

МАТЕМАТИКА

Лектор: старший преподаватель
кафедры математики НГМУ

Константиновская Наталья Валерьевна

Литература:

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. 7-е изд. - М.: Высшая школа, 2012 – 479 с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Учебное пособие для вузов. 7-е изд. - М.: Высшая школа, 2012 – 459 с.
3. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 543 с.
4. Морозов Ю. В. Основы высшей математики и статистики. Учебник. – М.: Медицина, 2010. – 232 с.
5. Сергиенко В. Н., Бондарева И. Б. Математическая статистика в клинических исследованиях. – М.: ГЭОТАР МЕДИЦИНА, 2000. – 256 с.

6). Константиновская Н.В. Элементы математического анализа.

Н.: Сибмедиздат НГМУ, 2012.

7). Константиновская Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика.

Н.: Сибмедиздат НГМУ, 2012.

Раздел 1.

Теория вероятностей



**Введение в теорию
вероятностей и
математическую статистику**

- **Теория вероятностей** – раздел математики, в котором изучаются закономерности массовых, случайных явлений.
- Знание закономерностей, которым подчиняются массовые, случайные события, позволяет предвидеть, как эти события будут протекать.



1. Введение в теорию вероятностей :

- Краткая историческая справка.
Основатели теории вероятностей.



Блез Паскаль
(*Blaise Pascal*)
1623-1662
Франция



Пьер Ферма
(*Pierre de Fermat*)
1601-1665
Франция



Христиан Гюйгенс
(*Christiaan Huygens*)
1629-1695
Голландия



Якоб Бернулли
(*Jakob Bernoulli*)
1655-1705
Швейцария



Пьер-Симон Лаплас
(*Pierre-Simon de Laplace*)
1749-1827
Франция

Первые научные работы Б. Паскаля, П. Ферма и Х. Гюйнеса по теории вероятностей, которые позднее развил Я. Бернулли, появились в связи с анализом закономерностей при игре в кости.
П-С. Лаплас придал теории вероятностей практически законченный вид.





1. Введение в теорию вероятностей :

- Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.



П.Л. Чебышев
1821-1894



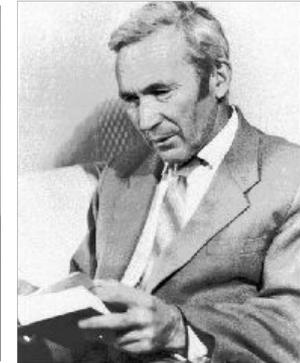
А.М. Ляпунов
1857-1918



А.А. Марков
1856-1922



С.Н. Бернштейн
1880-1968



А.Н. Колмогоров
1903-1987

П.Л. Чебышев и его ученики А.М. Ляпунов и А.А. Марков поставили и решили ряд общих задач в теории вероятностей, обобщающих теоремы Бернулли и Лапласа.

Труды С.Н. Бернштейна и А.Н. Колмогорова позволили теории вероятностей приобрести строгий математический вид. Теория вероятностей стала окончательно восприниматься как один из разделов математики.

Введение. Предмет теории вероятностей и математической статистики, его основные задачи и области применения

Достаточно большое число однородных случайных событий независимо от их конкретной природы подчиняется определенным закономерностям, а именно вероятностным закономерностям.

Установлением этих закономерностей и занимается теория вероятностей.

- **Теория вероятностей** – раздел математики, в котором изучаются закономерности массовых, случайных явлений.
- Знание закономерностей, которым подчиняются массовые, случайные события, позволяет предвидеть, как эти события будут протекать.
- **Пример.** Нельзя определить заранее результат одного бросания монеты, но можно предсказать, причем с небольшой погрешностью, число появлений «герба», если монета будет брошена достаточно большое число раз.

- Одной из главных задач в теории вероятностей, является задача, определения количественной меры возможности появления события.
- Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях естествознания и техники:
 - теории надежности;
 - теории массового обслуживания;
 - теоретической физике;
 - астрономии;
 - теории стрельбы;
 - теории автоматического управления и др.

- Теория вероятностей служит для обоснования математической и прикладной статистики, которая в свою очередь используется при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов и др.

Краткая историческая справка

- Первые работы, в которых зарождались основные понятия теории вероятностей, представляли собой попытки создания теории азартных игр (Кардано, Гюйгенс, Паскаль, Ферма и другие в XVI-XVII вв.).
- Следующий этап развития теории вероятностей связан с именем Якоба Бернулли (1654-1705). Доказанная им теорема, получившая впоследствии название «Закона больших чисел», была первым теоретическим обоснованием накопленных ранее фактов.

- Дальнейшими успехами теория вероятностей обязана Муавру, Лапласу, Гауссу, Пуассону и др.
- Новый наиболее плодотворный период связан с именами П.Л. Чебышева (1821-1894) и его учеников А.А. Маркова (1856-1922) и А.М. Ляпунова (1857-1918). В этот период теория вероятностей становится стройной математической наукой.

- Ее последующее развитие обязано в первую очередь русским и советским математикам (С.Н. Бернштейн, В.И. Романовский, А.Н. Колмогоров, А.Я. Ханчин, Б.В. Гнеденко, Н.В. Смирнов и др.).
- В настоящее время ведущая роль в создании новых ветвей теории вероятностей также принадлежит российским математикам.

Тема. Элементы комбинаторики

План:

1. Основные понятия комбинаторики.
2. Правила комбинаторики.

1. Основные понятия комбинаторики

Группы, составленные из каких-либо элементов, называют **соединениями**.

Различают три основных вида соединений:

- размещения;
- перестановки;
- сочетания.

Задачи, в которых производится подсчет возможных различных соединений, составленных из конечного числа элементов по некоторому правилу, называются **комбинаторными**, а раздел математики занимающийся их решением, называется **комбинаторикой**.

Произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$

обозначают символом $n!$

(читают «**n-факториал**»), причем:

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

Размещения

Размещениями из n элементов по m в каждом называют такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком их расположения.

Число размещений из n элементов по m в каждом обозначается символом

$$A_n^m$$

и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример.

Сколькими способами из пяти кандидатов можно выбрать три лица на три различные должности?

Пример.

Сколькими способами из пяти кандидатов можно выбрать три лица на три различные должности?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{1} = 60$$

Перестановки

Перестановками из n элементов называются такие соединения из всех n элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.

Число перестановок из n
элементов обозначается
СИМВОЛОМ

$$P_n$$

и вычисляется по формуле

$$P_n = n!$$

Пример.

**Сколько способами
можно посадить пять
человек по пяти местам?**

Пример.

**Сколькими способами
можно рассадить пять
человек по пяти местам?**

$$P_5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Сочетания

Сочетаниями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Число сочетаний из n
элементов по m в каждом
обозначается символом

$$C_n^m$$

и вычисляется по формуле

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Пример.

Сколькими способами из 10 пациентов можно создать группы психологической разгрузки по шесть человек в каждой?

Пример.

Сколькими способами из 10 пациентов можно создать группы психологической разгрузки по шесть человек в каждой?

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6!} = 210$$

Замечание.

Выше предполагалось, что все n элементов различны. Если же некоторые элементы повторяются, то в этом случае комбинации с повторениями вычисляются по другим формулам.

2. Правила комбинаторики

Правило суммы.

Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A , либо B можно $m+n$ способами.

Правило произведения.

Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана $m n$ способами.

Пример.

В меню столовой стационара: 2 первых блюда, 3 вторых и 5 третьих. Сколькими способами можно выбрать обед из трех блюд?

Решение.

Пример.

В меню столовой стационара: 2 первых блюда, 3 вторых и 5 третьих. Сколькими способами можно выбрать обед из трех блюд?

Решение.

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Тема: Случайные события. Понятие вероятности события

План:

1. Испытания и события.
2. Виды случайных событий.
3. Классическое определение вероятности.
4. Статистическое определение вероятности.

1. Испытания и события

- Чтобы каким-то образом оценить событие, необходимо учесть или специально организовать условия, в которых оно происходит.
- Выполнение определенных условий или действий для выявления рассматриваемого события носит название **опыта** или **эксперимента**.

- Событие рассматривают, как результат испытания (опыта).
- События обозначают заглавными буквами латинского алфавита
A, B, C и т.д.

Виды событий

- событие называется **случайным**, если в результате опыта оно может произойти, либо не произойти;
- событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в результате данного опыта;
- событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в данном опыте.

Пример.

Испытание - подбрасывание
игральной кости.

События (исходы):

A – выпало четное число очков;

B – выпало 8 очков;

C – выпало менее 7 очков.

2. Виды случайных событий

События называются **несовместными**, если они вместе не могут наблюдаться в одном и том же опыте (т.е. появление одного из них исключает появление других событий в одном и том же опыте).

События называются
единственно возможными,
если в результате опыта
появление одного из них, есть
событие достоверное.

События называются
равновозможными, если ни у
одного из них нет
преимущества для появления
перед другими.

События образуют полную группу событий, если хотя бы одно из них обязательно произойдет в опыте.

Пример.

В аптеку принимаются на реализацию лекарственные препараты от двух поставщиков.

События:

A- отсутствие поставок;

B- поступление товара от одного из поставщиков;

C - поступление товара от двух поставщиков;

образуют полную группу.

Противоположными
называются два единственно
возможных события,
образующих полную группу.

Если одно из противоположных событий
обозначить через A , то другое
обозначают

$$\bar{A}$$

Пример.

Брошена монета.

События:

A - «появился герб»;

\bar{A} - «появилась надпись».

3. Классическое определение вероятности

- Одной из главных задач в теории вероятностей является задача определения количественной меры, возможности появления события.
- Количественной мерой возможности появления рассматриваемого события является вероятность.

- **Вероятностью события A** - называется число, равное отношению числа исходов, благоприятствующих наступлению события A к общему числу возможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

- где m -число исходов благоприятствующих наступлению события A ;
- n – общее число возможных исходов.

Свойства вероятности

- Вероятность достоверного события равна единице;
- Вероятность невозможного события равна нулю;
- Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей;

4. Статистическое определение вероятности

Относительной частотой события называют отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний.

- Относительная частота события A определяется формулой

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

- где m -число появлений события, n – общее число испытаний.

Пример.

Среди 1000 новорожденных оказалось 517 мальчиков. Чему равна частота рождения мальчиков?

Событие A – рождение мальчика.

$$W(A) = \frac{517}{1000} = 0,517$$

Сопоставляя определение вероятности и относительной частоты, делаем вывод:

определение вероятности не требует, чтобы испытания производились в действительности; определение же относительной частоты предполагает, что испытания были произведены фактически.

Вероятностью события A -
называется число, около которого
группируются значения относительной
частоты данного события в различных сериях
большого числа испытаний

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$$

The background of the slide is a warm, golden-brown color with a subtle pattern of overlapping autumn leaves. The leaves are rendered in a slightly darker shade of the background color, creating a textured, layered effect. The central text is in a bold, serif font, contrasting sharply with the background.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ