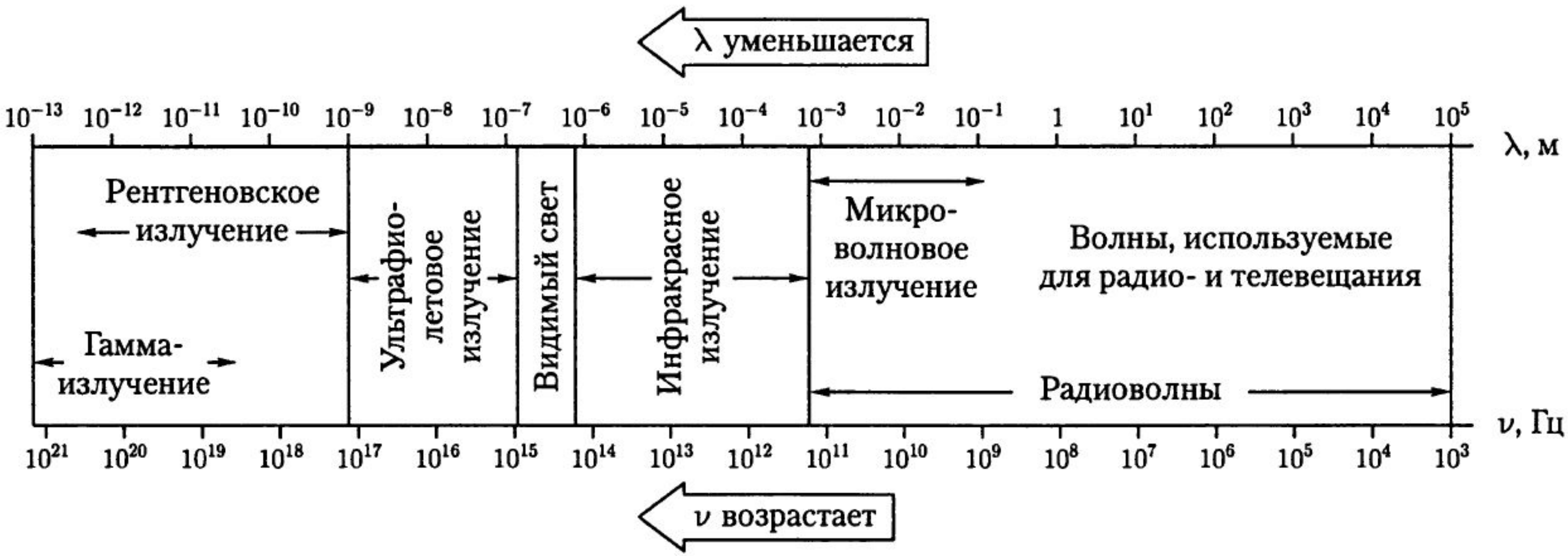
Вибратор Герца

Состоит из:

- **Индуктора** (источника высокого напряжения)
- **Двух медных стержней**, с закреплёнными на их концах латунными шариками
- **Двух подвижных металлических сфер** или пластин, играющих роль конденсатора
- Искрового промежутка

- При подаче на стержни высокого напряжения от индуктора в промежутке проскакивала искра.
- Искра закорачивала промежуток, и в вибраторе возникали затухающие электромагнитные колебания.
- За время горение искры успевало совершиться большое число колебаний, порождавших цуг электромагнитных волн.
- Перемещая сферы или пластины вдоль стержней, можно было изменять индуктивность и ёмкость цепи, т.е. изменять длину волны.
- Длина волны приблизительно в 2 раза превышала длину вибратора.

Шкала электромагнитных волн



Диапазон электромагнитных волн

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, Гц	Некоторые возможные источники излучения
Радиоволны	$10^3 — 10^{-4}$	$3 \cdot 10^5 — 3 \cdot 10^{12}$	Колебательный контур Вибратор Герца Массовый излучатель Ламповый генератор
Световые волны: инфракрасное излучение видимый свет ультрафиолетовое излучение	 $3 \cdot 10^{-5} — 7{,}8 \cdot 10^{-7}$ $7{,}8 \cdot 10^{-7} — 3{,}9 \cdot 10^{-7}$ $4 \cdot 10^{-7} — 10^{-9}$	 $3{,}9 \cdot 10^{13} — 3{,}8 \cdot 10^{14}$ $3{,}8 \cdot 10^{14} — 7{,}7 \cdot 10^{14}$ $7{,}5 \cdot 10^{14} — 3 \cdot 10^{17}$	 Лампы Лазеры
Рентгеновское излучение	$10^{-8} — 6 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{16} — 5 \cdot 10^{21}$	Трубки Рентгена
Гамма-излучение	$< 10^{-11}$	$> 3 \cdot 10^{18}$	Радиоактивный распад Ядерные процессы Космические процессы

Электромагнитные волны отличаются друг от друга по способам их генерации и регистрации.

Дифференциальное уравнение ЭМВ

Из уравнений Максвелла следует, что для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих ЭМП, векторы напряжённостей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ переменного ЭМП удовлетворяют волновому уравнения типа:

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2};$$

$$\Delta\vec{H} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2},$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – **оператор Лапласа**;

υ – **фазовая скорость**.

ЭМП могут существовать в виде **ЭМВ**.

Фазовая скорость υ **ЭМВ** определяется выражением:

$$\boxed{\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \cdot \varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}$$

где $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$;

ε_0 – электрическая постоянная;

μ_0 – магнитная постоянная;

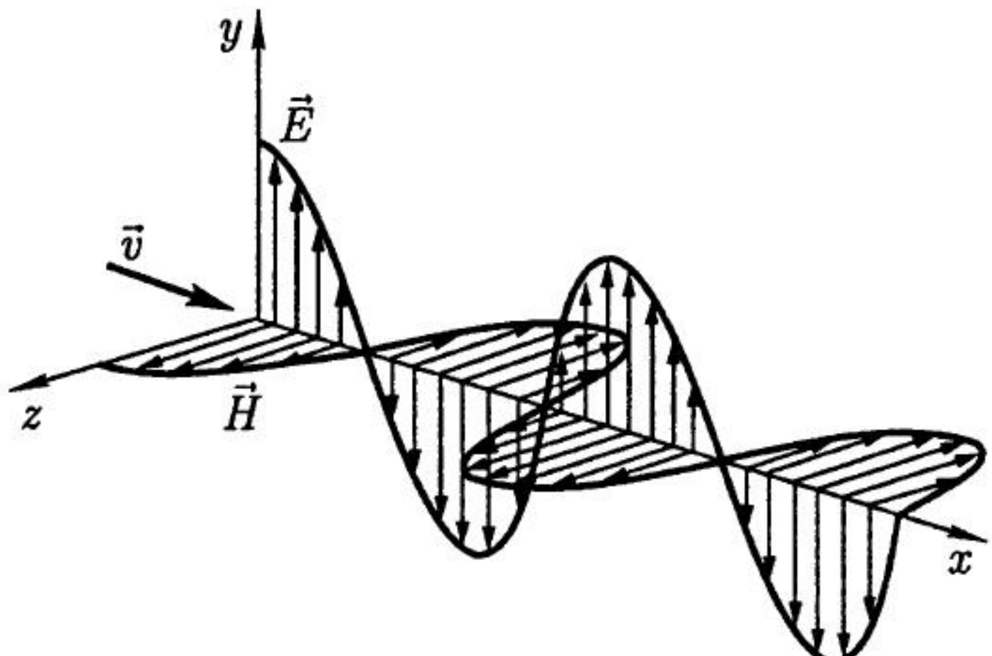
ε – электрическая проницаемость среды;

μ – магнитная проницаемость среды.

- **В вакууме** (ε=1, μ=1) скорость распространения ЭМВ равна **скорости света**.
- **В веществе** $\varepsilon\mu$>1, поэтому скорость распространения ЭМВ в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

Следствия теории Максвелла. Свойства ЭМВ.

1. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ напряжённостей электрического и магнитного полей волны <u>**взаимно перпендикулярны**</u> и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{\upsilon}$ скорости распространения волны, причём векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{\upsilon}$ **образуют правовинтовую систему.**



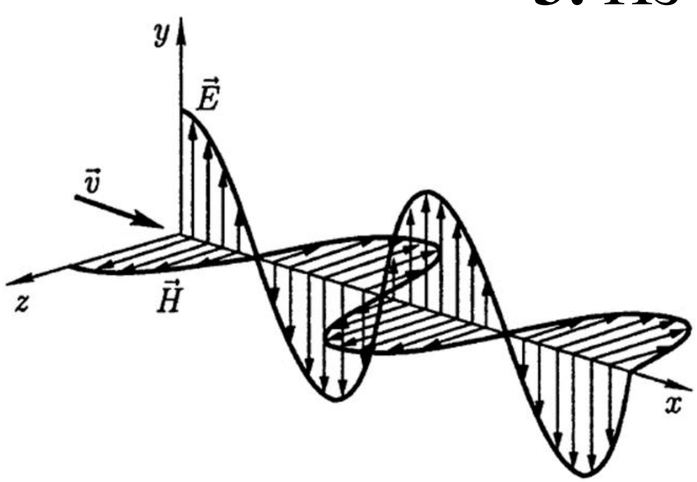
2. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ всегда **колеблются в одинаковых фазах (синфазно)**,

[E и H **одновременно** достигают максимума, **одновременно** обращаются в ноль]

причём **мгновенные значения *E* и *H* в любой точке связаны соотношением**

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E = \sqrt{\mu_0 \mu}\, H.$$

3. Из уравнений получим



$$\begin{cases} \Delta \vec{E} = \dfrac{1}{\upsilon^2} \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \\ \Delta \vec{H} = \dfrac{1}{\upsilon^2} \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \dfrac{1}{\upsilon^2} \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}; \\ \dfrac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \dfrac{1}{\upsilon^2} \dfrac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \end{cases}$$

Решением уравнений будут являться **уравнения**

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi);$$
$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

- $\boldsymbol{E_0}$ и $\boldsymbol{H_0}$ – амплитуды напряжённостей электрического и магнитного полей волны;
- $\boldsymbol{\omega}$ – циклическая частота волны;
- $\boldsymbol{k}$ – волновое число;
- $\boldsymbol{\varphi}$ – начальные фазы колебаний в точках с координатой x=0.

Энергия и импульс ЭМВ

Объёмная плотность *w* энергии ЭМВ равна

$$\boxed{w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.}$$

Подставим $\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\,E = \sqrt{\mu_0\mu}\,H.$

Получим, что **объёмные плотности энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинаковы**

$$\boxed{w_E = w_H}$$

$$w = 2w_E = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{\varepsilon\mu}\,EH.$$

Домножив на υ, получим

$$\boxed{S = w\upsilon = EH.}$$

$$\vec{S} = w\vec{\upsilon} = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]$$

- вектор **Умова-Пойнтинга (вектор плотности потока электромагнитной энергии)**

$$\vec{E} \perp \vec{H} \quad \Rightarrow \quad S = EH\sin 90^{\circ} = EH$$

1. Вектор $\vec{S}$ направлен в сторону **распространения электромагнитной волны**,
2. Модуль вектора $\vec{S}$ равен энергии, переносимой **электромагнитной волной** за единицу времени через единичную площадку, **перпендикулярную** направлению распространения волны.

Частота ЭМВ при переходе из одной среды в другую **<u>остаётся постоянной</u>**.

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu = const$$

Интенсивность *I* ЭМВ в данной точке пространства есть модуль <u>среднего по времени</u> значения плотности потока энергии, переносимой световой волной.

$$I = \left| \left\langle \vec{S} \right\rangle_t \right| = \langle w \rangle \upsilon = \left| \left\langle \left[\vec{E}\vec{H} \right] \right\rangle_t \right|$$

Интенсивность *I* – величина, определяемая <u>средней по времени энергией</u>, переносимой ЭМВ в единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

$$I = \frac{W}{S_\perp t} = \frac{P}{S_\perp}$$

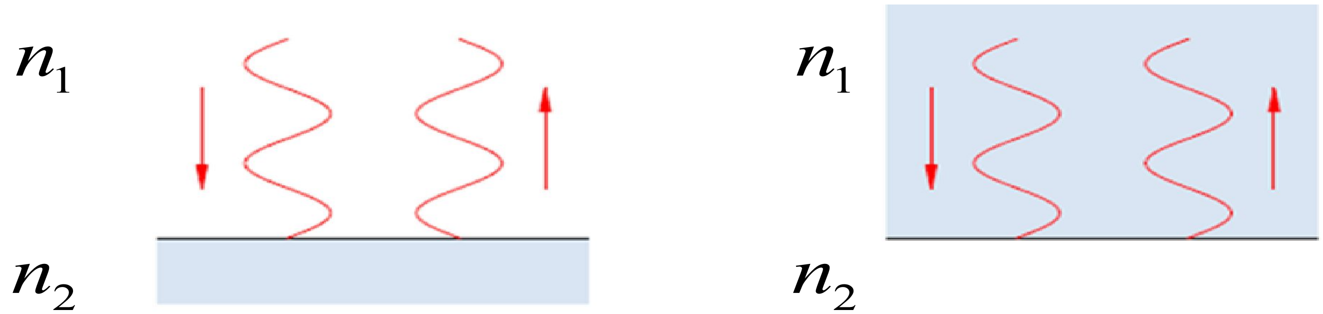
Можно показать, что

$$I = \left| \left\langle \vec{S} \right\rangle_t \right| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_{\max}^2 = const \cdot E_{\max}^2$$

$$\boxed{I \sim A^2}$$

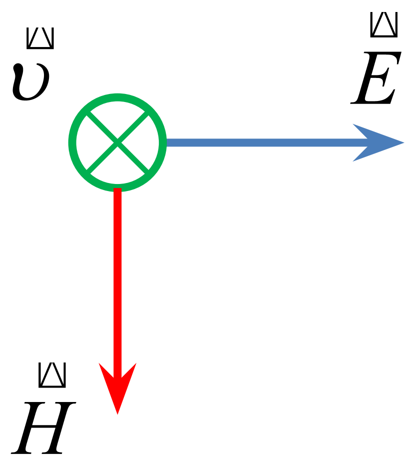
Интенсивность распространения света в однородной среде пропорциональна квадрату амплитуды ЭМВ.

Отражение и преломление ЭМВ на границе раздела двух сред

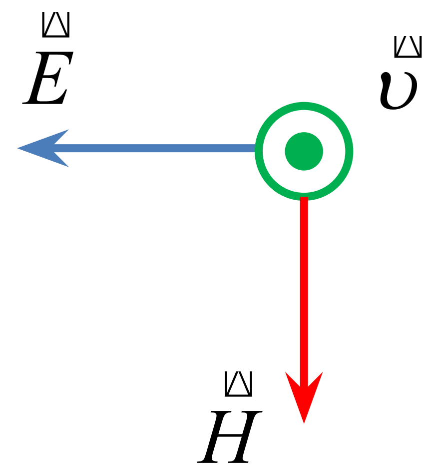


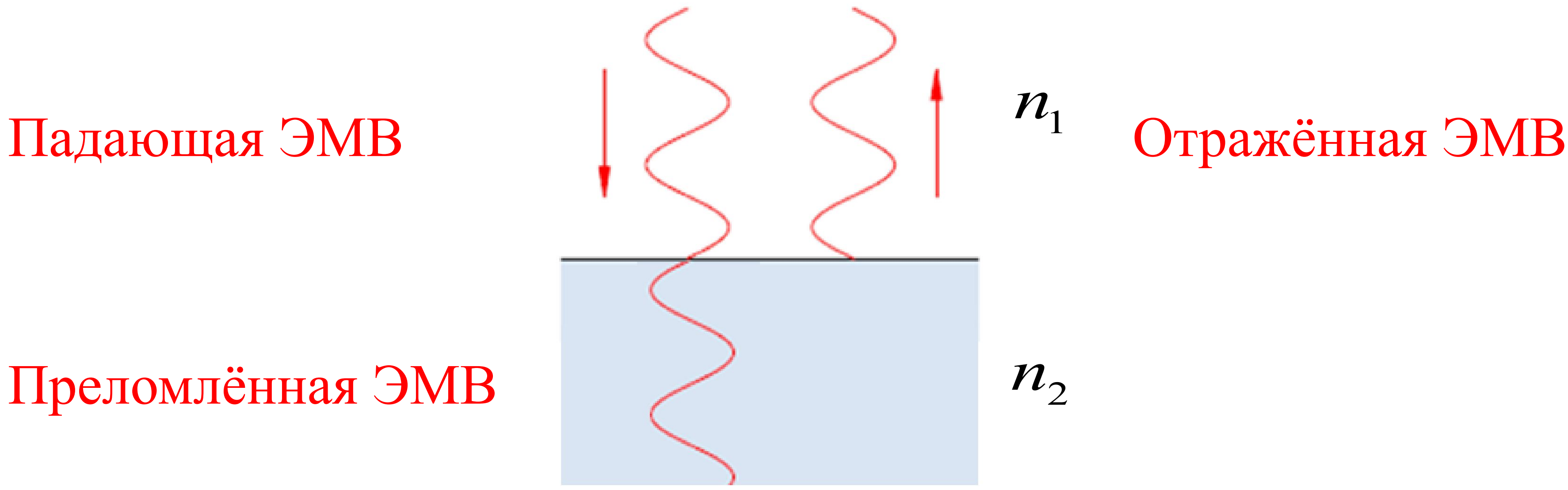
$n_1 < n_2$ $\qquad$ $n_1 > n_2$

Мгновенный снимок колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного поля волны при её отражении от оптически более плотной среды



Вид сверху

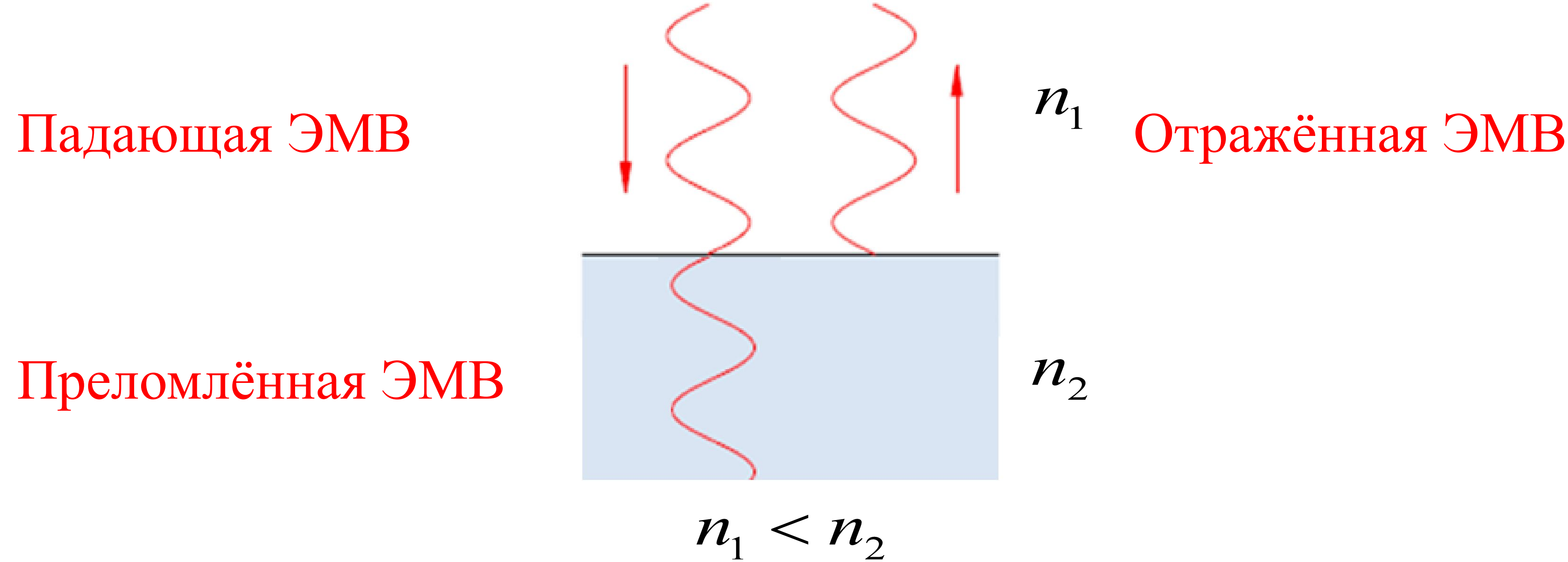




$$n_1 < n_2$$

Колебания в **падающей** и в **прошедшей** во вторую среду волнах происходят на границе раздела в одинаковой фазе – при прохождении волны через эту границу **фаза не претерпевает скачка**.

$$\vec{E}_{прелом} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}\vec{E}_{пад}$$



При отражении света от оптически более плотной среды (**n_2>n_1**) **фаза волны претерпевает скачок** волны на **π**.

Изменение фазы на π равносильно потере полуволны при отражении.

$$\vec{E}_{отр} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\vec{E}_{пад}$$

3. ЭМВ переносят не только **энергию**, но и **импульс**.

$$p_{им} = \frac{W}{c}$$

Если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то **давление, оказываемое ЭМВ на тело**, равно среднему значению объёмной плотности энергии в падающей ЭМВ.

$$p_{дав} = \langle w \rangle$$

Давление ЭМВ объясняется тем, что

1. под действием электрического поля волны заряженные частицы вещества начинают упорядоченно двигаться и
2. подвергаются со стороны магнитного поля волны действию сил Лоренца.

Эффект Доплера

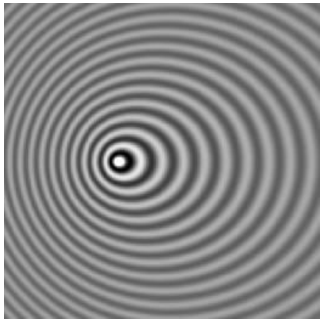
Доплер, Кристиан
(1803-1853)

Изменение частоты (длины волны) излучения, воспринимаемой наблюдателем (приёмником), вследствие движения источника излучения и/или движения наблюдателя (приёмника).

1. **Источник и приёмник покоятся относительно среды** ($\upsilon_{ист} = \upsilon_{пр} = 0$).

Длина волны в рассматриваемой среде

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu_0}.$$



Волна достигнет приёмника и вызовет колебания его чувствительного элемента с **частотой**

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{\upsilon}{\upsilon T} = \nu_0.$$

Частота ν регистрации приёмника равна частоте ν_0 излучающего источника.

2. Приёмник приближается к источнику, а источник покоится, т.е. $\upsilon_{пр}>0$, $\upsilon_{ист}=0$.

Скорость распространения волны относительно приёмника станет равной $\upsilon+\upsilon_{пр}$.

Частота в этом случае будет равна

$$\nu=\frac{\upsilon+\upsilon_{пр}}{\lambda}=\frac{\upsilon+\upsilon_{пр}}{\upsilon T}=\frac{\left(\upsilon+\upsilon_{пр}\right)\nu_0}{\upsilon},$$

т.е. **частота колебаний, воспринимаемых приёмником, в**

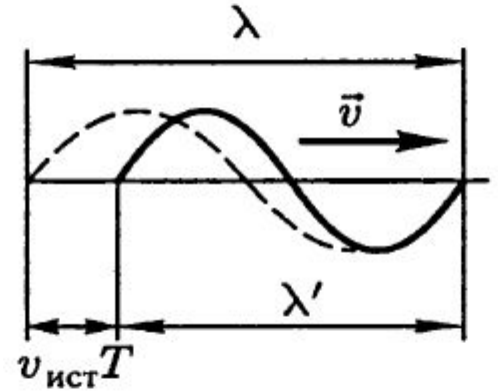
$$\frac{\upsilon+\upsilon_{пр}}{\lambda}$$

раз больше частоты колебаний источника.

3. Источник приближается к приёмнику, а приёмник покоится, т.е. $\upsilon_{ист}>0$, $\upsilon_{пр}=0$.

Скорость распространения **колебаний зависит лишь от свойств среды.**

Звуковая волна, излучённая источником пройдёт путь к приёмнику $\lambda=\upsilon T$, независимо от того, движется ли источник или покоится.



За это же время источник пройдёт в направлении **волны** расстояние $\upsilon_{ист}T$. т.е. **длина волны** λ' в направлении движения сократится и станет равной

$$\lambda' = \lambda - \upsilon_{ист}T = (\upsilon - \upsilon_{ист})T$$

Тогда

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda'} = \frac{\upsilon}{(\upsilon - \upsilon_{ист})T} = \frac{\upsilon \nu_0}{\upsilon - \upsilon_{ист}}.$$

частота ν колебаний, воспринимаемых приёмником, **увеличится** в

$$\frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_{ист}} \text{ раз.}$$

4. Источник и приёмник движутся относительно друг друга.

Частота колебаний, регистрируемых приёмником

$$\nu = \frac{\left(\upsilon \pm \upsilon_{np}\right)\nu_0}{\upsilon \mp \upsilon_{np}},$$

«верхний знак»,
если при движении источника или приёмника происходит **сближение**.

«нижний знак»,
если происходит взаимное **удаление** источника и приёмника.