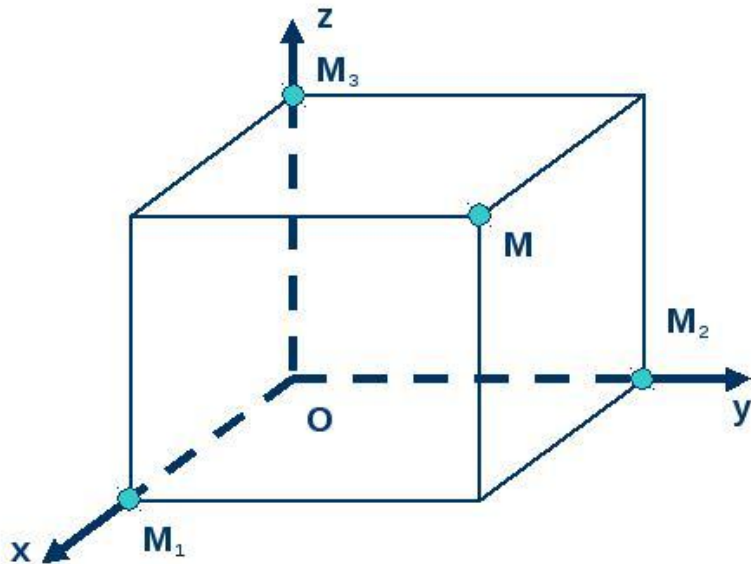


Метод координат в пространстве



Прямоугольная система координат в пространстве.

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждом из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана прямоугольная система координат в пространстве.



В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются её координатами.

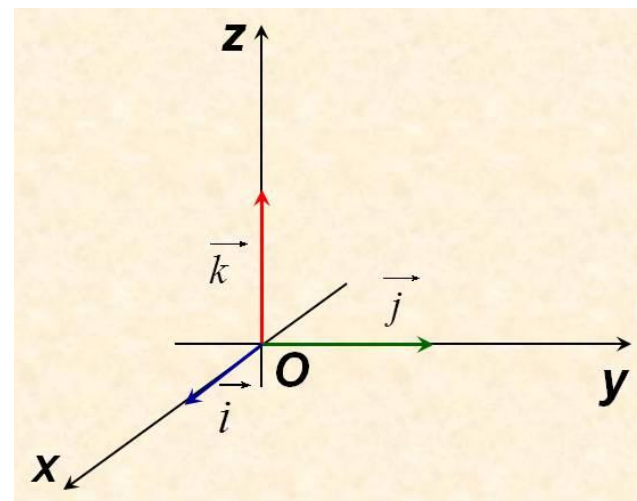
Координаты вектора

Векторы \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – координатные векторы.

Любой вектор \mathbf{a} можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

$$\mathbf{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Причем коэффициенты разложения x , y , z определяются единственным образом и являются координатами вектора \mathbf{a} .



Правила нахождения суммы, разности и произведения данного вектора на данное число:

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.
2. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.
3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Связь между координатами векторов и координатами точек

- Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется радиус-вектором данной точки.
- Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.
- Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его

Простейшие задачи в координатах:

1. КООРДИНАТЫ СЕРЕДИНЫ ОТРЕЗКА. Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВЕКТОРА ПО ЕГО КООРДИНАТАМ.

Длина вектора $\alpha \{ x ; y ; z \}$ вычисляется по формуле:

$$|\alpha| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

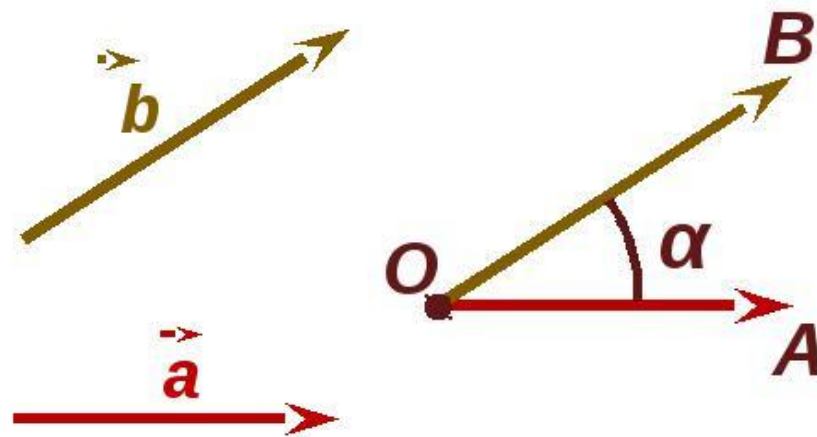
3. РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ.

Расстояние между точками $M(x_1 ; y_1 ; z_1)$ и $M(x_2 ; y_2 ; z_2)$ вычисляется по формуле:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Угол между векторами

Возьмем два произвольных вектора a и b . Отложим от какой-нибудь точки O векторы $OA = a$ и $OB = b$. Они образуют угол AOB , который равен α . Если угол между векторами равен 90° , то векторы называются перпендикулярными.



Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение двух векторов – произведение их длин на косинус угла между ними

$$ab = |a| * |b| * \cos(\alpha)$$

Скалярное произведение вектор $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ с помощью координат $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно 0, когда эти векторы перпендикулярны.

Скалярный квадрат вектора (т.е. скалярное произведение вектора на себя) равен квадрату его длины.

Свойства скалярного произведения векторов

- Для любых векторов a , b , c и любого числа k справедливы соотношения:

1) Если $\vec{a}^2 \geq 0$, то $\vec{a}^2 > 0$ при $\vec{a} \neq \vec{0}$.

2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (переместительный закон).

3) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (распределительный закон).

4) $(k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = k \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$ (сочетательный закон).