

Практическое занятие 4.

Нормальные формы.

1. Приведите равносильными преобразованиями каждую из следующих формул к дизъюнктивной нормальной форме:

а) $(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg(Z \rightarrow T)$;

б) $((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z)$;

в) $(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y))$

г) $((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$

д) $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z$;

е) $X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$;

2. Приведите равносильными преобразованиями каждую из формул задачи 1 к конъюнктивной нормальной форме:

а) $(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg(Z \rightarrow T)$;

б) $((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z)$;

в) $(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y))$

г) $((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$

д) $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z$;

е) $X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$;

3. Применяя равносильные преобразования, найдите СДН-форму для формул из задачи 1.

а) $(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg(Z \rightarrow T);$

б) $((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z);$

в) $(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y))$

г) $((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$

д) $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z;$

е) $X \rightarrow (Y \rightarrow Z);$

4. Применяя равносильные преобразования, найдите СКН-

Форму для Формул из задачи 1.

а) $(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg(Z \rightarrow T);$

б) $((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z);$

в) $(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y))$

г) $((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$

д) $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z;$

е) $X \rightarrow (Y \rightarrow Z);$

5. Используя СДН-форму, найдите формулу, принимающую значение 1 на следующих наборах значений переменных, и только на них:

а) $F(0, 0) = F(1, 1) = 1;$

б) $F(1, 0) = 1;$

в) $F(0, 1, 0) = F(1, 0, 1) = F(1, 1, 1) = 1;$

г) $F(0, 1, 1) = F(1, 1, 0) = 1;$

д) $F(1, 0, 0) = F(0, 1, 0) = F(0, 0, 1) = 1;$

6. Используя СКН-форму, найдите формулу, принимающую значение 0 только на следующих наборах значений переменных:

а) $F(0, 1) = F(1, 1) = 0;$

б) $F(0, 1) = 0;$

в) $F(0, 1, 1) = F(1, 1, 1) = 0;$

г) $F(1, 0, 0) = F(1, 0, 1) = 0;$

д) $F(0, 1, 1) = F(0, 0, 0) = F(0, 1, 0) = 0;$

7. Для каждой из следующих формул алгебры высказываний с помощью ее таблицы истинности найдите СКН-форму:

а) $X \leftrightarrow Y$;

б) $(X \vee Y) \wedge Z$;

в) $\neg(\neg X \vee \neg Y) \wedge (X \rightarrow (Y \wedge Z))$;

г) $(X \wedge Y \wedge Z) \vee T$;

д) $X \wedge \neg(\neg Y \wedge (Z \rightarrow (X \leftrightarrow Y)))$;

е) $(X \wedge Y) \vee (Y \wedge Z) \vee (Z \wedge T)$;

8. Найдите наипростейшую формулу от трех переменных среди равносильных формул от трех переменных, последний столбец таблицы истинности которых имеет следующий вид:

а) 0 1 0 1 0 1 0 1;

б) 0 0 1 0 0 1 0 0;

д) 1 1 0 0 0 0 1 1;

е) 0 1 0 1 1 0 1 0;

и) 1 1 1 1 0 0 0 0;

к) 1 0 1 0 1 1 1 0;

9. Найдите наипростейшую из равносильных формул от трех переменных, которая:

- а) всегда принимает то же значение, что и ее второй аргумент;
- б) принимает такое же значение, как и большинство ее аргументов;
- в) принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно два ее аргумента принимают значение 0;
- г) принимает такое же значение, как и меньшинство ее аргументов;
- д) принимает значение 0 тогда и только тогда, когда по крайней мере один из первого и третьего аргументов принимает значение 0;