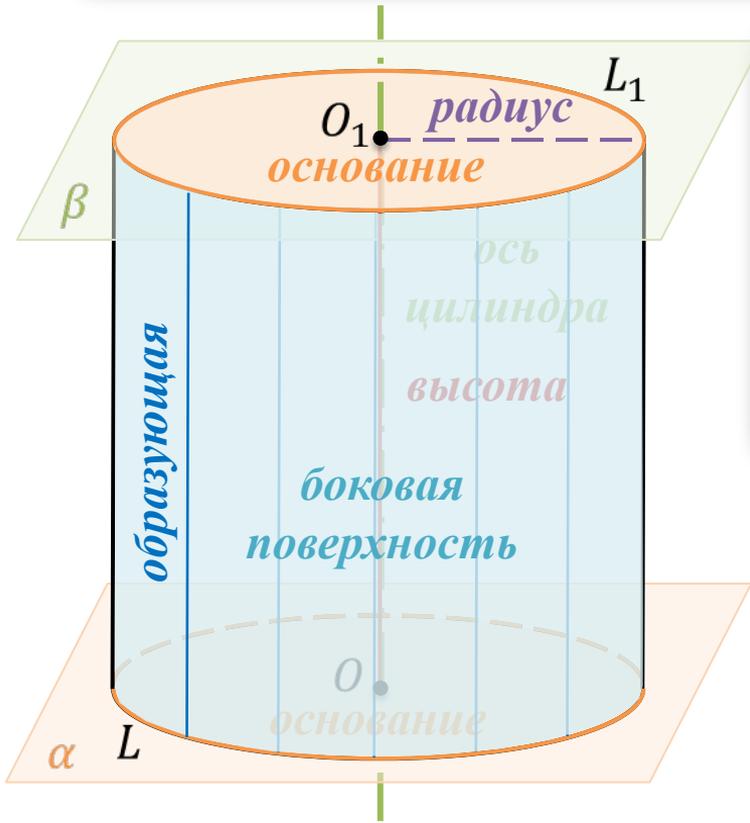


Объем цилиндра

Сегодня на уроке:

- ✓ Определение цилиндра.
- ✓ Основные элементы цилиндра.
- ✓ Формула для вычисления объёма цилиндра.

Определение. Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя равными кругами с границами L и L_1 , называется *цилиндром*.



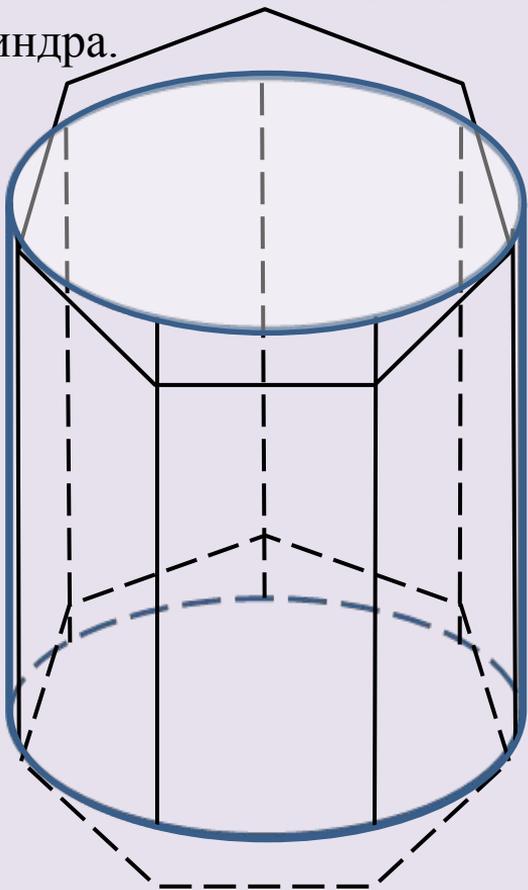
Прямой круговым цилиндром или просто *цилиндром* называется геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями α и β , которые перпендикулярны образующим цилиндрической поверхности.

Радиус основания называется *радиусом* цилиндра.

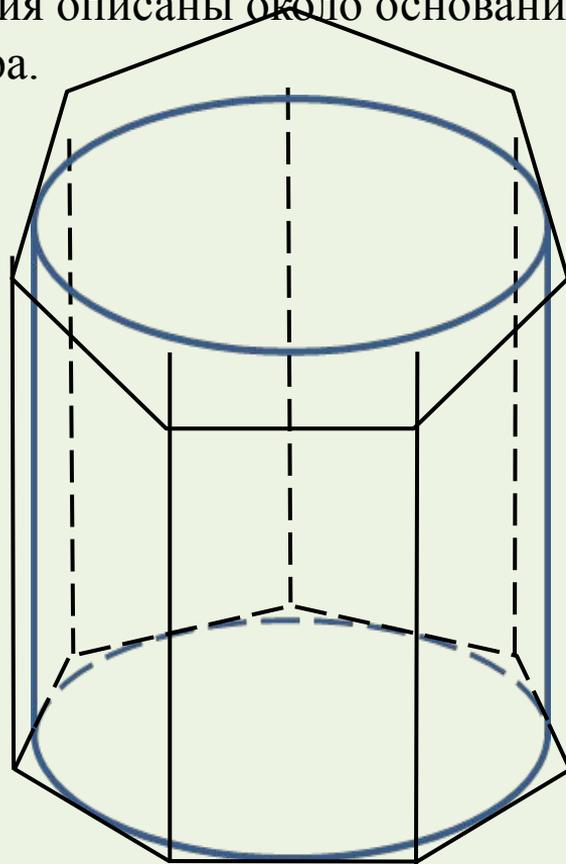
Цилиндр называется *равносторонним*, если его высота равна диаметру основания.

Боковой поверхностью цилиндра называется часть цилиндрической поверхности, расположенная между основаниями цилиндра.

Призма *вписана в цилиндр*, если ее основания вписаны в основания цилиндра.



Призма *описана около цилиндра*, если ее основания описаны около оснований цилиндра.



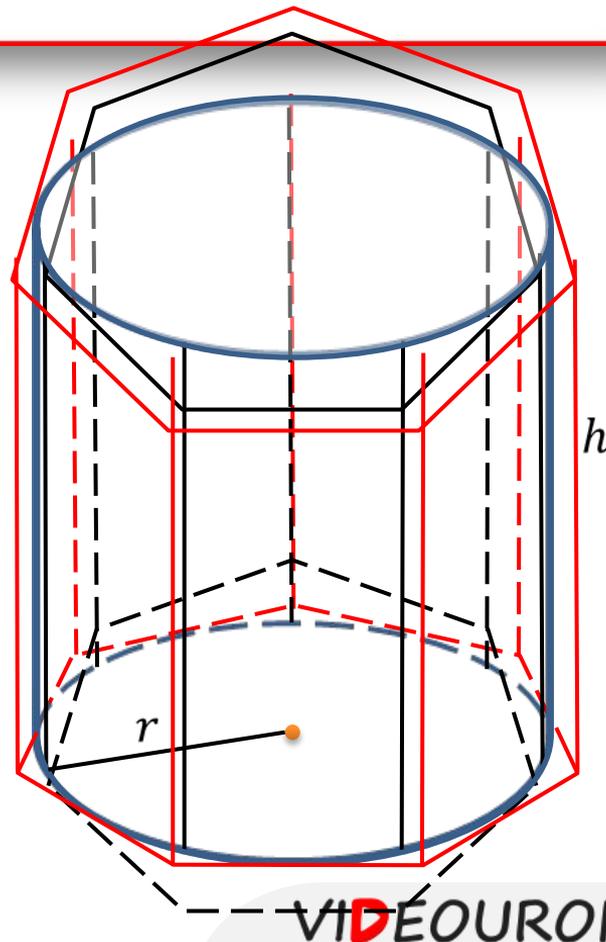
Теорема. Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

Доказательство:

$$S_{\text{осн вписанной призмы}} = S_n = n \cdot r \cdot \sin \frac{180^\circ}{n} \cdot r \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}$$

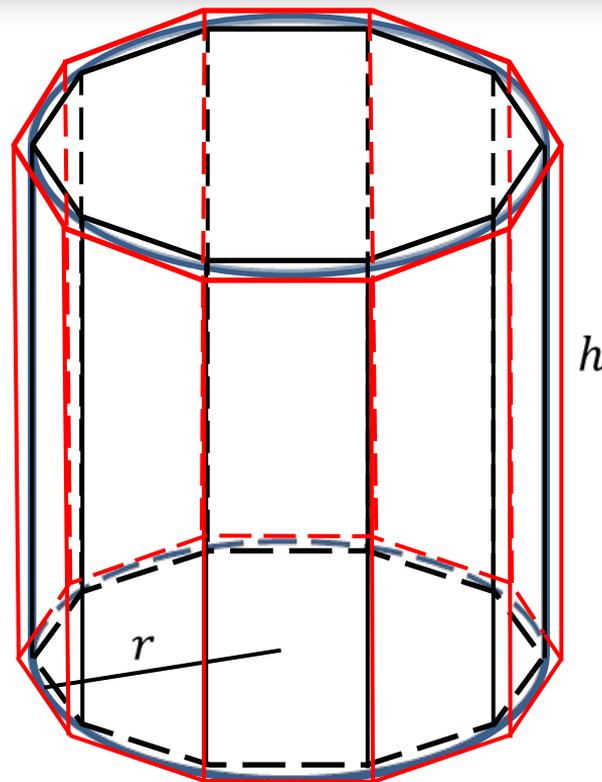
$$S_{\text{осн описанной призмы}} = n \cdot R \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \cdot R = \frac{S_n}{\cos^2 \frac{180^\circ}{n}}$$

$$S_n \cdot h < V < \frac{S_n}{\cos^2 \frac{180^\circ}{n}} \cdot h$$



Теорема. Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = S \cdot h$$



Задача. Заполнить таблицу недостающими данными.

$$V = \pi r^2 h$$

Решение:

24π		
	$\sqrt{\frac{10}{0,3\pi}}$	
		2

$$V = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 3 = 24\pi$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{120}{3,6\pi}} = \sqrt{\frac{10}{0,3\pi}}$$

$$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{8\pi}{\pi h^2} = \frac{8}{h^2} \Rightarrow h \cdot h^2 = 8 \Leftrightarrow h^3 = 8 \Leftrightarrow h = 2$$

Задача. Алюминиевый провод $d = 4$ мм имеет массу 6,8 кг. Найти длину провода,
 $\rho = 2,6$ г/см³.

Решение:

$$V = \frac{m}{\rho}$$

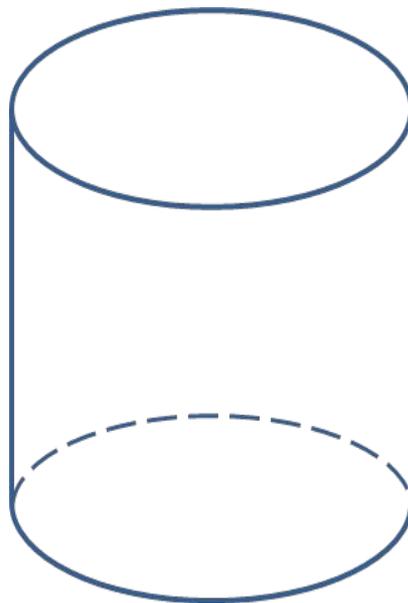
$$V = \frac{6800}{2,6} \approx 2615,4 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$r = \frac{4}{2} = 2 \text{ (мм)} = 0,2 \text{ (см)}$$

O

L

Прямой круговой цилиндром или просто *цилиндром* называется геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями α и β , которые перпендикулярны образующим цилиндрической поверхности.



$$m = \rho \cdot V$$

Определение. Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя равными кругами с радиусами R и L , называется цилиндром.

Ответ: ≈ 208 м.

Задача. В цилиндр вписана правильная n -угольная призма. Найти отношение объемов призмы и цилиндра, если призма

- а) треугольная
- в) четырехугольная
- с) шестиугольная.

L_1

O_1

Решение:

$$h_{\text{пр}} = h_{\text{ц}} = h$$

$$V_{\text{пр}} = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4} \cdot h$$

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot h}{12}$$

$$\frac{V_{\text{пр}}}{V_{\text{ц}}} = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot h}{4} : \frac{\pi \cdot a^2 \cdot h}{12} =$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot h}{4} \cdot \frac{12}{\pi \cdot a^2 \cdot h} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}$$

$$V_{\text{пр}} = a^2 \cdot h$$

$$r = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{2}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot h}{2}$$

$$\frac{V_{\text{пр}}}{V_{\text{ц}}} = a^2 \cdot h : \frac{\pi \cdot a^2 \cdot h}{2} =$$

$$= a^2 \cdot h \cdot \frac{2}{\pi \cdot a^2 \cdot h} = \frac{2}{\pi}$$

$$V_{\text{пр}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot h$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{3\pi \cdot a^2 \cdot h}{4}$$

$$\frac{V_{\text{пр}}}{V_{\text{ц}}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot h}{2} : \frac{3\pi \cdot a^2 \cdot h}{4} =$$

$$= \frac{3\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot h}{2} \cdot \frac{4}{3\pi \cdot a^2 \cdot h} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$$

Объём цилиндра

Определение. Цилиндр – это тело, ограниченное двумя равными кругами и цилиндрической поверхностью.



Прямая AB называется **осью** цилиндра.
Отрезок AB – его **высотой**.
При вращении сторон AD и BC образуются два равных круга – они называются **основаниями** цилиндра.
Из радиуса называется **радиусом** цилиндра.
При вращении стороны CD образуется поверхность, состоящая из отрезков, параллельных оси цилиндра.
Ее называют **цилиндрической поверхностью** или **боковой поверхностью** цилиндра.
Отрезки, из которых она составлена называются **образующими** цилиндра.

VIDEouroki.ru

Задача. Заполнить таблицу недостающими данными.

$$V = \pi r^2 h$$

Решение:

V	r	h
24π	$2\sqrt{2}$	3
120	$\sqrt{\frac{46}{\pi}}$	3,6
8π	h	2

$$V = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 3 = 24\pi$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{120}{3,6\pi}} = \sqrt{\frac{46}{\pi}}$$

$$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{8\pi}{\pi h^2} = \frac{8}{h^2} \Rightarrow h \cdot h^2 = 8 \Leftrightarrow h^3 = 8 \Leftrightarrow h = 2$$

VIDEouroki.ru

VIDEouroki.NET