



Электричество и магнетизм

Лекция 12

Магнетики

17 ноября 2021 года

Лектор: доцент НИЯУ МИФИ,
Ольчак Андрей Станиславович

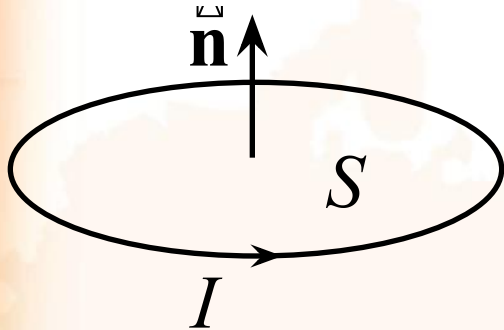


Точечный магнитный диполь

контур с током I , малой площади S .

Магнитный дипольный момент

(определение): $\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n}$

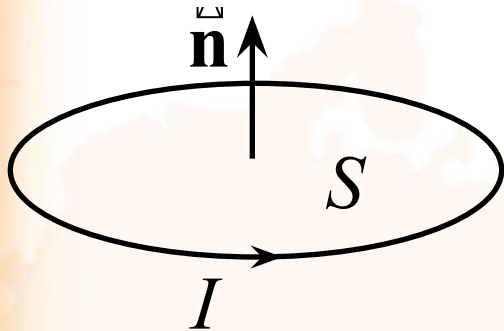


Направление нормали \mathbf{n} и дипольного момента \mathbf{p}_m определяется
Правилom Правого Винта.

Небольшая катушка, имеющая N витков, имеет магнитный момент

$$\mathbf{p}_m = NIS\mathbf{n}$$

Магнитное поле точечного магнитного диполя

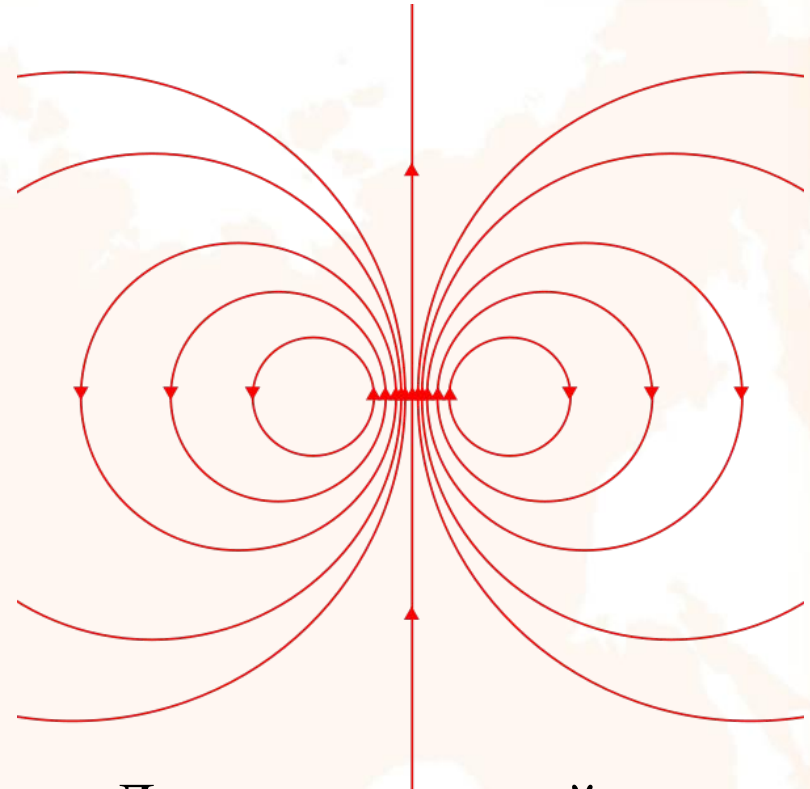


Магнитный дипольный момент

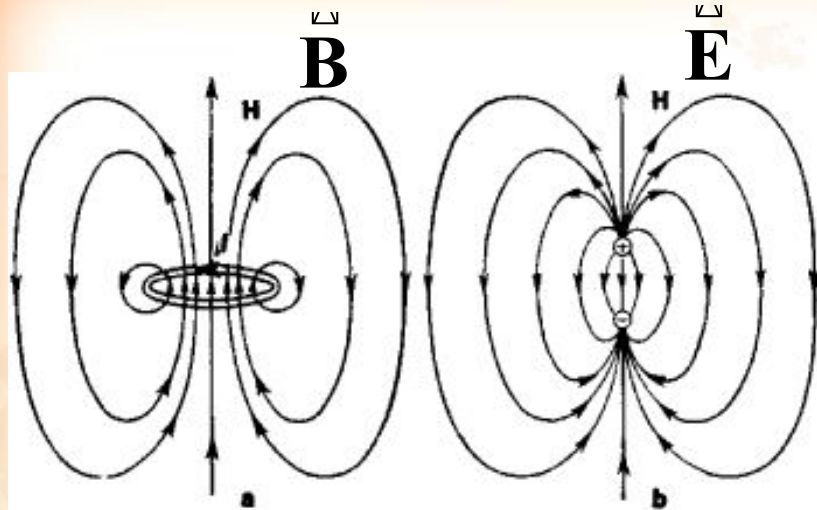
$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$r \gg R$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left\{ \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}_m \right\}$$



Линии магнитной индукции магнитного диполя

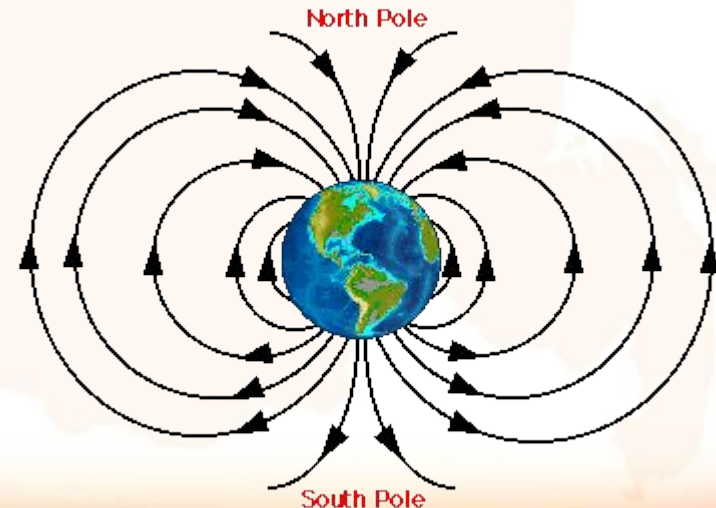


Аналогия между магнитным и электрическим диполями

Приблизительная картина магнитного поля Земли

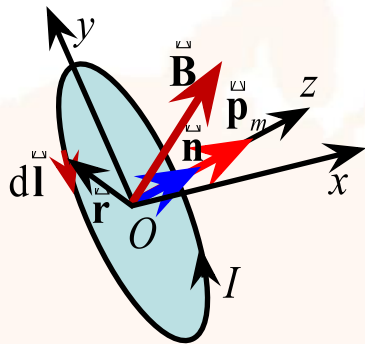
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left\{ \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}_m \right\}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left\{ \frac{3(\vec{d} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{d} \right\}$$





Контур с током в однородном магнитном поле



Сила действующая на диполь $F = 0$

Момент силы, действующей на элемент тока: $dM = Idl(r, B)$

Момент силы, действующей на контур (магнитный диполь)

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Потенциальная энергия магнитного диполя в магнитном поле:

$$w = -p_m B \cos \varphi = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$$

Полная аналогия с электрическим диполем: $w = -(\vec{p} \cdot \vec{E})$



Контур с током в неоднородном магнитном поле

Сила действующая на диполь

$$\mathbf{F} = -\text{grad } U = \text{grad} (\mathbf{p}_m, \mathbf{B}) = (\mathbf{p}_m, \text{grad})\mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{p}_m \cdot \nabla) \mathbf{B} = p_{mx} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} + p_{my} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} + p_{mz} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z}$$

Формулы для момента силы и энергии магнитного диполя одинаковы для однородного и неоднородного полей.

Как правило свободный магнитный диполь втягивается в область более сильного магнитного поля.



Магнетики

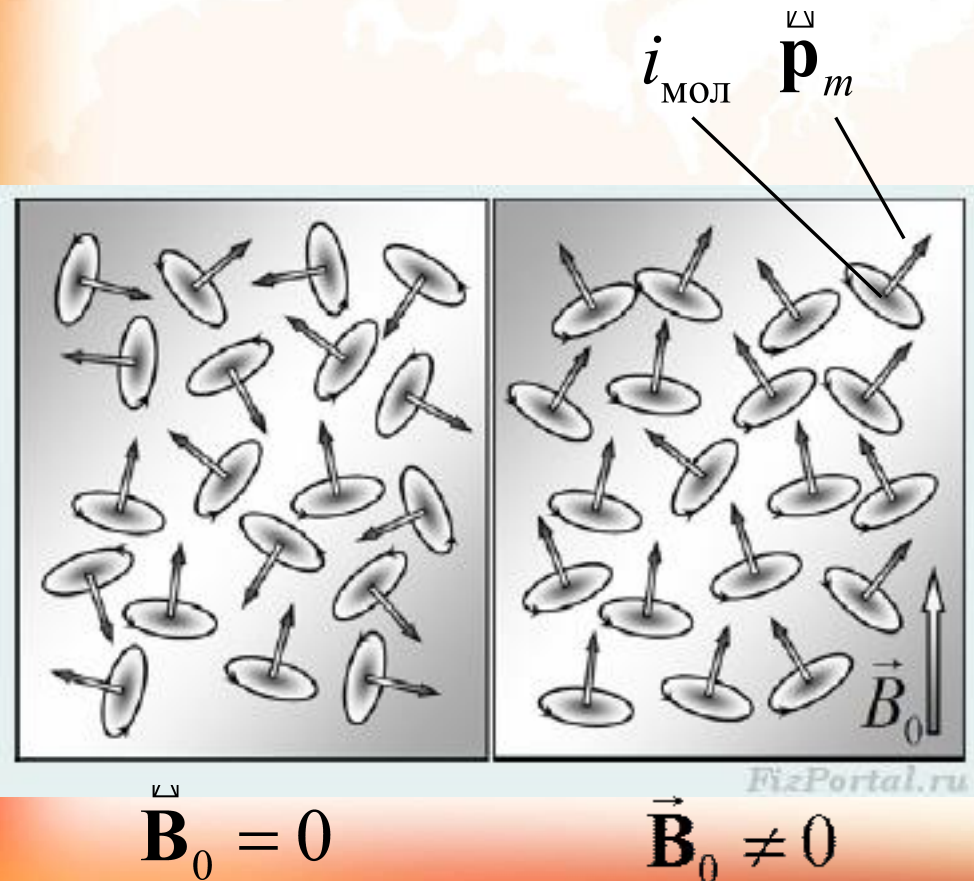


Магнетики: вещества, способные в той или иной степени намагничиваться во внешнем магнитном поле и менять величину этого поля. .

Внешнее поле B может *намагнитить* вещество, заставить его создать собственное магнитное поле.

Что именно поле B может делать с атомами среды, если каждый атом = точечный магнитный диполь (или сумма нескольких совмещенных диполей?)

Что поле \vec{B} может делать с атомами среды, если каждый атом = точечный магнитный диполь (или сумма нескольких совмещенных диполей)?



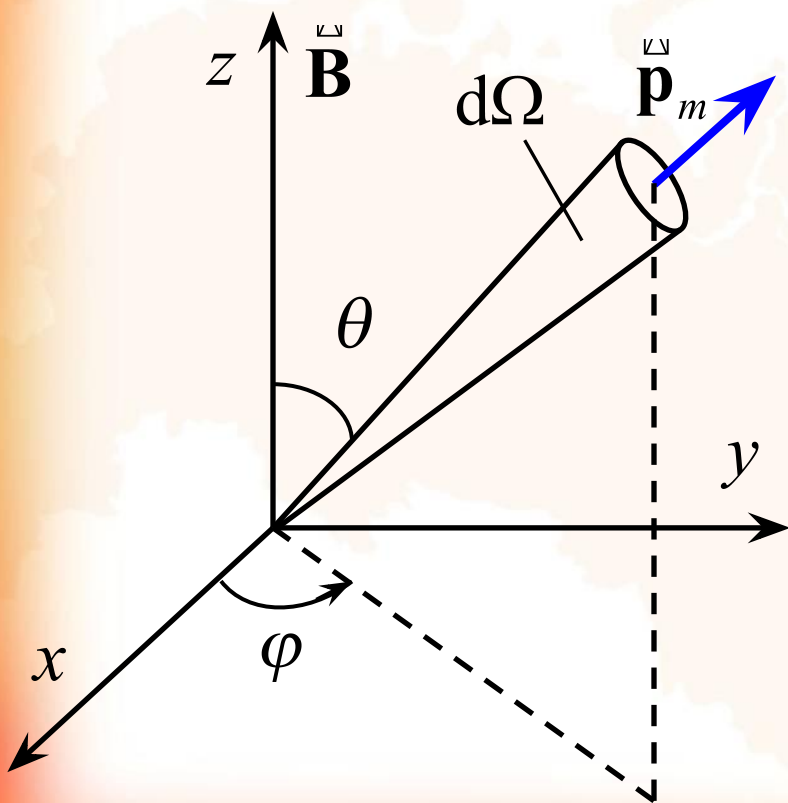
1. Поле может пытаться повернуть моменты атомов в свою сторону.

Поле в среде при этом усилится!

Тепловое движение препятствует этому усилению.



Что поле \mathbf{B} может делать с атомами среды, если каждый атом = точечный магнитный диполь (или сумма нескольких совмещенных диполей)?



2. Поле может заставить молекулы прецессировать подобно «раскрученным волчкам» вокруг направления вектора \mathbf{B} .

Поле прецессирующих волчков направлено против порождающего прецессию поля, которое в среде ослабнет)

Этому эффекту больше подвержены атомы, собственные моменты которых скомпенсированы (= 0):



Магнетики



В зависимости от того, какой эффект преобладает, магнитное поле в веществе может быть как слабее, так и сильнее, чем оно было-бы в вакууме.. .

$$\text{Поле в магнетике: } \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_0 + \vec{\mathbf{B}}'$$

$\vec{\mathbf{B}}_0$ - внешнее магнитное поле, $\vec{\mathbf{B}}'$ - поле вещества

$$\text{В изотропном магнетике: } \mathbf{B}' = \chi \mathbf{B}_0; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{B}_0$$

χ - магнитная восприимчивость данного магнетика

μ - магнитная проницаемость данного магнетика.

Значения μ могут быть как больше, так и меньше единицы, а значения χ - как больше, так и меньше нуля.



Классификация магнетиков

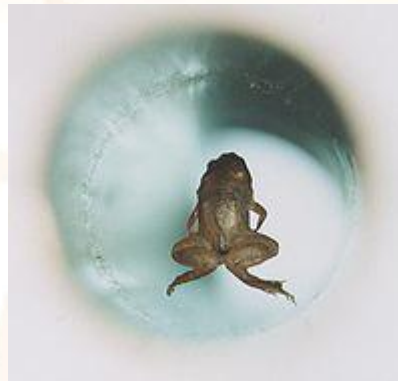
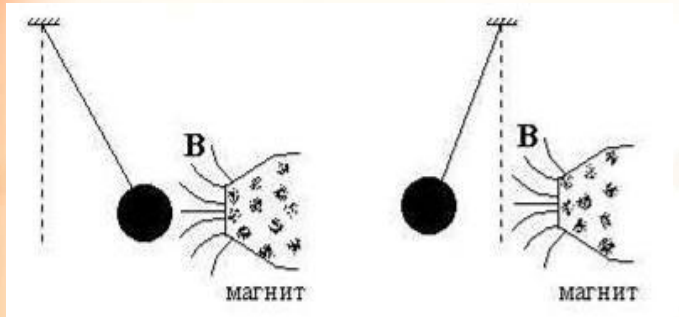


Парамагнетики – вещества, приобретающие магнитный момент, сонаправленный с внешним магнитным полем и усиливающий его
 $\mu_{\text{пара}} > 1$ ($\sim 1,000xxx$); $0 < \chi_{\text{пара}} \ll 1$ ($\sim 10^{-(4-5)}$)

Диамагнетики – вещества, приобретающие в поле магнитный момент, направленный против внешнего магнитного поля

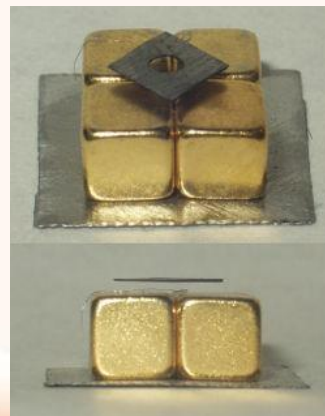
$\mu_{\text{диа}} < 1$ ($\sim 0,999xxx$)
 $\chi_{\text{диа}} < 0$ $|\chi_{\text{диа}}| \ll 1$ ($\sim 10^{-(4-5)}$)

Особый случай - **ферромагнетики** и **антиферромагнетики** –
- про них потом...



Парамагнетики
втягиваются в область
большого поля (а),
Диамагнетики
выталкиваются из
него (б)

Левитация живой лягушки в поле 16Тл
(Андрей Гейм и Майкл Берри –
«Шнобелевская» премия (IgNoble Prize) 2000 г.)



Левитация
пиролитического
углерода



1 H 2 He

□ Ферромагнетик ■ Антиферромагнетик

□ Парамагнетик ■ Диамагнетик

3	4											5	6	7	8	9	10	
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne	
11	12											13	14	15	16	17	18	
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar	
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
55	56	57	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
87	88	89																
Fr	Ra	Ac																
			58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71		
			Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu		

Периодическая таблица элементов и различные типы намагничивания при комнатной температуре.



Магнитное поле в среде



Для описания магнитного поля в средах используют не только вектор магнитной индукции \mathbf{B} (ед измерения - Тл (Тесла), но и вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} . (ед. измерения - А/м)

В вакууме $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А² – магнитная постоянная

В изотропной среде $\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$.

Аналогия с электрическим полем:

в вакууме $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, в изотропной среде $\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}$.



При рассмотрении *электрических* явлений в диэлектриках разделяют заряды **связанные** (внутримолекулярные) и **сторонние** (внешние, создающие в среде избыточный заряд).

При изучении явлений *магнитных* различают токи:

- **Молекулярные** токи, обусловленные движением электронов в оболочках атомов (а также электронными и ядерными спинами)
- **Токи проводимости** обусловленные дрейфом свободных зарядов.

По аналогии с вектором поляризованности диэлектрика \mathbf{P} , вводится вектор намагничённости магнетика $\mathbf{J} =$ усредненное значение вектора магнитного момента атомов среды в данной точке

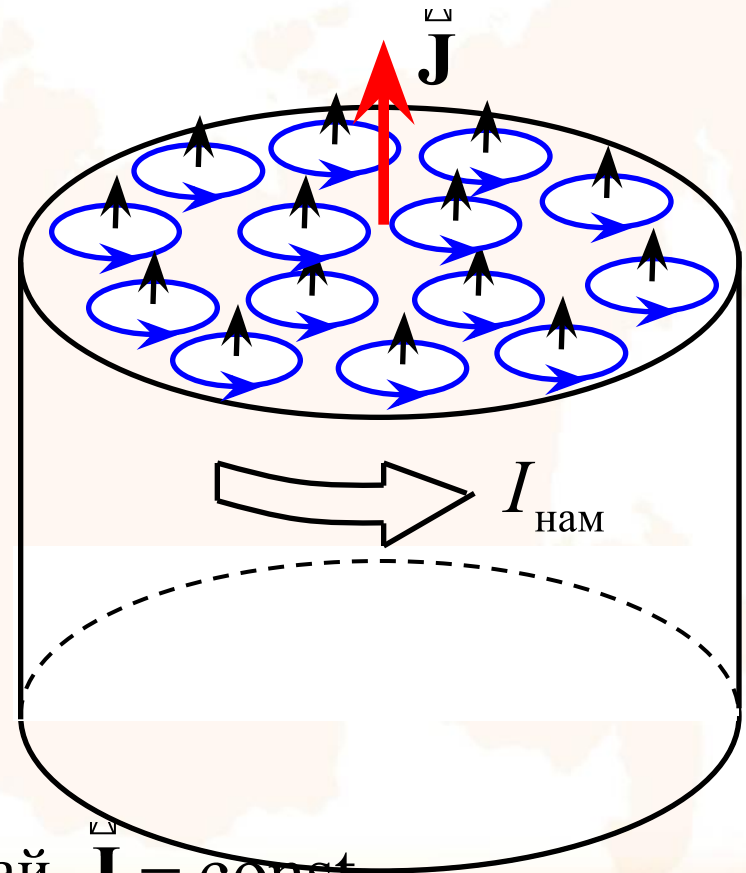
$$\mathbf{J} = \frac{\sum \mathbf{p}_{mi}}{\Delta V} \quad \frac{\text{А}}{\text{М}}$$



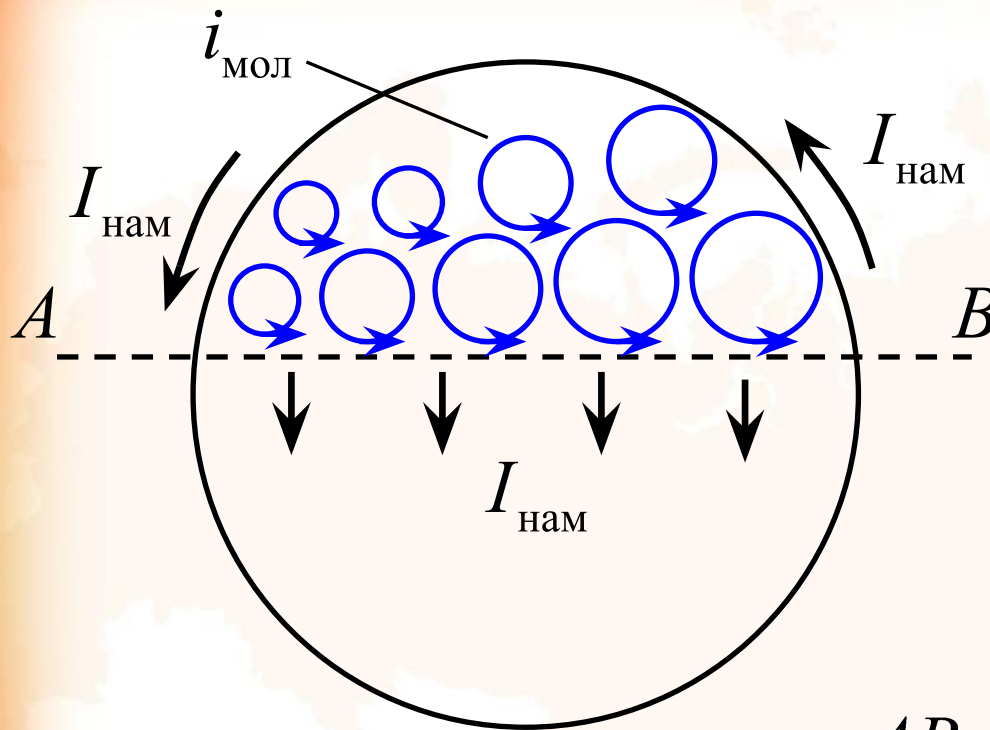
Вектор намагниченности магнетика

$$\vec{J} = \frac{\sum_{mi} \vec{p}_{mi}}{\Delta V} \quad \frac{\text{А}}{\text{М}}$$

Молекулярные токи на поверхности магнетика создают макроскопический ток $I_{\text{нам}}$, называемый током намагничивания



Случай $\vec{J} = \text{const}$



Если магнетик намагничён неоднородно, то и в глубине его могут течь макроскопические объёмные молекулярные токи.

$$\mathbf{j}_{\text{МОЛ}} = \frac{dI_{\text{МОЛ}}}{dS_{\perp}}$$

$$AB: I_{\text{МОЛ}} = \int_{S_{AB}} \mathbf{j}_{\text{МОЛ}} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

Случай $\vec{\mathbf{J}} \neq \text{const}$



$$\left[\nabla \times \vec{B}' \right] = \mu_0 \vec{j}_{\text{МОЛ}}$$

$$\left[\nabla \times \vec{B}_{\text{прОВ}} \right] = \mu_0 \vec{j}$$

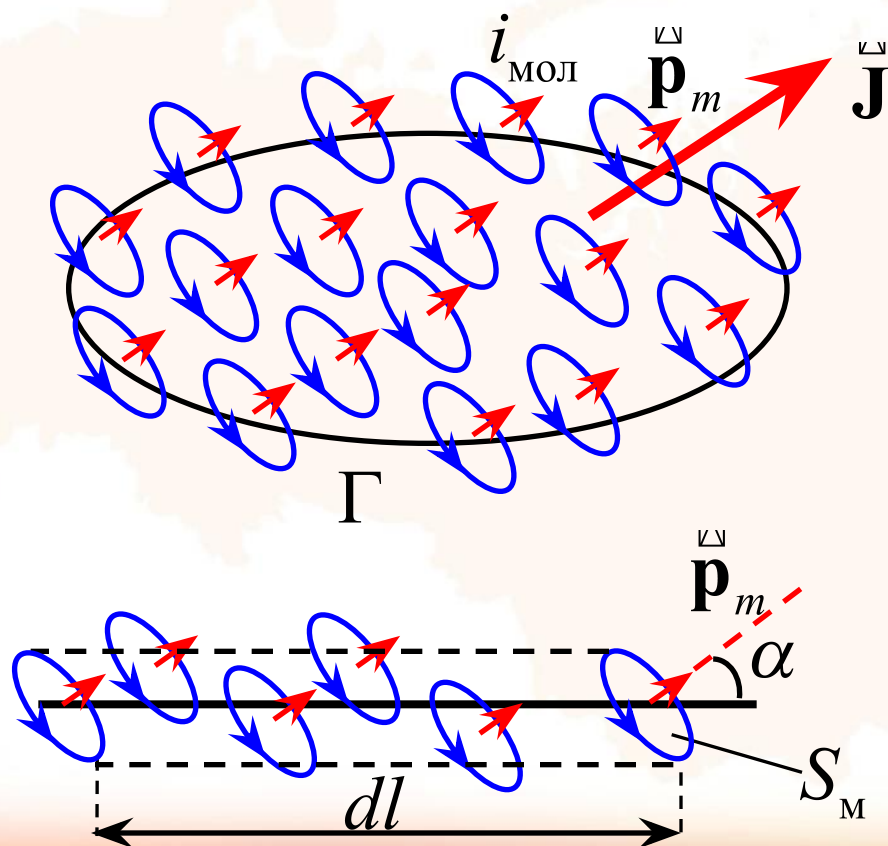
$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \Rightarrow$$

$$\left[\nabla \times \vec{B} \right] = \mu_0 \left(\vec{j}_{\text{прОВ}} + \vec{j}_{\text{МОЛ}} \right)$$

Аналогично характеристикам электрического поля, индукция и напряженность магнитного поля связаны с разными токами. .

$$H = B / \mu_0 \mu = B_0 / \mu_0$$
$$\text{rot } H = \vec{j}_{\text{прОВ}}$$

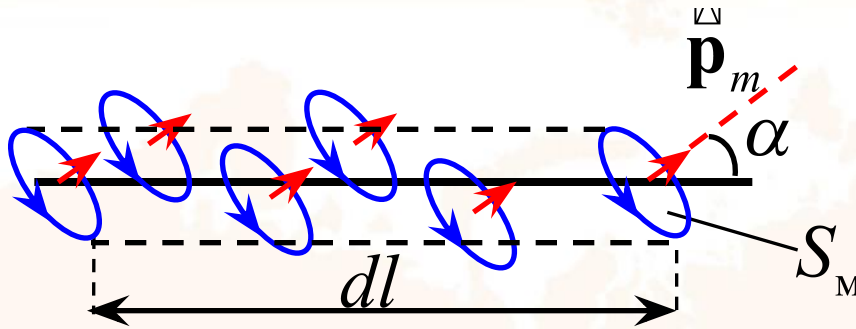
Связь между намагниченностью и плотностью молекулярных токов



$$\vec{p}_m \parallel \vec{J}$$

Вклад в молекулярный ток $I_{\text{МОЛ}}$ дают только те молекулы, площадь которых «нанизана» на контур.

$$dV = S_M dl \cos \alpha$$



$$dI_{\text{МОЛ}} = i_{\text{МОЛ}} ndV =$$

$$= i_{\text{МОЛ}} n S_M dl \cos \alpha$$

$$p_m = i_{\text{МОЛ}} S_M$$

$$J = np_m = ni_{\text{МОЛ}} S_M \Rightarrow dI_{\text{МОЛ}} = J dl \cos \alpha = (\vec{J} \cdot d\vec{l})$$

$$I_{\text{МОЛ}} = \oint_{\Gamma} (\vec{J} \cdot d\vec{l})$$

$$\oint_{\Gamma} (\vec{J} \cdot d\vec{l}) = \int_S [\nabla \times \vec{J}] \cdot d\vec{S} =$$

$$= I_{\text{МОЛ}} = \int_S \vec{j}_{\text{МОЛ}} \cdot d\vec{S} \Rightarrow$$

$$\vec{j}_{\text{МОЛ}} = [\nabla \times \vec{J}]$$

$$\Rightarrow \vec{J} = \vec{B}' / \mu_0$$



$$[\nabla \times \overset{\Delta}{\mathbf{B}}] = \mu_0 (\overset{\Delta}{\mathbf{j}}_{\text{пров}} + \overset{\Delta}{\mathbf{j}}_{\text{мол}}) = \mu_0 \overset{\Delta}{\mathbf{j}}_{\text{пров}} + \mu [\nabla \times \overset{\Delta}{\mathbf{J}}]$$

$$\Rightarrow \overset{\boxtimes}{\mathbf{j}}_{\text{пров}} = \frac{1}{\mu_0} [\nabla \times \overset{\boxtimes}{\mathbf{B}}] - [\nabla \times \overset{\boxtimes}{\mathbf{J}}] = \left[\nabla \times \left(\frac{\overset{\Delta}{\mathbf{B}}}{\mu_0} - \overset{\boxtimes}{\mathbf{J}} \right) \right]$$

$$\boxed{\overset{\boxtimes}{\mathbf{H}} = \frac{\overset{\Delta}{\mathbf{B}}}{\mu_0} - \overset{\boxtimes}{\mathbf{J}}} \quad \frac{\text{А}}{\text{М}}$$

$$\boxed{[\nabla \times \overset{\Delta}{\mathbf{H}}] = \overset{\Delta}{\mathbf{j}}_{\text{пров}}}$$



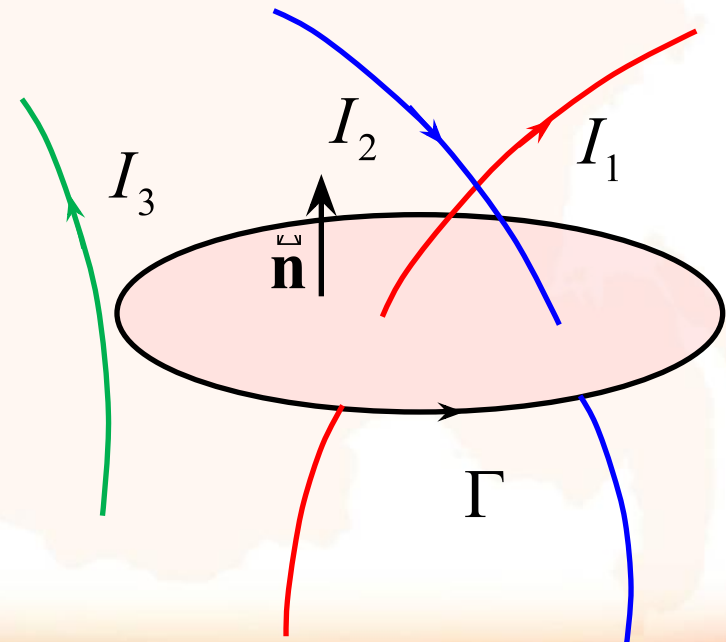
Циркуляция вектора напряжённости

$$\oint_{\Gamma} (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S [\nabla \times \vec{H}] \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{j}_{\text{пров}} \cdot d\vec{S} = I_{\text{пров}}$$

$$\oint_{\Gamma} (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum_i I_{\text{пров}_i}$$

Пример.

$$\oint_{\Gamma} (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 (I_1 - I_2)$$





Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

Опыт показывает, что в изотропных диа- и парамагнетиках: $\vec{J} \sim \vec{H}$

$$\boxed{\vec{J} = \chi \vec{H}} \quad \chi - \text{магнитная восприимчивость}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H} \Rightarrow \vec{H}(1 + \chi) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}, \quad \mu = 1 + \chi$$

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}} \quad \mu - \text{магнитная проницаемость}$$

В анизотропном магнетике $J_i = \sum_{k=1}^3 \chi_{ik} H_k, \quad i, k = x, y, z.$



$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{J} = \mathbf{B}/\mu_0 - \chi\mathbf{H} \quad \mathbf{B} = \mu_0(1+\chi)\mathbf{H} = \mu_0\mu\mathbf{H}$$

\mathbf{B} [Тл] – вектор магнитной индукции.

\mathbf{H} [А/м] – вектор напряженности магнитного поля.

$\mu_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ Н/А² – магнитная постоянная

χ - магнитная восприимчивость

$\mu = 1 + \chi$ - магнитная проницаемость

$$\oint_{\Gamma} (\vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}) = \sum_i I_{\text{пров},i}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i$$

$$[\nabla \times \vec{\mathbf{H}}] = \vec{\mathbf{j}}_{\text{пров}}$$

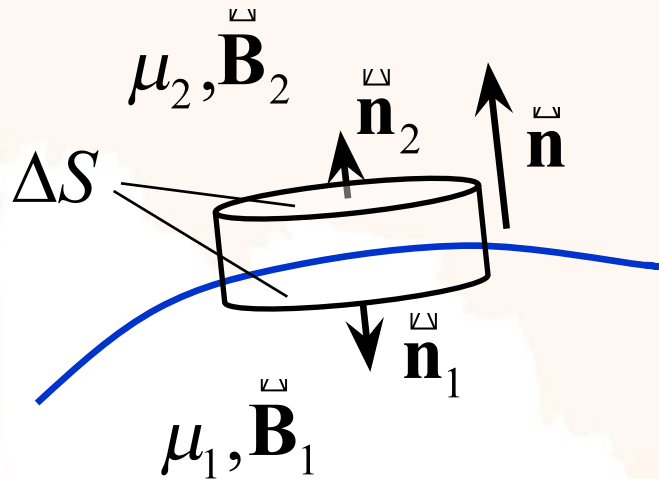
$$[\nabla \times \vec{\mathbf{B}}] = \mu_0 \left(\vec{\mathbf{j}}_{\text{пров}} + \vec{\mathbf{j}}_{\text{мол}} \right)$$



Парамагнетики: $\chi > 0$ $\mu > 1$ $\vec{\mathbf{J}} \uparrow \uparrow \vec{\mathbf{H}}$

Диамагнетики: $\chi < 0$ $\mu < 1$ $\vec{\mathbf{J}} \uparrow \downarrow \vec{\mathbf{H}}$

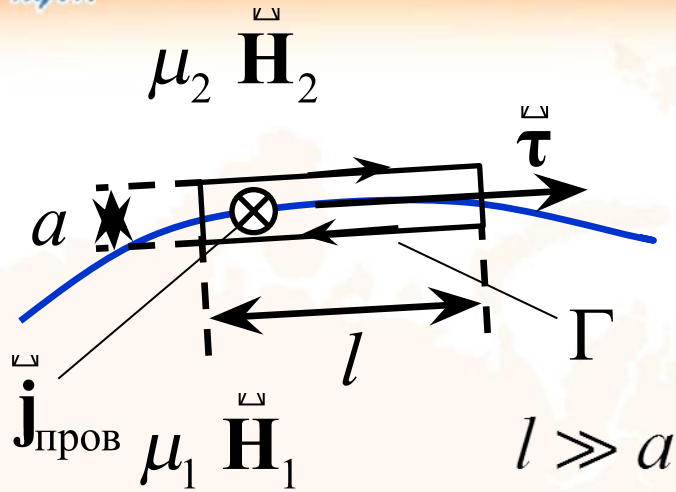
Условия на границе двух магнетиков



$$\oint_S \vec{\mathbf{B}} d\vec{\mathbf{S}} = 0$$

$$\Rightarrow B_{2n} \Delta S - B_{1n} \Delta S = 0$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$



$$\oint_{\Gamma} (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = H_{\text{пров}} l - H_{1\tau} l = I$$

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = I' \quad I' = \frac{I_{\text{пров}}}{l}$$

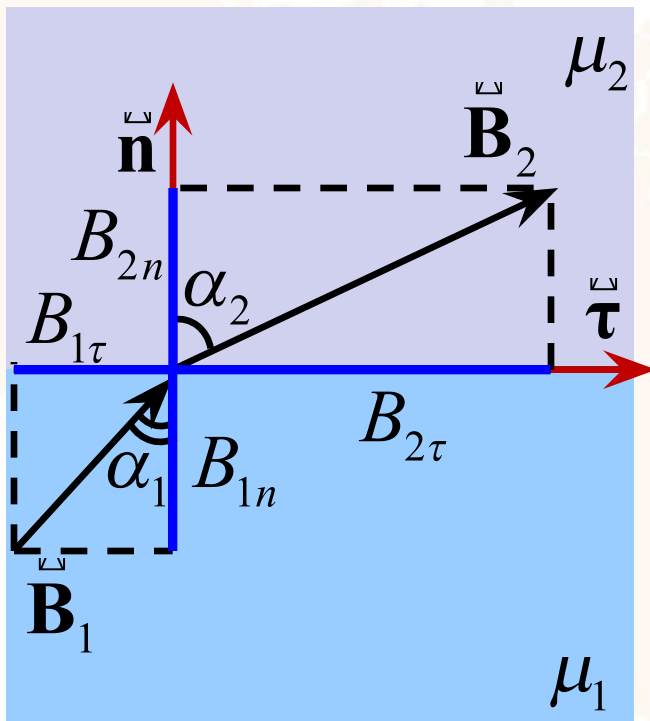
$$I' = 0 \Rightarrow H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

$$B_{1n} = B_{2n} \Rightarrow \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \Rightarrow \frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2}$$



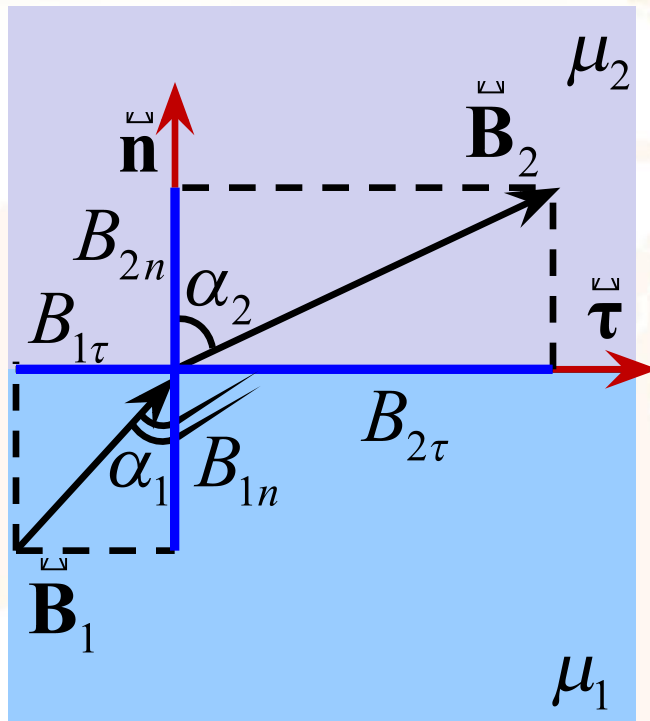
Преломление линий векторов \vec{B} и \vec{H} на границе двух магнетиков



$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{B_{1\tau}}{B_{1n}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{B_{2\tau}}{B_{2n}},$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{B_{2\tau}}{B_{2n}} \frac{B_{1n}}{B_{1\tau}} = \frac{B_{2\tau}}{B_{1\tau}}$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$



$$B_{1n} = B_{2n} \Rightarrow \boxed{\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}}$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \Rightarrow \boxed{\frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

В реальности, в силу того, что магнитная восприимчивость у пара- и диамагнетиков невелика, эффект преломления линий индукции и напряженности магнитного поля заметен слабо



Магнетики



Магнетики - вещества, способные в той или иной степени намагничиваться во внешнем магнитном поле. Различаются величинами магнитной проницаемости μ и магнитной восприимчивости $\chi = \mu - 1$

Диамагнетики: $\chi < 0$. $\mu < \sim 1$

Парамагнетики: $\chi > 0$. $\mu > \sim 1$

Ферромагнетики: $\chi > 0$. $\mu \gg 1$



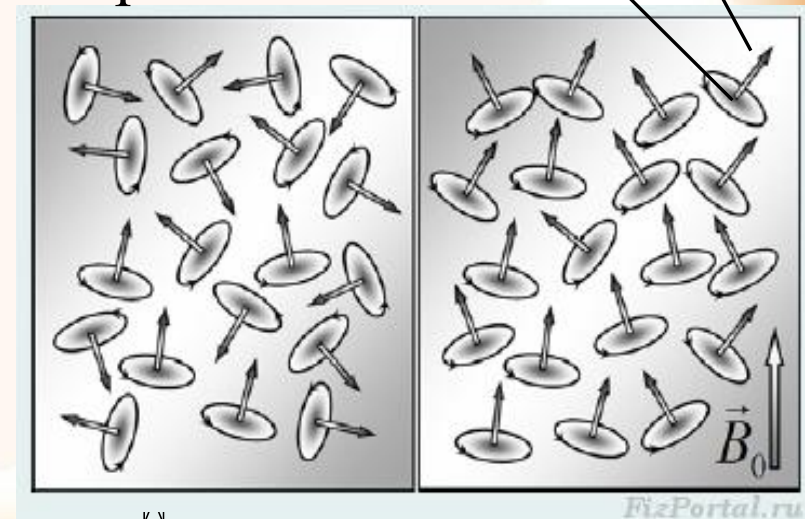
Эксперимент П. Кюри: $\chi_{\text{пара}} = \frac{C}{T} \Rightarrow J = \chi H \quad \chi = \frac{n\mu_m^2 \mu_0}{3kT}$

Закон Кюри – Вейса для жидких и твёрдых тел: $\chi_{\text{пара}} = \frac{C}{T - T_0}$

Для жидких и твёрдых тел: $\chi \sim 10^{-4}$

Модель молекул парамагнетика $i_{\text{МОЛ}}$ \vec{p}_m

1. Магнитная восприимчивость парамагнетиков зависит от температуры
2. Парамагнетики - вещества, у которых собственный магнитный момент атомов не равен нулю.

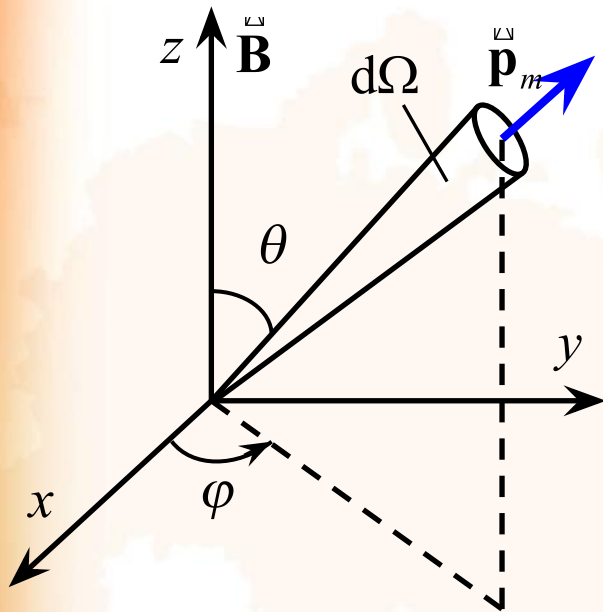


$\vec{B}_0 = 0$

$\vec{B}_0 \neq 0$



Атомы в диамагнетиках подобно гироскопам прецессируют под действием моментов сил вокруг направления вектора \mathbf{B} .

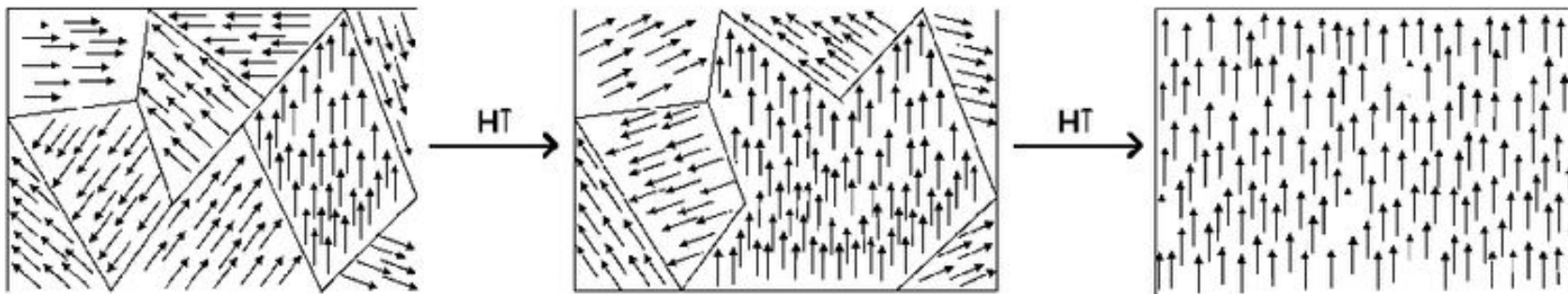


$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$$

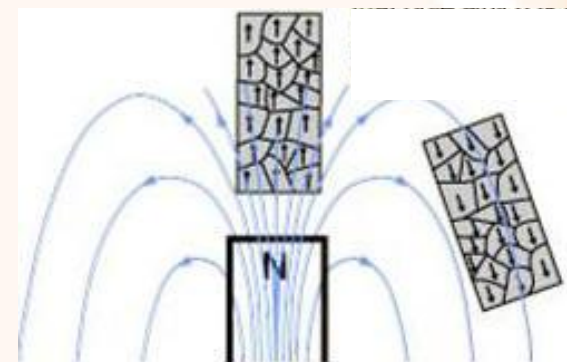
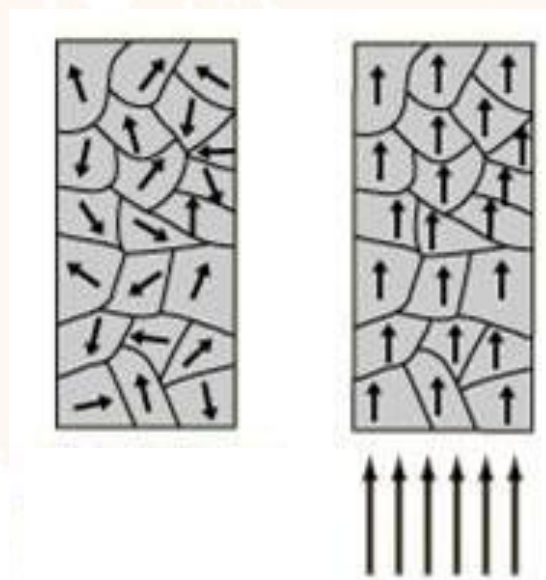
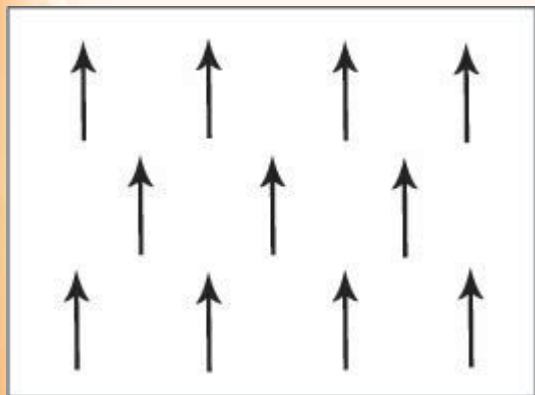
$$\chi = -\frac{\mu_0 n e^2}{6 m_e} \sum_{i=1}^Z \langle R_i^2 \rangle$$

1. Магнитная восприимчивость диамагнетиков не зависит от температуры (П. Кюри, 1895).
2. Диамагнетиками - вещества, у которых собственный магнитный момент атомов равен нулю.

Особый случай: ферромагнетики (Fe, Ni, Co). При температуре ниже критической (т.н. температура Кюри) они могут обладать спонтанной намагниченностью даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Намагничивание возникает благодаря взаимодействию магнитных моментов электронов из внутренних оболочек атомов (квантовый эффект – т.н. «обменное взаимодействие»). В результате спины и магнитные моменты соседних атомов (в пределах доменов $\sim 1-10$ мкм) ориентируются параллельно.



Во внешнем поле магнитные моменты доменов ориентируются по полю, создавая намагниченность, которая может превысить внешнее поле в тысячи раз (!). При температурах ниже $T_{\text{Кюри}}$ намагниченность сохраняется и после отключения внешнего поля.

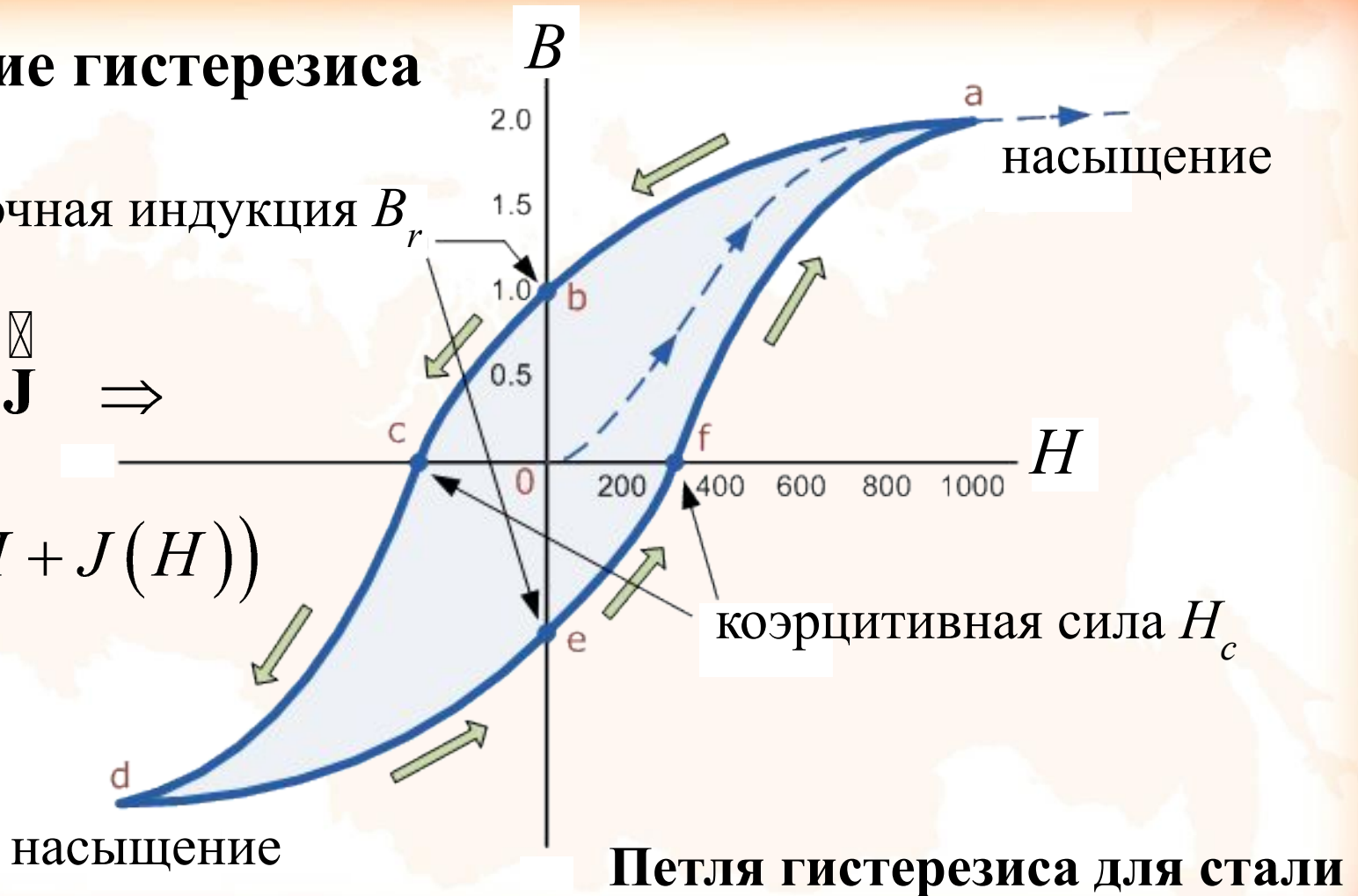


Явление гистерезиса

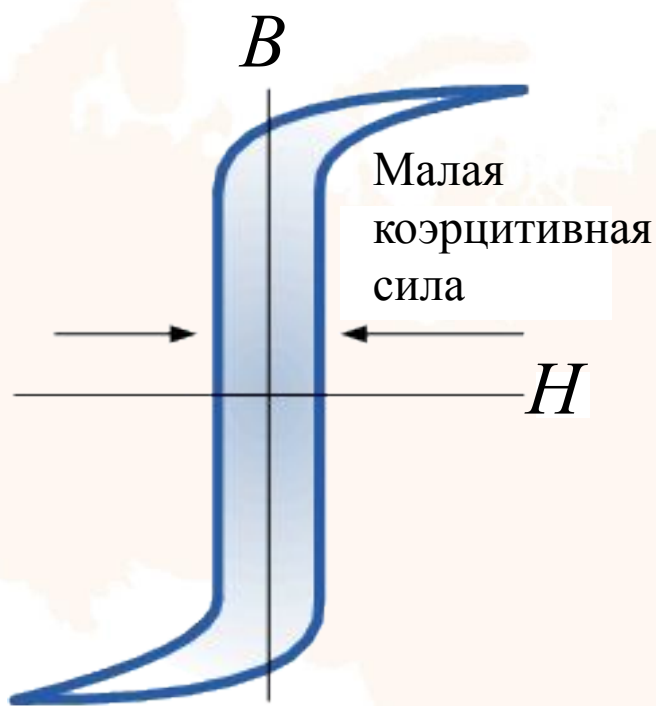
остаточная индукция B_r

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \Rightarrow$$

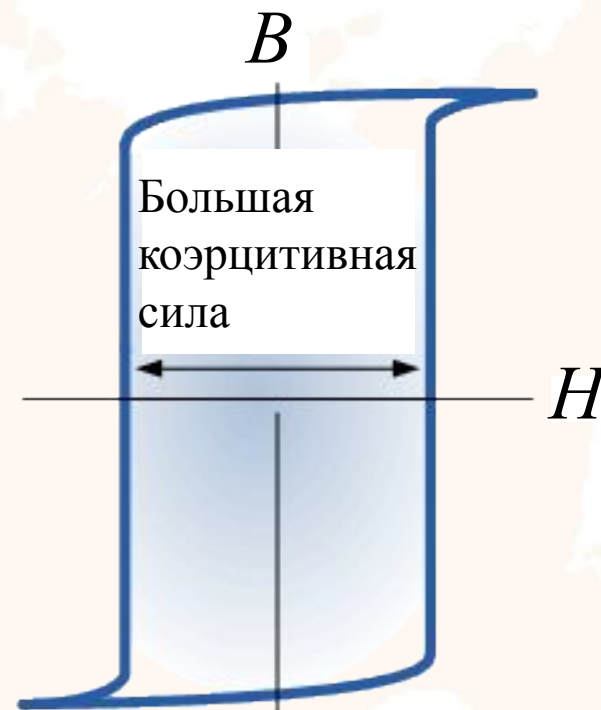
$$B = \mu_0 (H + J(H))$$



Классификация ферромагнитных материалов

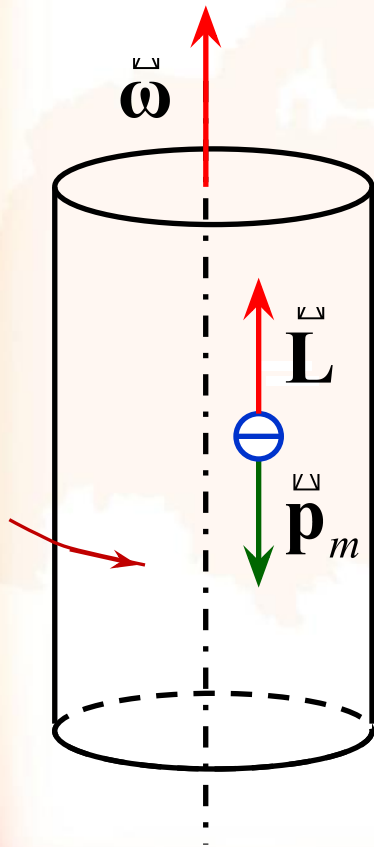


«Мягкие» магнитные материалы



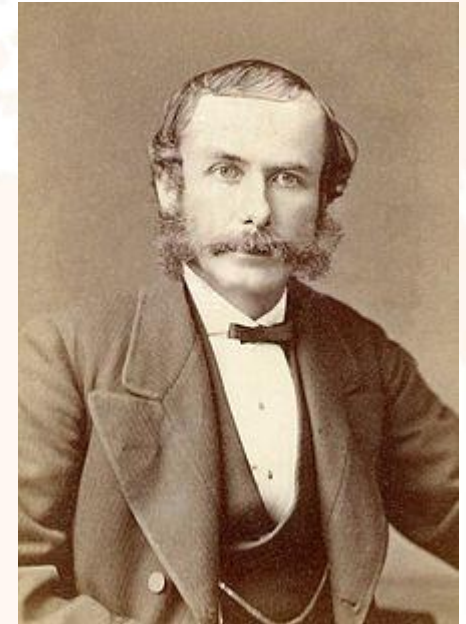
«Жёсткие» магнитные материалы

Опыт Барнетта

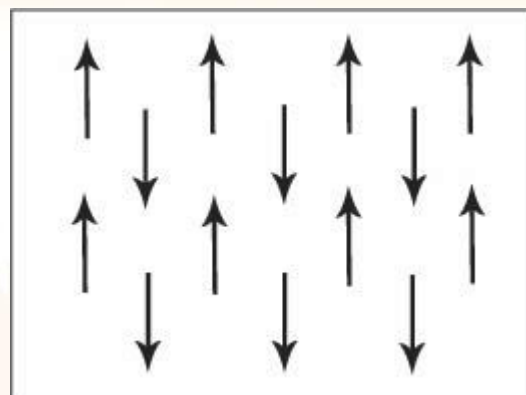
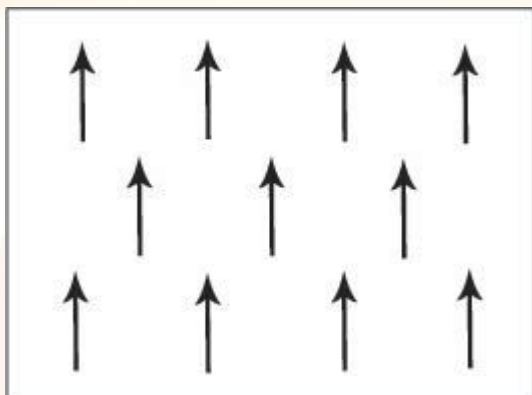


Механическое намагничивание – гироскопический эффект действия центробежной силы на атомарные электроны

Вращающийся ферромагнитный стержень намагничивается.



Сэмьюэл Джексон Барнетт
(1873–1956)



Ферромагнетизм и антиферромагнетизм

Магнитные моменты соседних ионов Cr имеют тенденцию в отсутствие приложенного магнитного поля строиться антипараллельно соседям. Если соседние магнитные моменты имеют одинаковые по модулю значения, то в среднем намагничивание отсутствует.



1 H 2 He

□ Ферромагнетик ■ Антиферромагнетик
□ Парамагнетик ■ Диамагнетик

3	4											5	6	7	8	9	10
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
11	12											13	14	15	16	17	18
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
55	56	57	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
87	88	89															
Fr	Ra	Ac															

58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu

Периодическая таблица элементов, показывающая различные типы намагничивания при комнатной температуре.



Спасибо за внимание!

**Следующая лекция
24 ноября**