

Разбор задачи

Ханты-Мансийск - Париж

Основная идея

- Если можно передавать сообщение напрямую, то это выгоднее, чем в обход
- Таким образом, необходимо передавать в следующий часовой пояс
- Всегда происходит ровно четыре передачи
- Друзья в часовых поясах Ханты-Мансийска и Парижа не нужны

Решение за $O(n^3)$

- Перебрать через кого в Дубае, Москве и Калининграде передается сообщение и посчитать стоимость такой передачи
- 40 баллов

Построение графа

- Вершины – люди
- Ребра – стоимость передачи сообщения напрямую от одного человека к другому
- Всего $O(n)$ вершин и $O(n^2)$ ребер

Поиск кратчайшего пути

- Алгоритм Флойда за $O(n^3)$ – 40 баллов
- Алгоритм Дейкстры за $O(n^2)$ – 60 баллов
- Поиск кратчайшего пути в ациклическом графе за $O(n^2)$ – 60 баллов

Динамическое программирование (ДП)

- Для каждого человека считать минимальную стоимость передачи сообщения этому человеку
- Считать последовательно для часовых поясов Дубая, Москвы и Калининграда

ДП за $O(n^2)$

- Для каждого человека перебирать кто из предыдущего часового пояса передает ему сообщение
- Стоимость равна сумме минимальной стоимости передать этому человеку из предыдущего пояса и стоимости последнего сообщения
- Стоимость передачи этому человеку – минимум из таких стоимостей
- 60 баллов

Улучшение ДП за $O(n^2)$

- Когда n - большое
- Для каждого часового пояса оставлять некоторое количество самых лучших значений
- Если оставлять около 3000 – 70 баллов

ДП за $O(n \log n)$

- Все номера в каждой зоне – отсортированы
- Для каждой длины совпадающего префикса, используя двоичный поиск, находится отрезок людей в предыдущей зоне с таким префиксом
- Находится минимум на этом отрезке, например с использованием дерева отрезков.
- Каждый подсчет значения – за $O(\log n)$
- 100 баллов

ДП за $O(n)$

- Все номера в каждом поясе – отсортированы
- Идея «двух указателей» и два прохода в разных направлениях
- В предыдущем часовом поясе указатель указывает на строку, меньшую строки в текущем
- Для каждой длины префикса хранится минимальная стоимость передать сообщение людям в предыдущем поясе с совпадающим префиксом

ДП за $O(n)$

- При перемещении указателя в предыдущем поясе эти значения пересчитываются
- Для человека в текущем поясе стоимость считается, перебирая длину совпадающего с человеком из предыдущего пояса префикса
- Сортировать можно за $O(n)$ цифровой сортировкой, но можно и за $O(n \log n)$
- 100 баллов

Meet-in-the-middle

- Считать для каждого человека из Москвы минимальную стоимость передачи сообщения ему из Ханты-Мансийска и от него в Париж
- Передавать сообщение человеку А, живущему в Москве, из Ханты-Мансийска нужно через человека с ближайшим номером или к Поликарпу, или к А
- Считать можно за $O(n)$ «двумя указателями»
- 100 баллов

«Жадные» решения

- Каждый раз выбирать ближайший номер в следующем часовом поясе
- 24 балла

Спасибо!
Вопросы?