WILD BOYS COMPANY

PRESENT

ОКРУЖНОСТЬ

Падьюс Райн

Осипенков Кирилл

Турецких Евгений

Сенич Анатолий

Съедин Алексей

Кузнецов Кирилл

В ПРОЕКТЕ УЧАСТВУЮТ

Емельянов Дмитрий

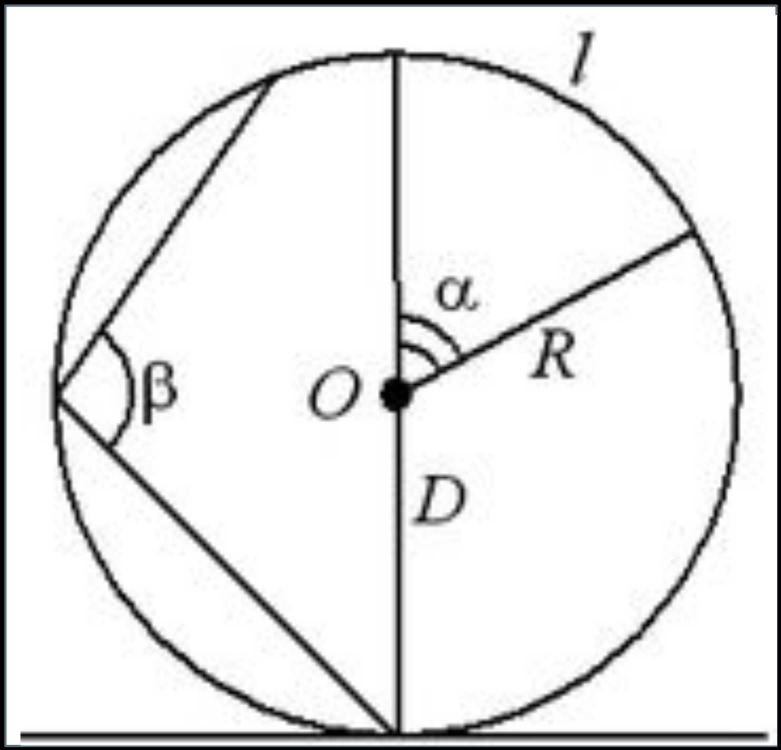
и

Негматулаев Рамазан

Определение

Подготовил Кирилл Кузнецов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



- **Окружность** — это замкнутая плоская кривая, все точки которой одинаково удалены от данной точки (называемой центром), лежащей в той же плоскости, что и кривая.
- Отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, называется **радиусом**.
- Окружность называется **единичной**, если её радиус равен единице.

ФОРМУЛЫ

Подготовил Негматулаев Рамазан

ФОРМУЛЫ ОКРУЖНОСТИ

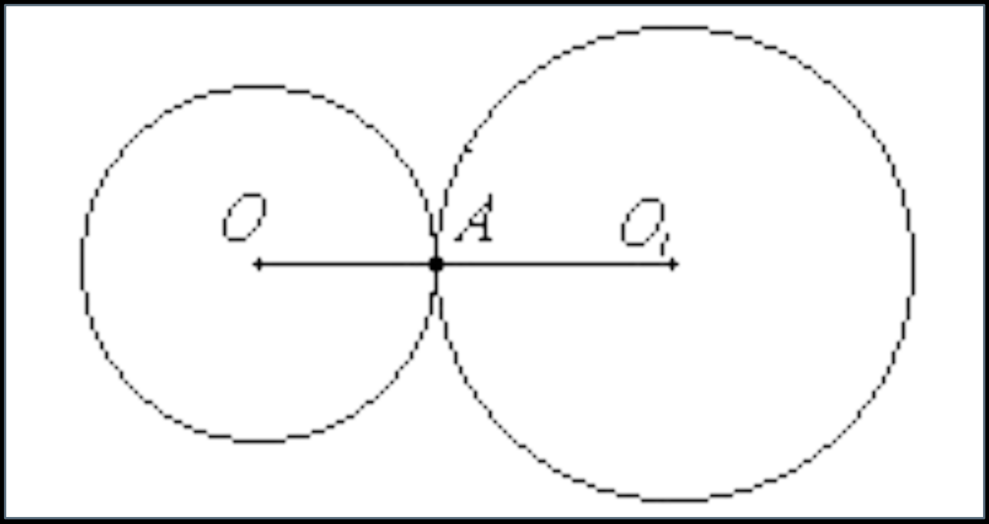
1. Длина окружности: $C = 2\pi R = \pi D$
2. Радиус окружности: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{D}{2}$
3. Диаметр окружности: $D = \frac{C}{\pi} = 2R$
4. Площадь круга радиуса R: $S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$
5. Площадь сектора, ограниченного центральным углом α, измеряемый в градусах, радиусом R: $S = \pi R^2 \frac{\alpha}{360^0}$
6. Площадь сегмента, ограниченного дугой окружности, центральным углом α, хордой: $S = \pi R^2 \frac{\alpha}{360^0} - \frac{R^2 \sin \alpha}{2}$

СВОЙСТВА

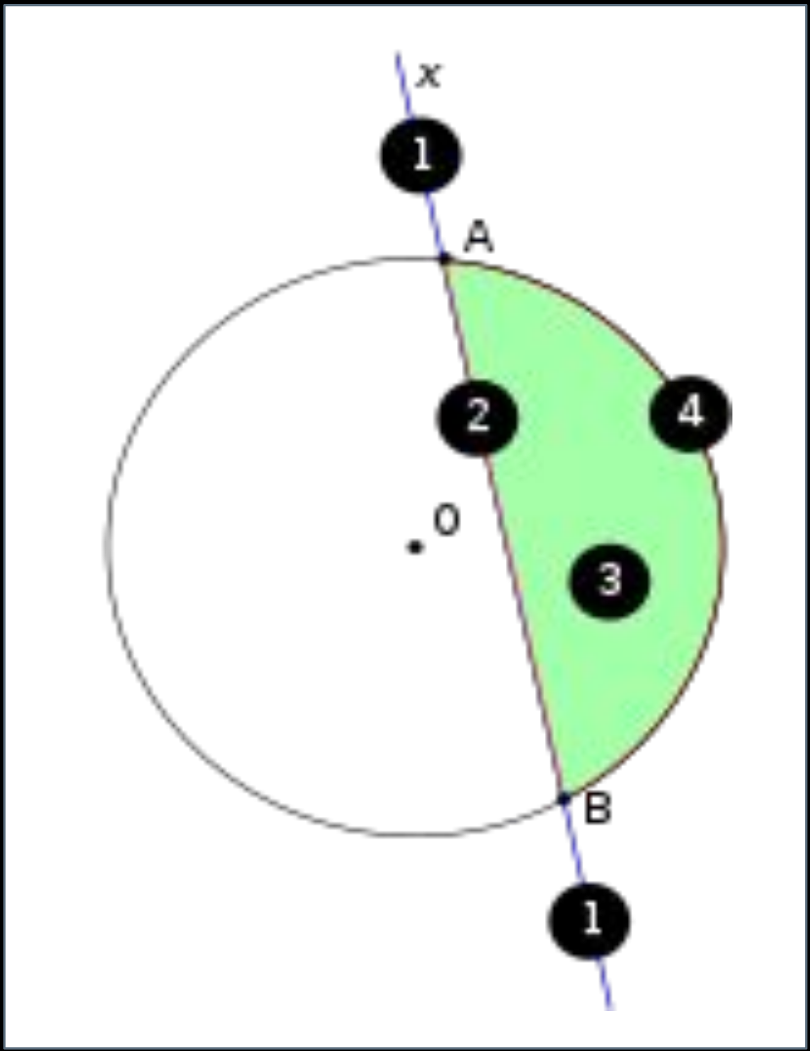
Подготовил Съедин Алексей

СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ

1. Прямая может не иметь с окружностью общих точек; иметь с окружностью одну общую точку (касательная); иметь с ней две общие точки (секущая).
2. Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность, и притом только одну.
3. Точка касания двух окружностей лежит на линии, соединяющей их центры.



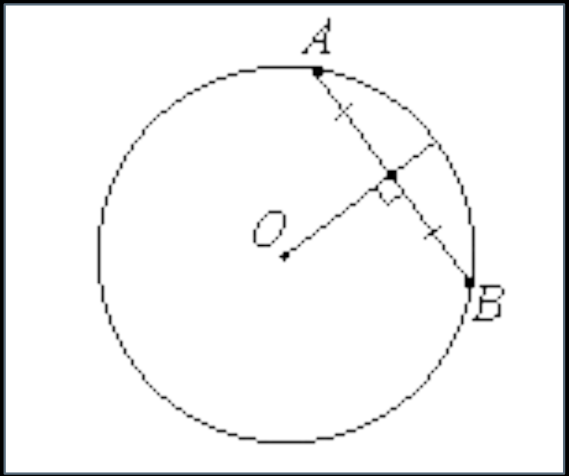
ХОРДЫ ОКРУЖНОСТИ

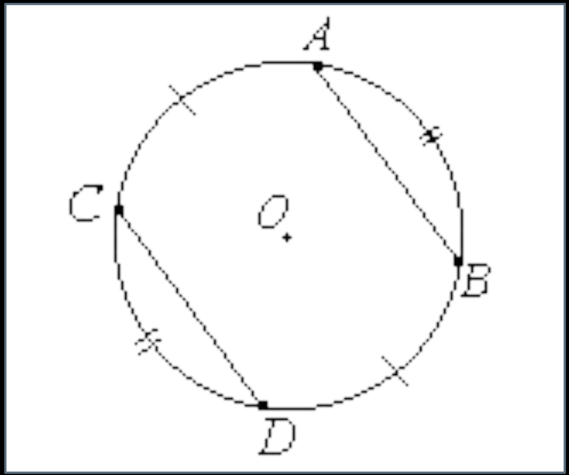


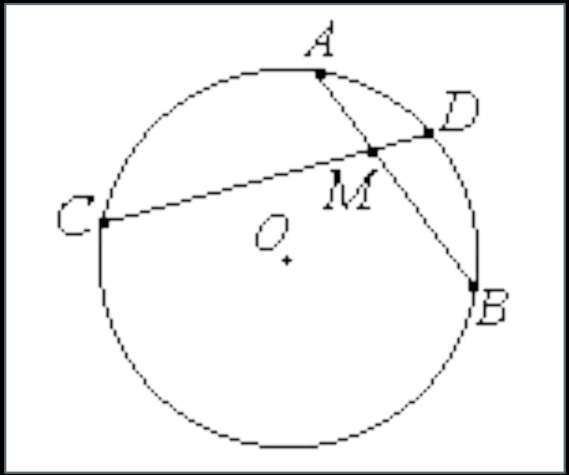
- Прямая, пересекающая окружность в двух различных точках, называется секущей. Отрезок секущей, расположенный внутри окружности, называется хордой. Хорда, проходящая через центр окружности, называется диаметром; тот же термин используется для его длины. Диаметр вдвое больше радиуса: $D = 2R$ он делит окружность и круг на две равные части и поэтому является их осью симметрии. Диаметр больше любой другой хорды.
- Хорда разбивает круг на две части, называемые сегментами круга.

СВОЙСТВА ХОРД

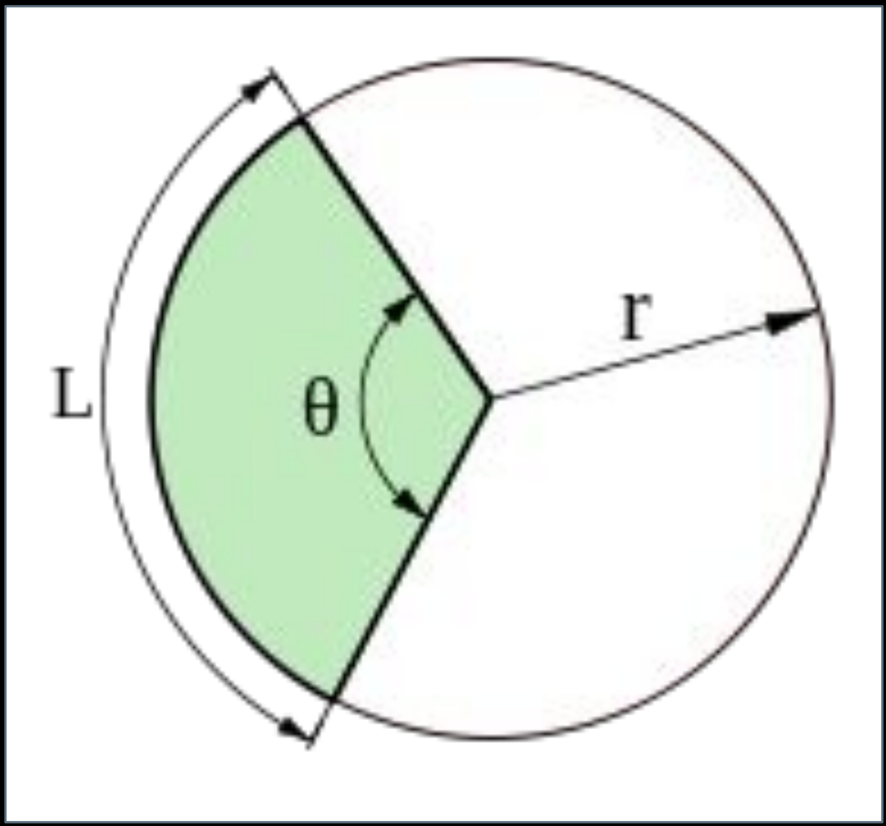
1. Диаметр (радиус), перпендикулярный к хорде, делит эту хорду и обе стягиваемые ею дуги пополам. Верна и обратная теорема: если диаметр (радиус) делит пополам хорду, то он перпендикулярен этой хорде.
2. Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.
3. Если две хорды окружности, AB и CD пересекаются в точке M, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды: AM•MB = CM•MD.







СЕКТОР КРУГА



- Сектор - часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга.
- Два различных радиуса тоже разбивают круг на две части, называемые секторами круга.
- Любые две не совпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. Дуга называется полуокружностью, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.

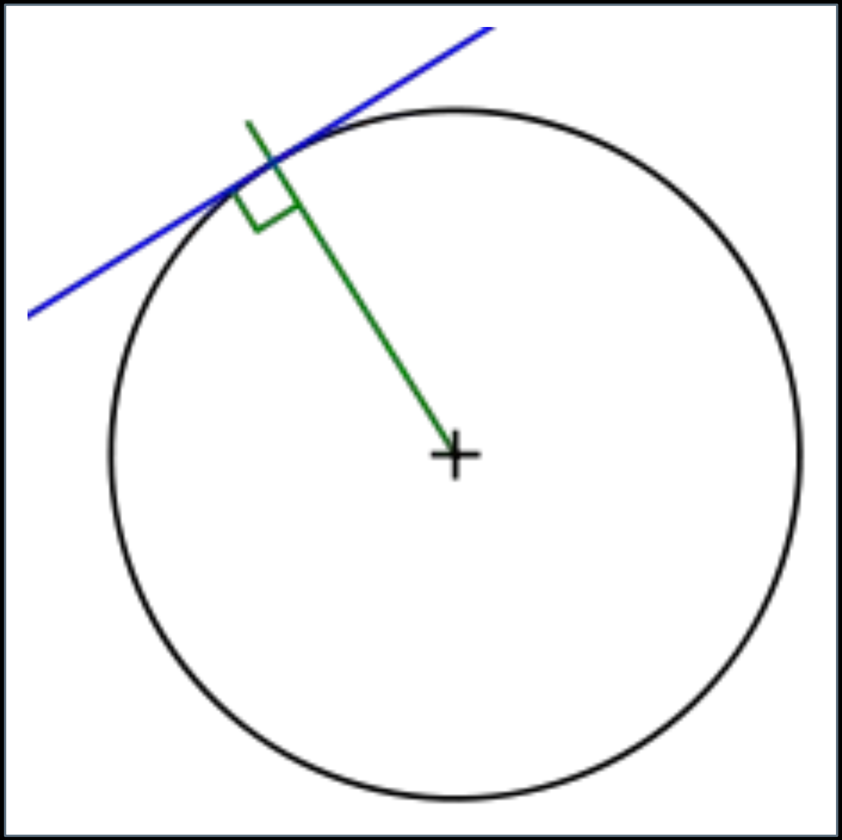
СВОЙСТВА СЕКТОРА ОКРУЖНОСТИ

- Площадь плоского сектора:

$S = \frac{rL}{2} = \frac{r^2\alpha}{2} = \frac{\pi r^2\theta}{360^0}$, θ где — центральный угол в градусах, α — центральный угол в радианах, L — длина дуги сектора.

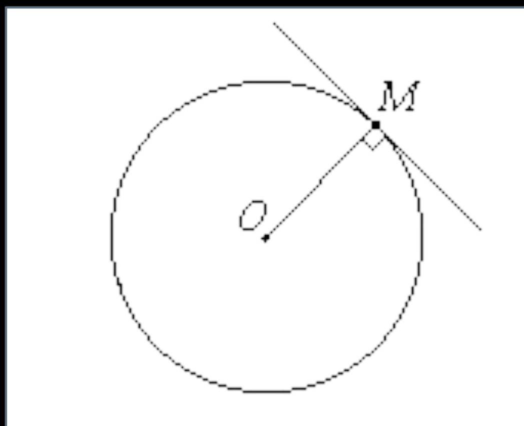
Высота конуса с боковой поверхностью, образованной сектором: $h = \sqrt{r^2 - \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2}$

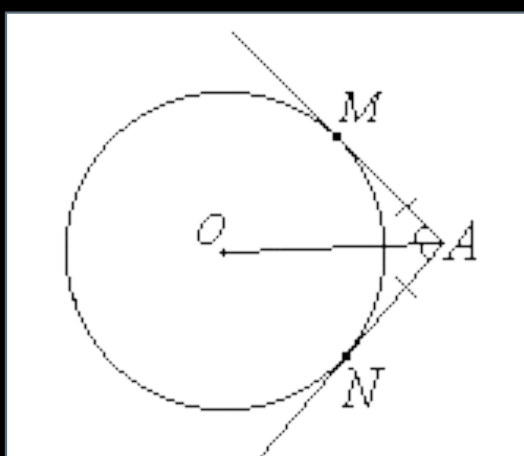
КАСАТЕЛЬНАЯ ОКРУЖНОСТИ



- Прямая, имеющая с окружностью ровно одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности. Касательная к окружности всегда перпендикулярна её радиусу (и диаметру), проведенному в точке касания. То есть радиус является одновременно и нормалью к окружности.
- Отрезки касательных к окружности, проведённых из одной точки, не лежащей на окружности, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

СВОЙСТВА КАСАТЕЛЬНОЙ

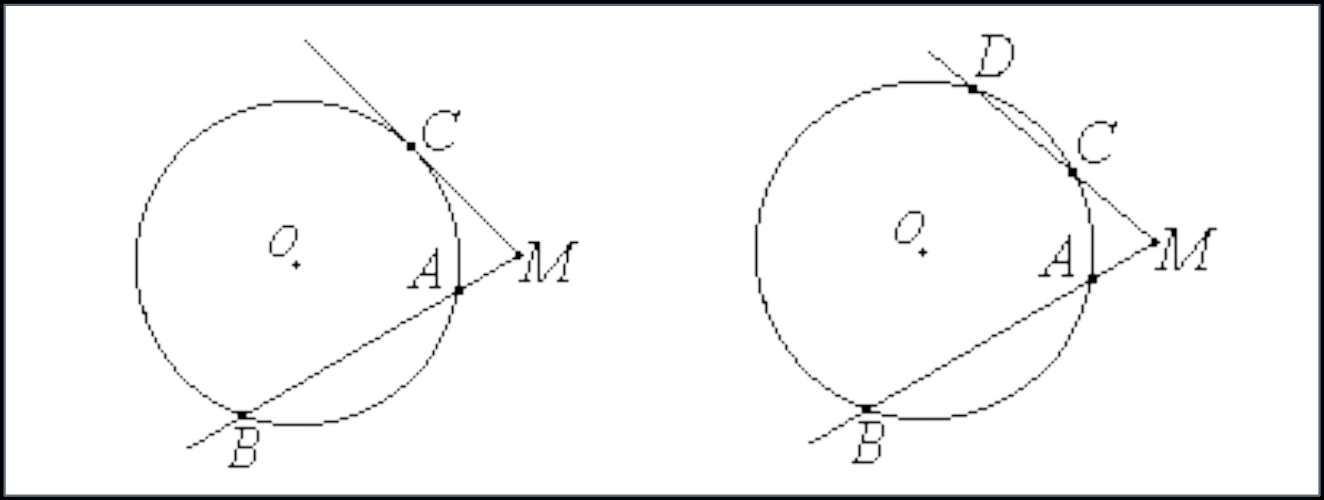




1. **Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.**
2. **Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.**

ТЕОРЕМА О КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ

1. **Если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат длины касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть: MC2 = MA•MB.**
2. **Если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть. MA•MB = MC•MD.**



УРАВНЕНИЯ

Подготовил Падьюс Райн

УРАВНЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ

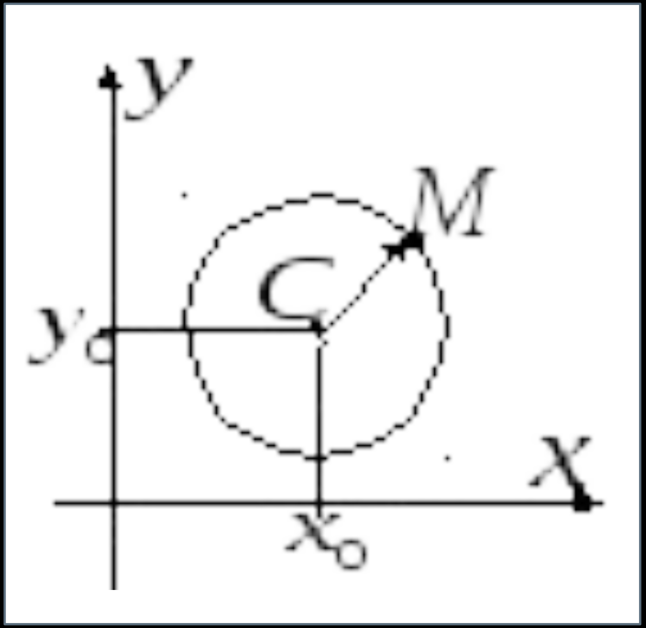
1. Уравнение окружности с центром в начале координат и радиуса имеет вид: $x^2 + y^2 = R^2$
2. Общее уравнение окружности записывается имеет вид:

$Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$, где A, B, C и D – постоянные коэффициенты.

3. Уравнение окружности с центром в точке $C(x_0; y_0)$ и радиус R имеет вид: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ОКРУЖНОСТИ ДЛЯ ВЫВОДА ЕЕ КАНОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ.

- **Пусть точка $C(x_0; y_0)$ – центр окружности. Точка $M(x; y)$ – произвольная точка окружности, а радиус этой окружности равен R. По определению $|\overline{CM}| = R$, тогда, используя формулу вычисления длины вектора $|\overline{CM}|$, имеем $|\overline{CM}| = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, тогда $\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = R$. Возведем обе части равенства в квадрат. Тогда уравнение окружности с центром в точке $C(x_0; y_0)$ и радиусом R имеет вид: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$ - КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ!**



УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ И НОРМАЛИ

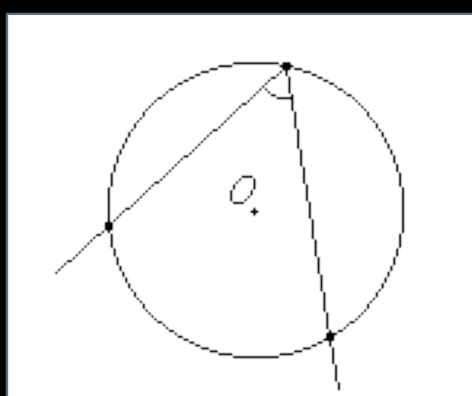
- **Уравнение касательной к окружности в точке $(x_1; y_1)$ определяется уравнением:** $\left(\frac{A}{2}+x_1\right)x+\left(\frac{B}{2}+y_1\right)y+\left(\frac{A}{2}x_1+\frac{B}{2}y_1+C\right)=0$
- **Уравнение нормали в той же точке можно записать как:** $\frac{x-x_1}{2x_1+A}=\frac{y-y_1}{2y_1+B}$

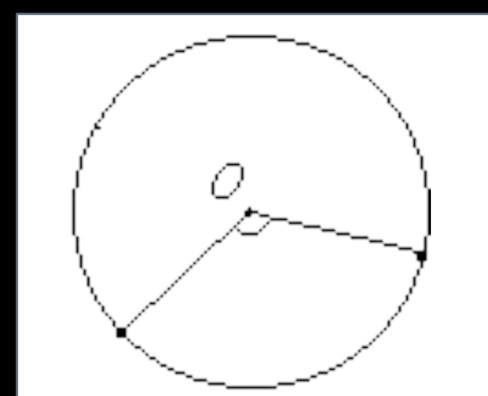
Углы в окружности

Подготовил Емельянов Дмитрий

УГЛЫ

- **Центральным углом** в окружности называется плоский угол с вершиной в ее центре.
- Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность, называется **вписанным углом**.
- Любые две точки окружности делят ее на две части. Каждая из этих частей называется **дугой окружности**. Мерой дуги может служить мера соответствующего ей **центрального угла**.
- **Дуга называется полуокружностью**, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.

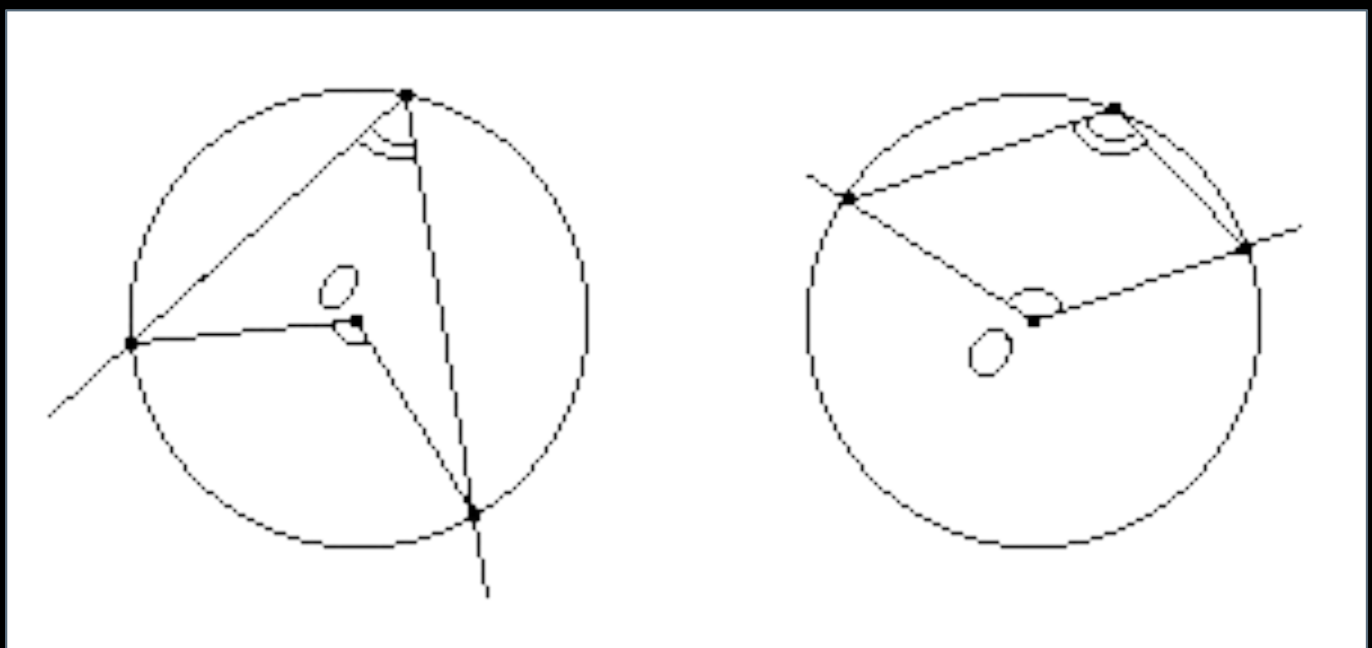




СВОЙСТВА УГЛОВ, СВЯЗАННЫХ С ОКРУЖНОСТЬЮ

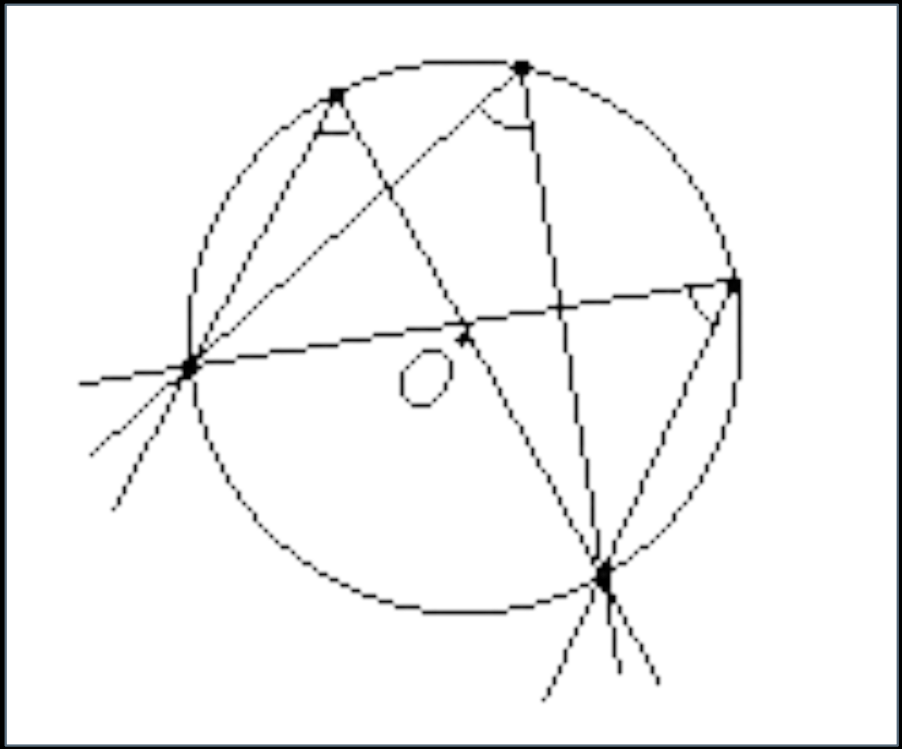
ПЕРВОЕ СВОЙСТВО УГЛОВ

Вписанный угол либо равен половине соответствующего ему центрального угла, либо дополняет половину этого угла до 180°.



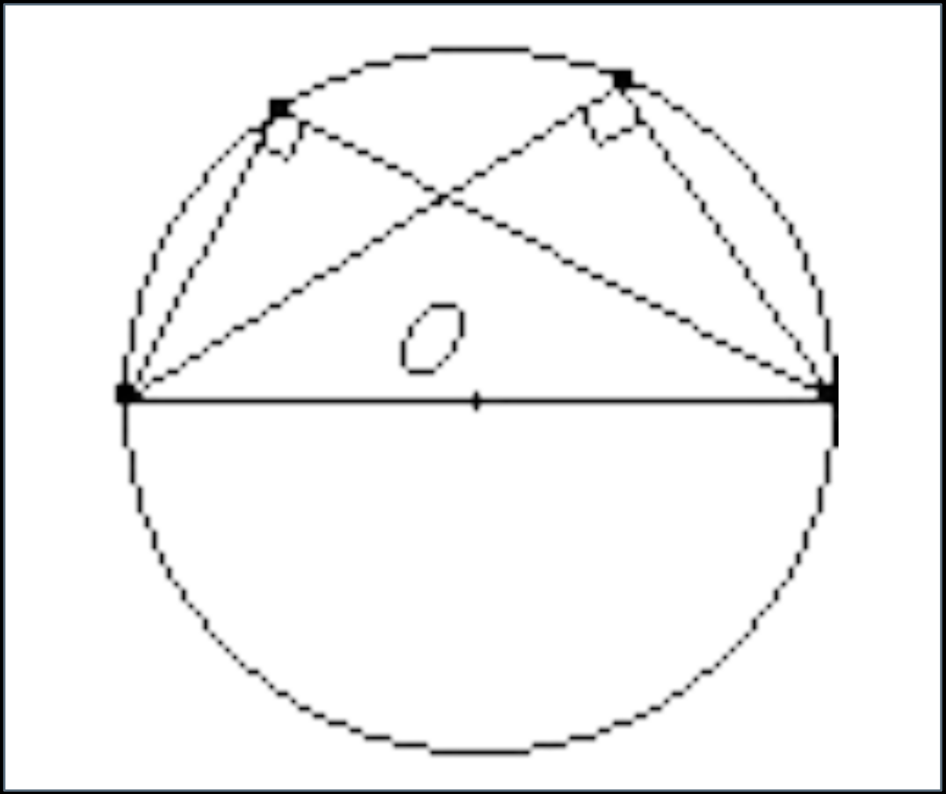
ВТОРОЕ СВОЙСТВО УГЛОВ

Углы, вписанные в одну окружность и опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



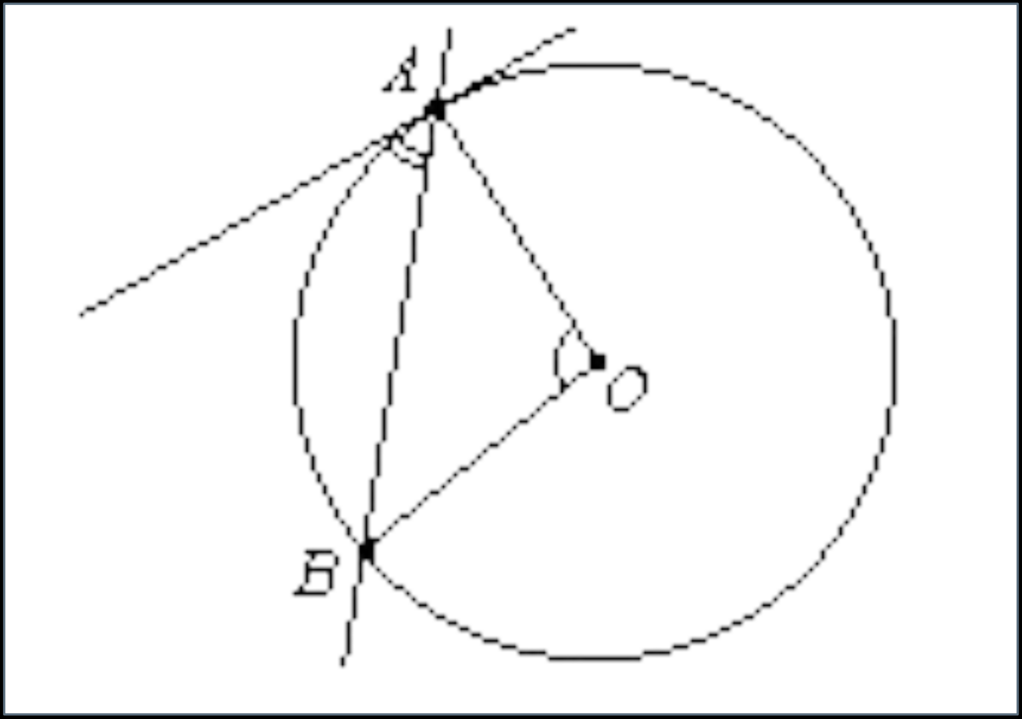
ТРЕТЬЕ СВОЙСТВО УГЛОВ

Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°.



ЧЕТВЕРТОЕ СВОЙСТВО УГЛОВ

Угол, образованный касательной к окружности и секущей, проведенной через точку касания, равен половине дуги, заключенной между его сторонами.

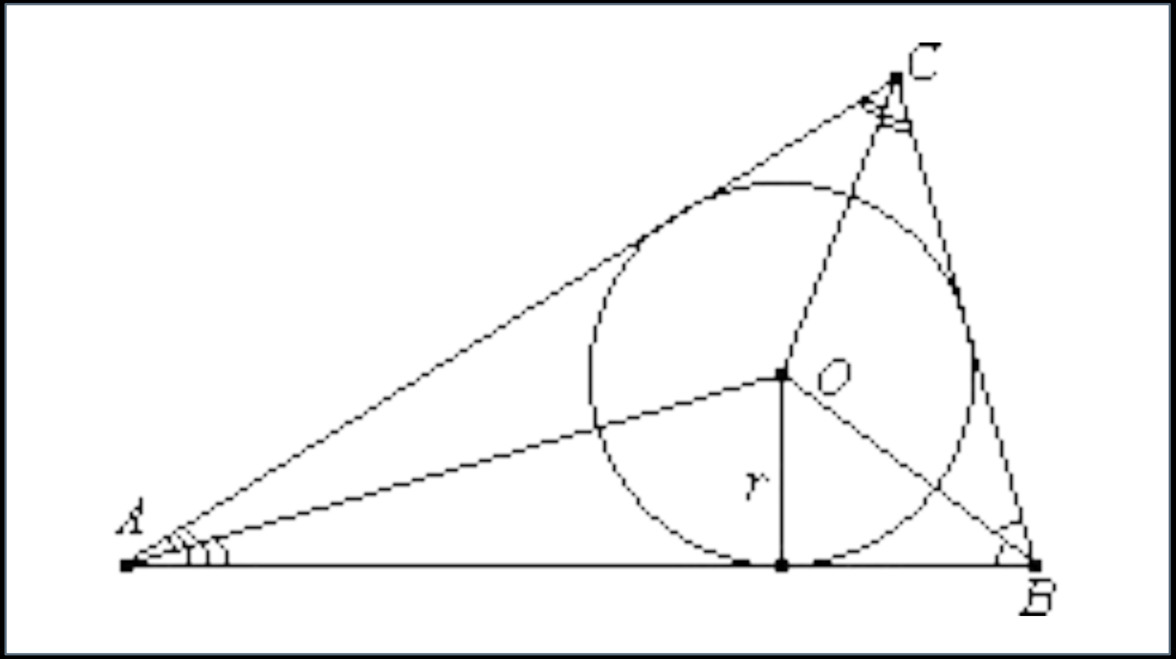


ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

Подготовил Сенич Анатолий

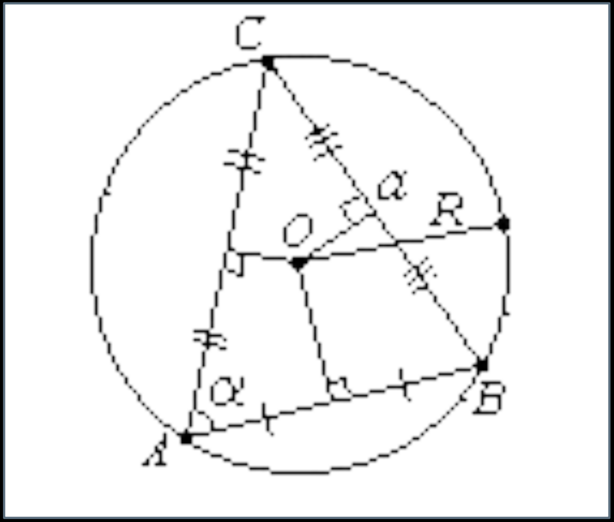
ОКРУЖНОСТЬ И ТРЕУГОЛЬНИК

- **центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника, ее радиус r вычисляется по формуле: $r = \frac{S}{p}$, где S — площадь треугольника, а $p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.**



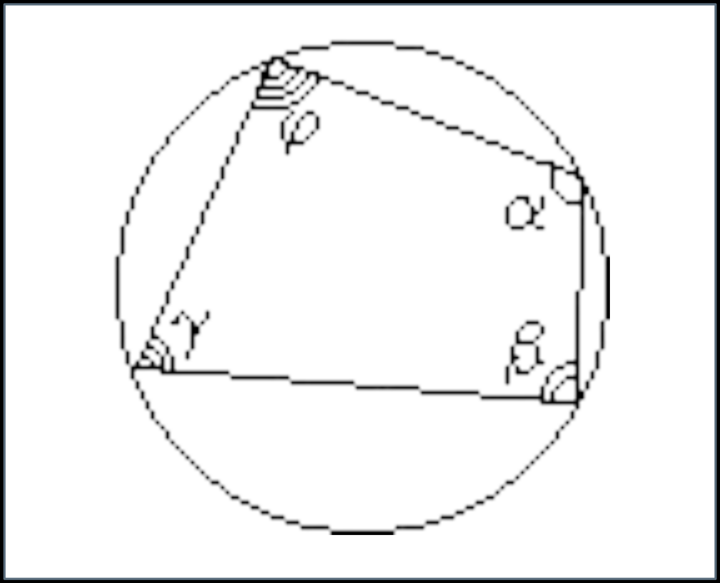
ОКРУЖНОСТЬ И ТРЕУГОЛЬНИК

- центр описанной окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров, ее радиус R вычисляется по формуле: $R = \frac{1}{2} \times \frac{\alpha}{\sin \alpha}$, $R = \frac{abc}{4S}$; здесь a, b, c — стороны треугольника, — угол, лежащий против стороны a, S — площадь треугольника;
- центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы;
- центр описанной и вписанной окружностей треугольника совпадают только в том случае, когда этот треугольник — правильный.

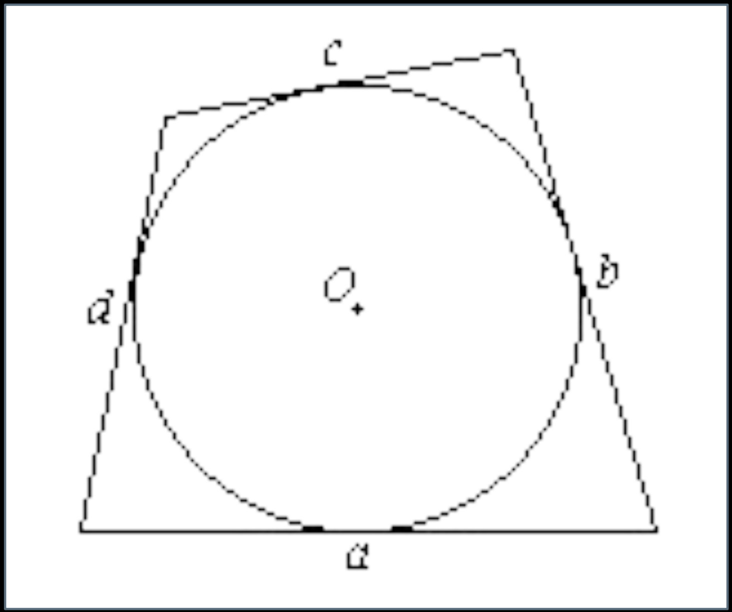


ОКРУЖНОСТЬ И ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

- **около** **выпуклого четырехугольника** **можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма его внутренних противоположных углов равна 180**
- $\alpha + \gamma \ = \ \beta + \varphi \ = 180°;$



ОКРУЖНОСТЬ И ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ



- в четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда у него равны суммы противоположных сторон: $a + c = b + d$;
- около параллелограмма можно описать окружность тогда и только тогда, когда он является прямоугольником;
- около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда эта трапеция — равнобедренная; центр окружности лежит на пересечении оси симметрии трапеции с серединным перпендикуляром к боковой стороне;
- в параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является ромбом.

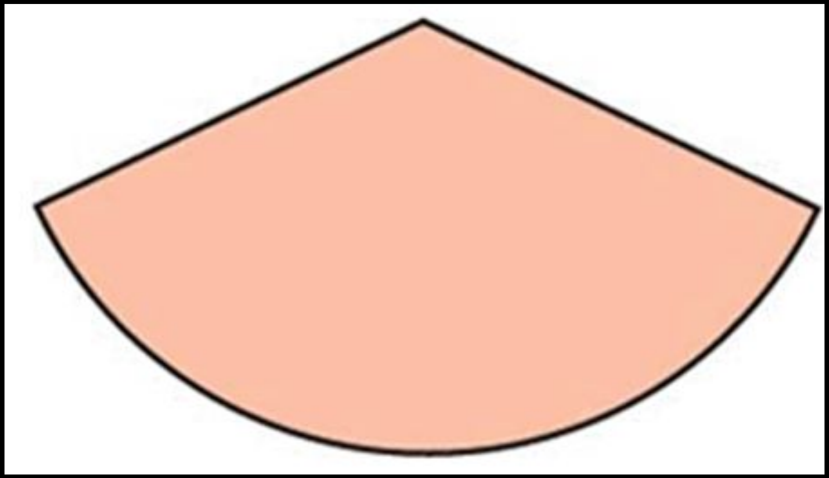
ЗАДАЧИ

Подготовил Кузнецов Кирилл

Задача №1

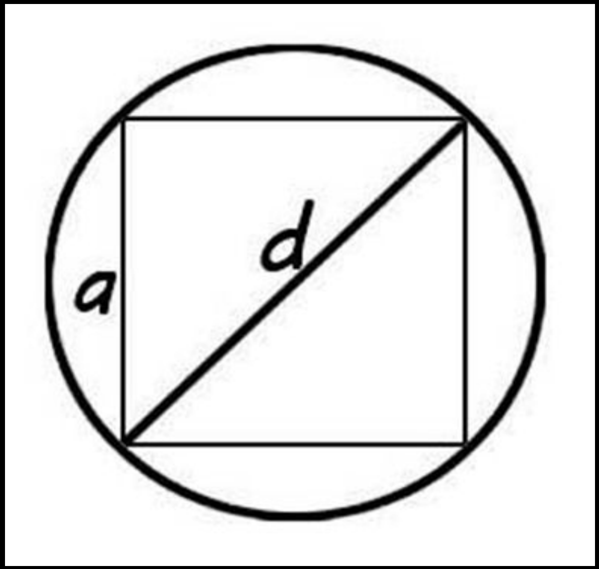
Найдите центральный угол

30



Задача №2

Дан квадрат, вписанный в круг. Его сторона a = 4 см. Найдите площадь окружности.

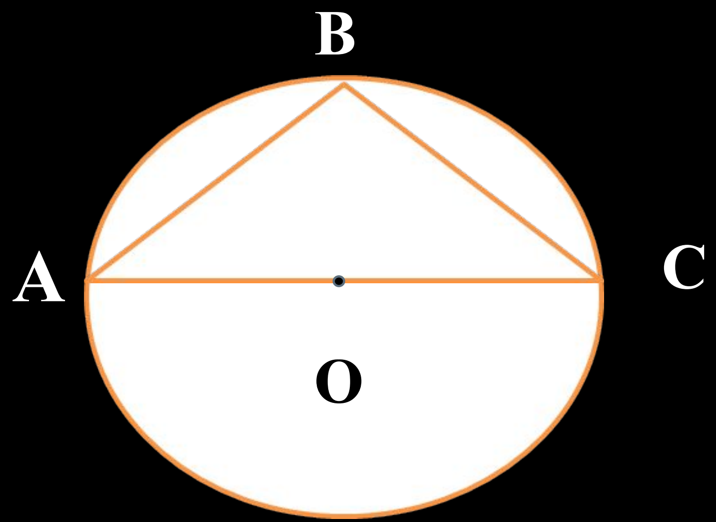


Задача №3

В окружности проведена хорда; и через один из концов хорды проходит касательная к окружности. Вычислить угол, составленный касательной и хордой, если хорда делит окружность в отношении 5:7.

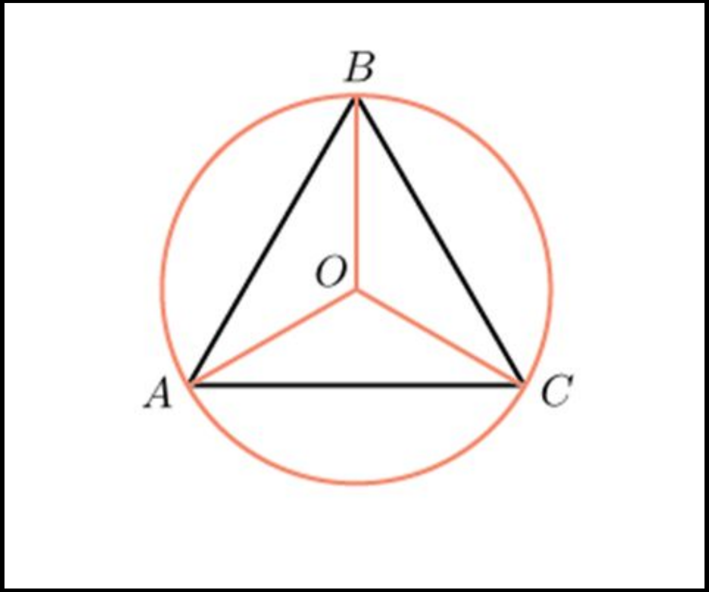
Задача №4

Точки A, B, C, расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как 1 : 3 : 5. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах



Задача №5

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



ОТВЕТ №1

- **Площадь сектора круга определяется по формуле:**
- **Подставим** $S_{\text{сектора}} = \dfrac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ,$ где $n -$ центральный угол

$$375 = \frac{\pi \left(\frac{30}{\sqrt{\pi}}\right)^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$375 = \frac{\pi \cdot \frac{900}{\pi}}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$375 = \frac{900}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

- **Отв** $n = 375 \cdot \dfrac{360^\circ}{900} = 150^\circ$

ОТВЕТ №2

- **Рассмотрим пример расчета площади круга, описанного вокруг квадрата.**
  Задача: дан квадрат, вписанный в круг. Его сторона а = 4 см. Найдите площадь окружности.
  Для начала рассчитаем длину диагонали d.

$$d=\sqrt{2\times4^2}=\sqrt{2\times16}=4\sqrt{2}$$

Теперь подставляем данные в формулу

$$S=3{,}14\times\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\times3{,}14=25{,}12$$

ОТВЕТ №3

О - центр данной окружности и АВ - ее хорда. Обозначим через x1/5 угловой величины меньшей из дуг с концами в точках А и В. Тогда величина большей из дуг равна 7x, а так как объединение этих двух дуг есть полная окружность, 5x + 7x = 360°, откуда x = 30°. Следовательно, величина меньшего из углов АОВ равна 150град, а тогда из рассмотрения равнобедренного треугольника АВО получаем, что угол ВАО равен 15°. Касательная к окружности, проходящая через точку А, перпендикулярна радиусу ОА и, следовательно, образует с хордой АВ угол 75 градусов.

ОТВЕТ №4

1. **Частей окружности = 1+3+5 =9**
2. **360 : 9 =40**
3. **Одна дуга 1 х 40 =40**
4. **Вторая - 3 х 40 = 120**
5. **Третья - 5 х 40 = 200**
6. **Треугольник вписаный , углы , опирающиеся на дугу равны 1/2 дуге**
7. **1 угол 40 :2 = 20**
8. **2 угол 120 : 2 = 60**
9. **3 угол 200 : 2 =100**
10. **Всего 180**

ОТВЕТ №5

- **Треугольник АВС правильный, значит, все его углы равны 60°. Тогда**
- **R = 0,5 * (корень из 3) / (корень из 3 / 2)**
- **(sin 60 = корень из 3 / 2)**
- **R = 1**
- **Ответ: 1.**

КРОССВОРД

Подготовил Турецких Евгений

										к			
							д	у	г	а			
				в						с			
			о	п	и	с	а	н	н	а	я		
				и						т			
				с					ц	е	н	т	р
х	о	р	д	а						л			а
				н						ь			д
				н						н			и
				а						а			у
				я						я			с

Своя игра

Подготовил Осипенков Кирилл

200	200	200
400	400	400
600	600	600
800	800	800

В КАКОМ КВАНДРАНТЕ НАХОДИТСЯ УГОЛ 202°?

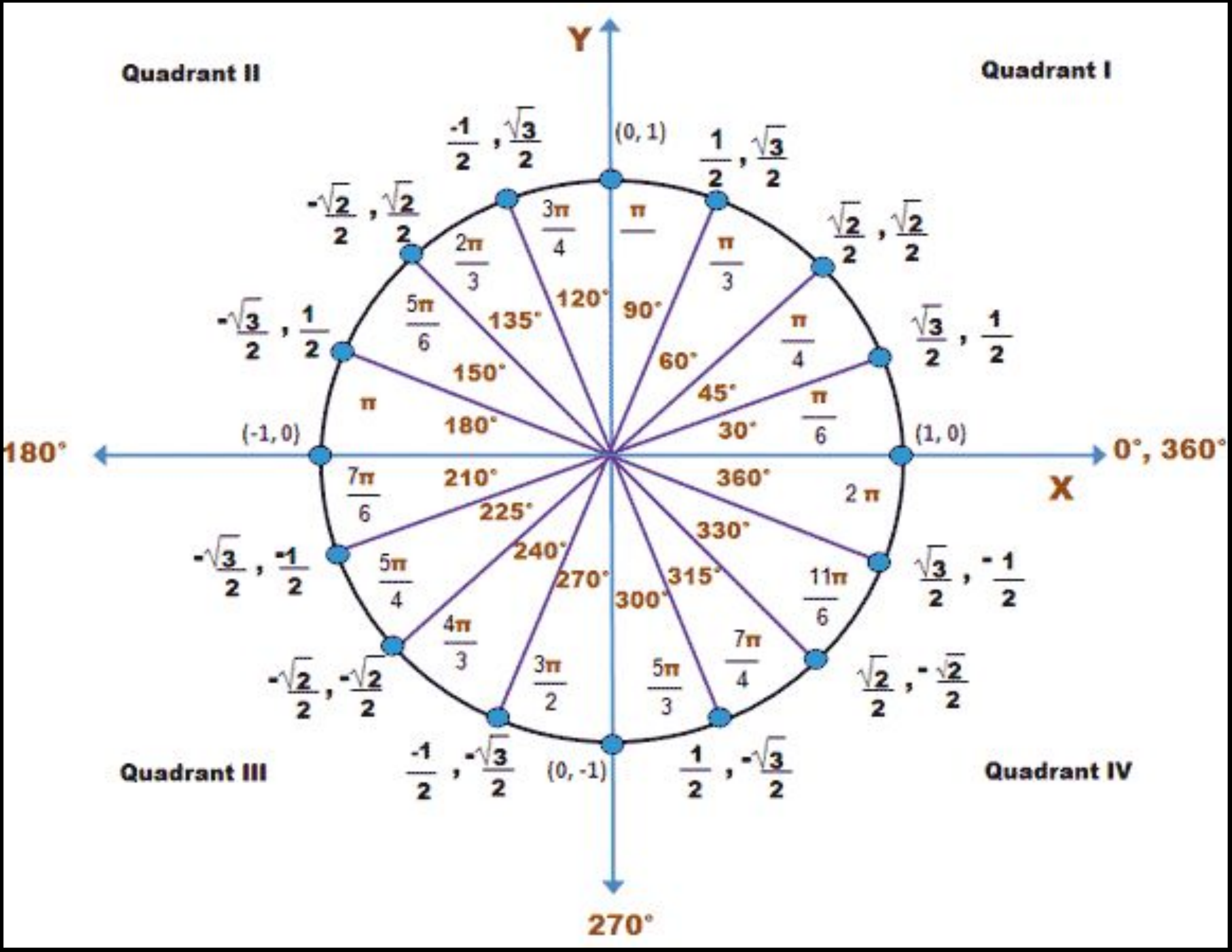
a) в первом

b) в третьем

c) в четвертом

d) во втором

Правильный Ответ: b



СКОЛЬКО ЦЕНТРОВ У ОКРУЖНОСТИ?

a) 2
b) 1
c) 3
d) 4
e) Бесконечно много

Правильный ответ:
d-4

СКОЛЬКО ОКРУЖНОСТЕЙ МОЖНО ПРОВЕСТИ ЧЕРЕЗ ОДНУ ТОЧКУ?

a) 1
b) 2
c) Бесконечно много
d) Ни одной
e) 3

Правильный ответ:

СКОЛЬКО ОКРУЖНОСТЕЙ МОЖНО ПРОВЕСТИ ЧЕРЕЗ ДВЕ ТОЧКИ?

a) Ни одной

b) 2

c) Бесконечно много

d) 1

e) 3

Правильный ответ:

ЧТО ЯВЛЯЕТСЯ ПЕРЕСЕЧЕНИЕМ ДВУХ ДИАМЕТРОВ ОДНОЙ ОКРУЖНОСТИ?

a) Радиус
b) Центр
c) Хорда
d) Угол
e) Диаметр, делящий угол между ними пополам.

Правильный ответ:

СКОЛЬКО КАСАТЕЛЬНЫХ К ДАННОЙ ОКРУЖНОСТИ МОЖНО ПРОВЕСТИ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, ПРИНАДЛЕЖАЩУЮ ЕЙ?

a) 0
b) 2
c) 3.
d) Бесконечно много
e) 1.

Правильный ответ:

СКОЛЬКО КАСАТЕЛЬНЫХ К ДАННОЙ ОКРУЖНОСТИ МОЖНО ПРОВЕСТИ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ ВНЕ ОКРУЖНОСТИ?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 4
e) Бесконечно много.

Правильный ответ:

РАДИУС ОКРУЖНОСТИ МЕНЬШЕ ДИАМЕТРА НА 13 СМ. НАЙДИТЕ ДИАМЕТР ДАННОЙ ОКРУЖНОСТИ.

a) 4, 5 см

b) 26 см

c) 13 см

d) 15, 3 см

e) 20 см.

Правильный ответ:

КАК РАСПОЛОЖЕНЫ ДВЕ ОКРУЖНОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА, ЕСЛИ ИХ ДИАМЕТРЫ РАВНЫ 58 СМ И 30 СМ, А РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ РАВНО 50 СМ.

a) Пересекаются
b) Касаются внешним образом
c) Не имеют общих точек
d) Касаются внутренним образом
e) Параллельны

Правильный ответ:

КАК РАСПОЛОЖЕНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА ПРЯМАЯ И ОКРУЖНОСТЬ, ДИАМЕТР КОТОРОЙ РАВЕН 46 СМ, ЕСЛИ РАССТОЯНИЕ ОТ ЕЕ ЦЕНТРА ДО ДАННОЙ ПРЯМОЙ РАВНО 23 СМ?

a) **Касаются**

b) **Не пересекаются**

c) **Пересекаются**

d) **Не имеют общих точек**

e) **Касаются внутренним образом**

Правильный ответ:

ТРИ ОКРУЖНОСТИ РАВНОГО РАДИУСА ПОПАРНО КАСАЮТСЯ ДРУГ ДРУГА. КАК РАСПОЛОЖЕНЫ ЦЕНТРЫ ОКРУЖНОСТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА?

a) **Принадлежат одной прямой**
b) **Принадлежат окружности того же радиуса**
c) **Один центр делит пополам отрезок, соединяющий центры двух других окружностей.**
d) **Находятся в вершинах равностороннего треугольника.**
e) **Не имеют общих точек.**

Правильный ответ:

КАК ИЗОБРАЖАЕТСЯ ХОРДА НА ЧЕРТЕЖЕ ОКРУЖНОСТИ?

a) прямой линией
b) дугой окружности
c) отрезком с концами, лежащими на окружности.

Правильный ответ:

ПРИЗНАК КАСАТЕЛЬНОЙ К ОКРУЖНОСТИ ГЛАСИТ:

a) касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания

b) если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, то она является касательной

c) если прямая имеет с окружностью общие точки, то она является касательной

d) если прямая проходит чрез конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна этому радиусу, то она является касательной

Правильный ответ:

THE END