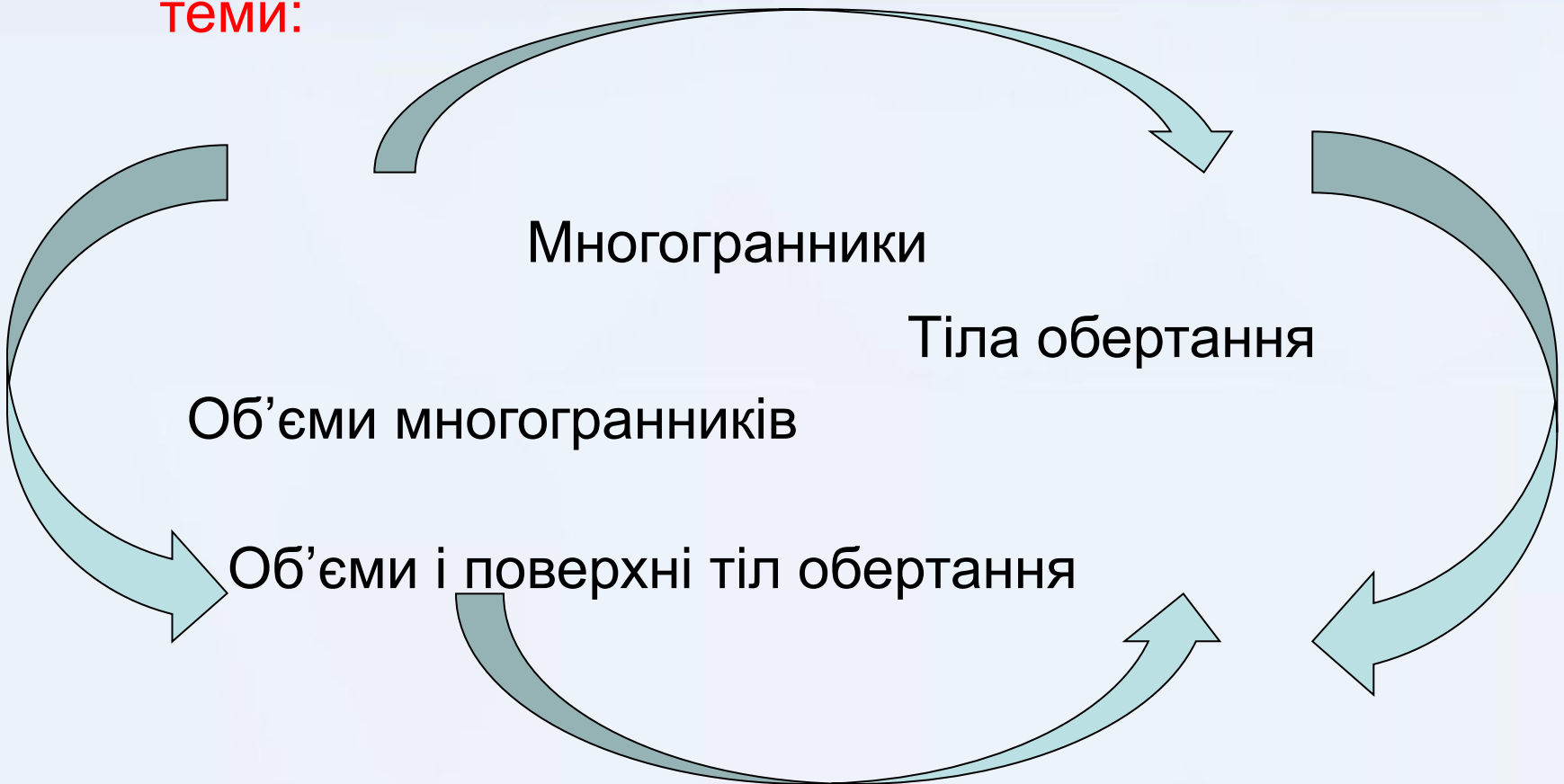
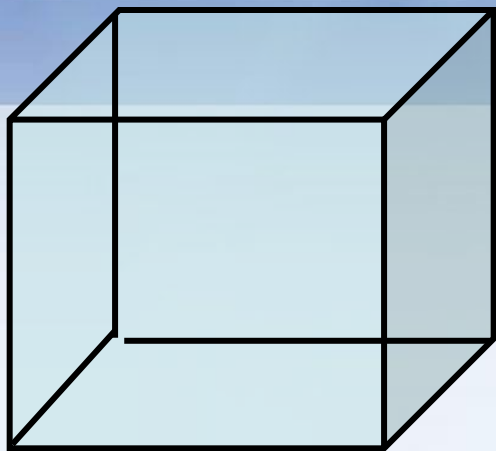


МНОГОГРАННИКИ

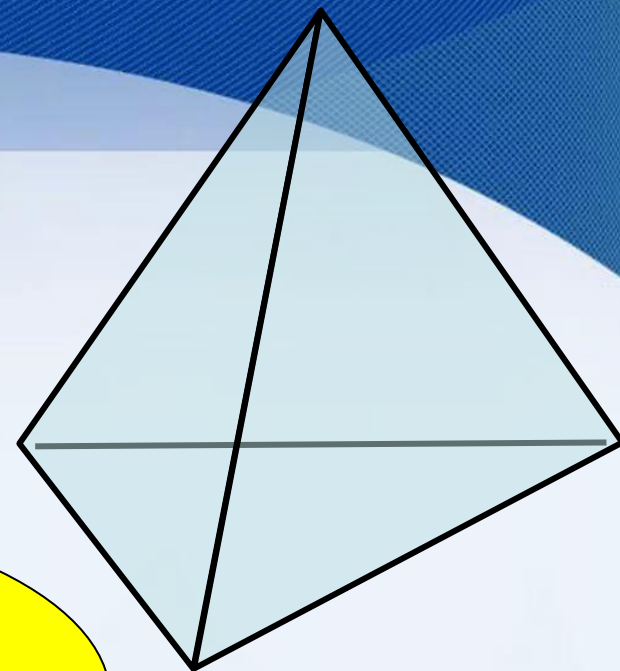


В 11 і 12 класах на уроках геометрії ми вивчали теми:





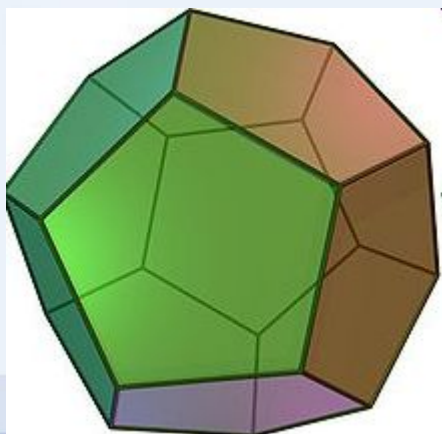
ПРИЗМА



ПІРАМІДА



Многогранник
и



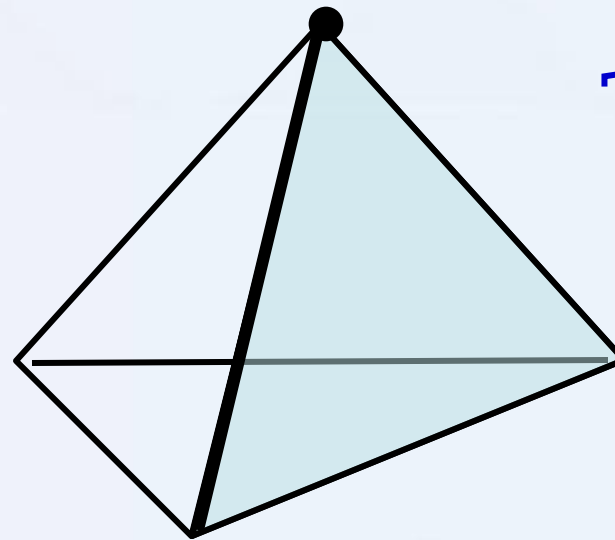
ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

5 типів

Основні геометричні поняття

- Площина – грань
- Відрізок – ребро
- Точка – вершина

 ребро

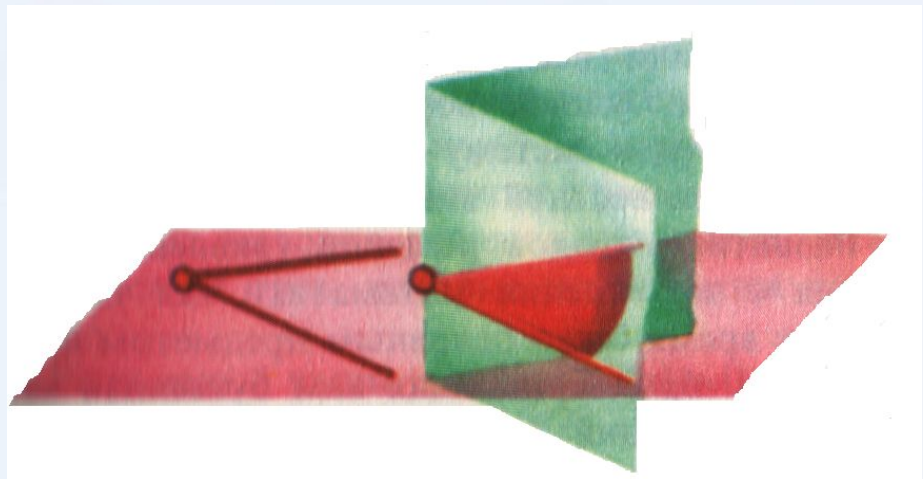


 вершина

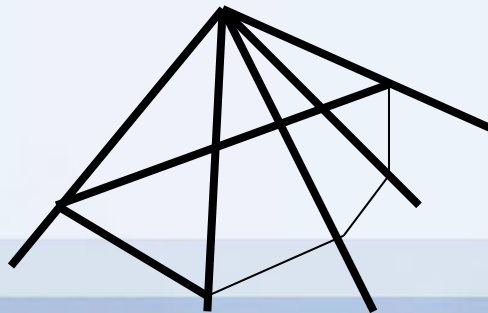
 грань

МНОГОГРАННІ КУТИ

Двогранний **кут** - фігура, утворена двома півплощинами із спільною прямою, що їх обмежує. Півплощини - грані. А пряма - що обмежує - ребро.



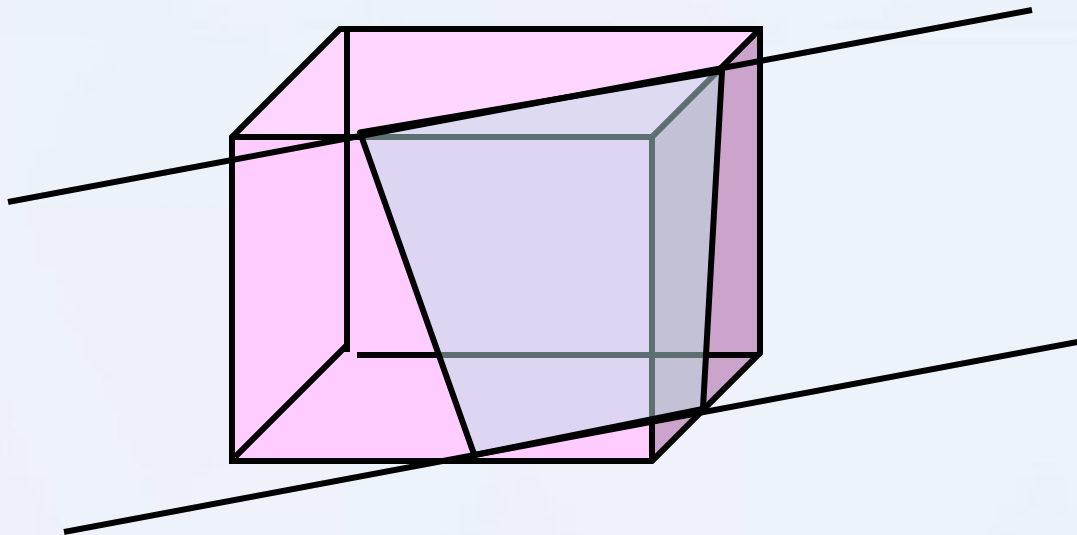
Тригранний і многогранний кути



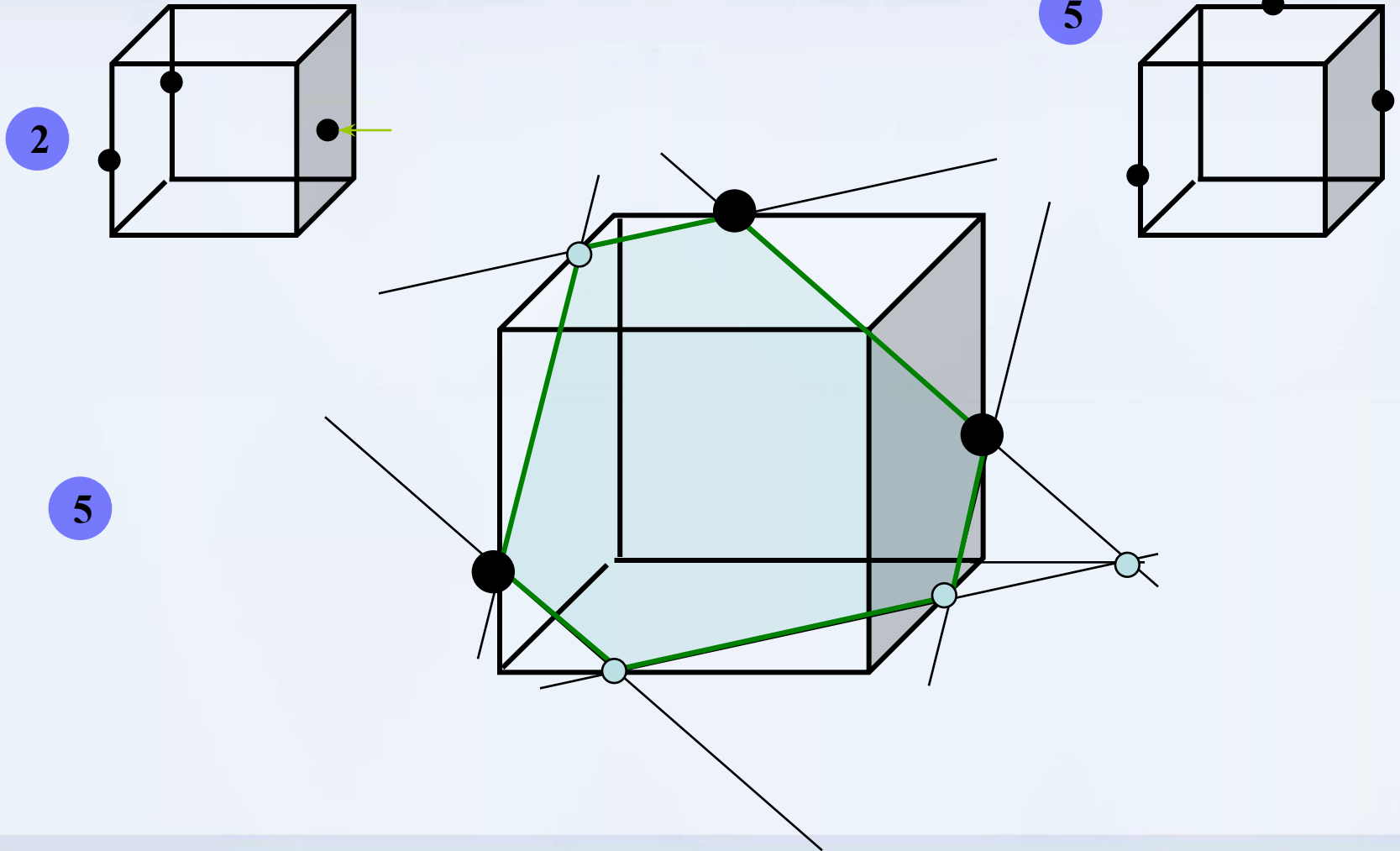
Призма. Зображення призми й побудова її перерізів

Основне твердження

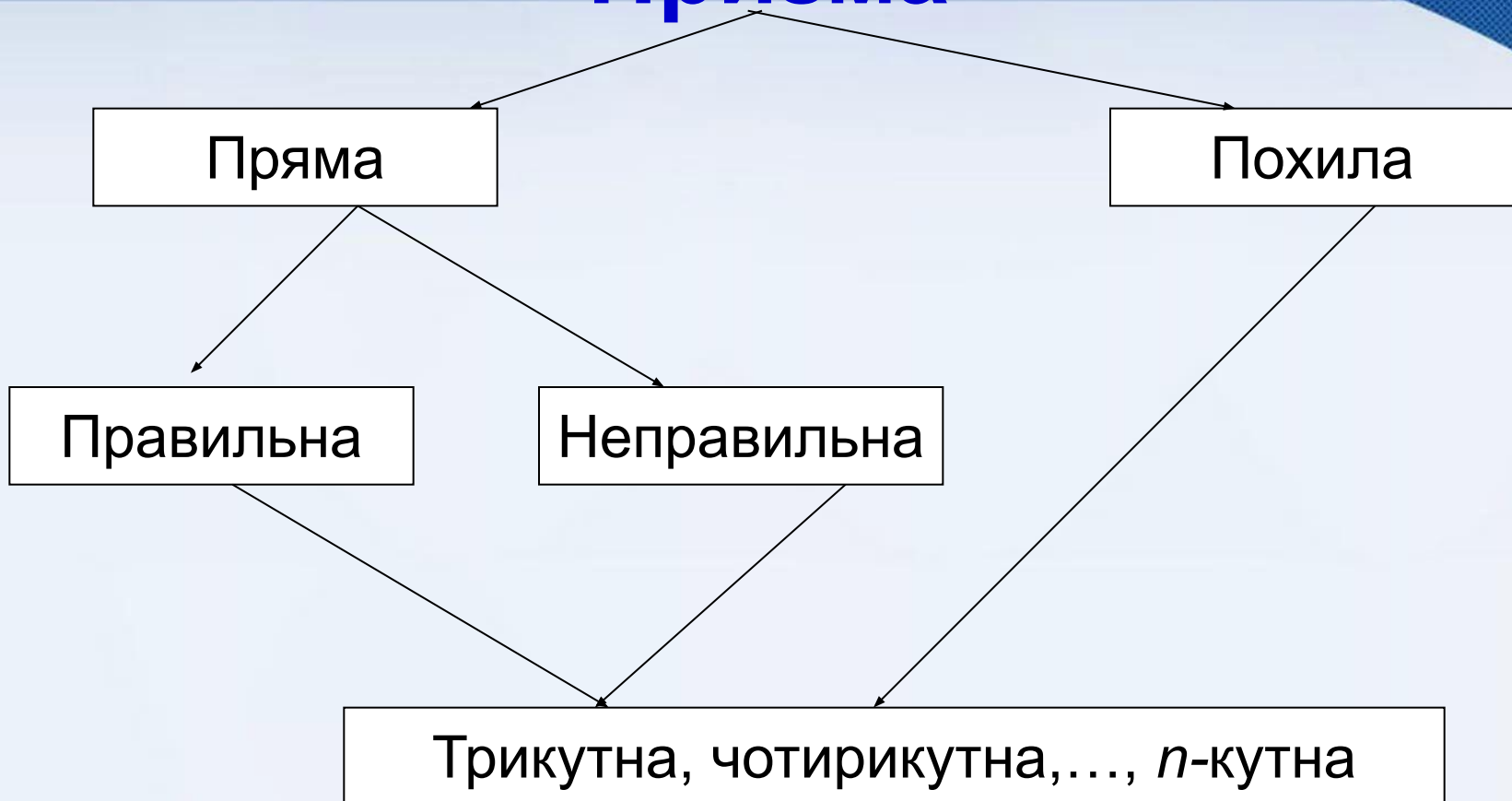
Якщо дві паралельні площини
перетинаються третьою, то
лінії їх перетину паралельні.



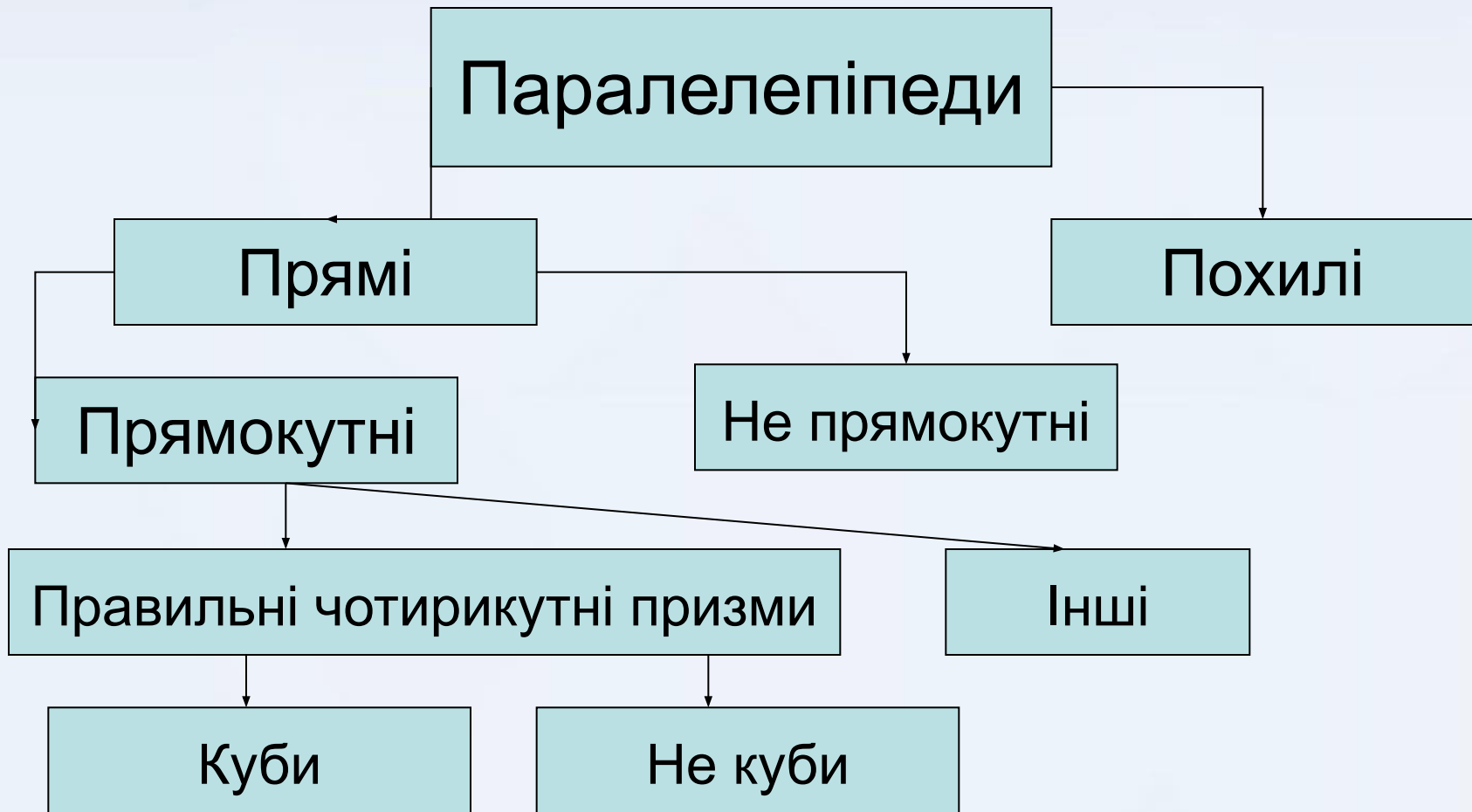
Побудова перерізу паралелепіпеда



Призма

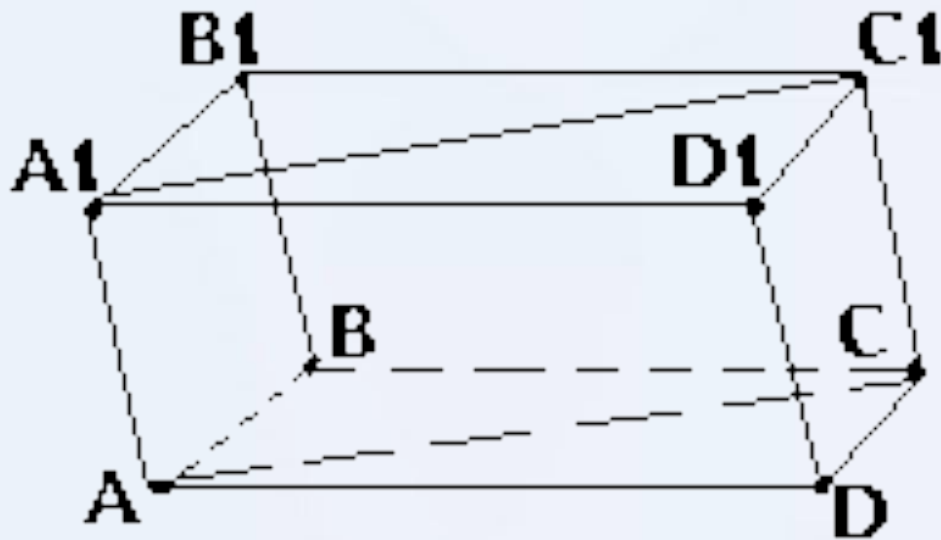


Паралелепіед. Властивості паралелепіеда

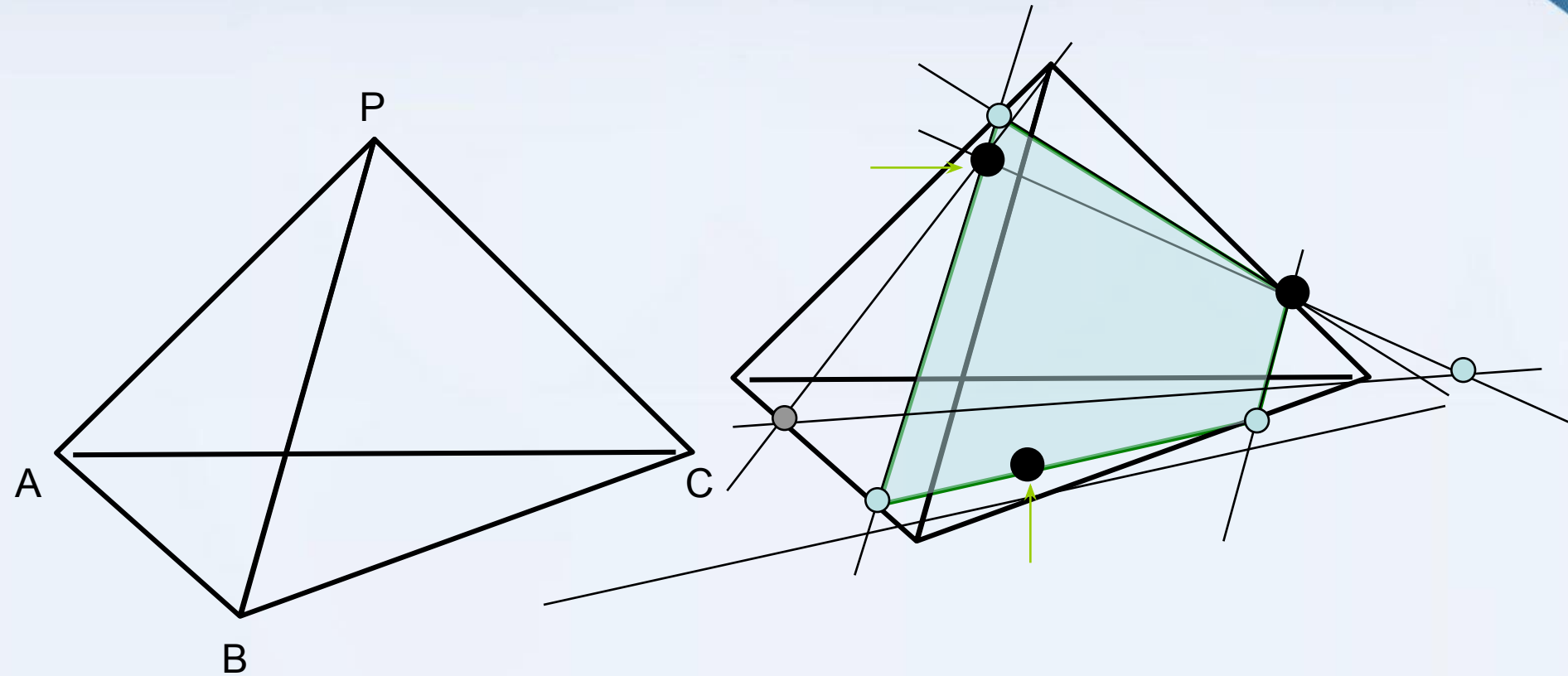


Похилий паралелепіпед

У похилого паралелепіпеда всі грані паралелограми

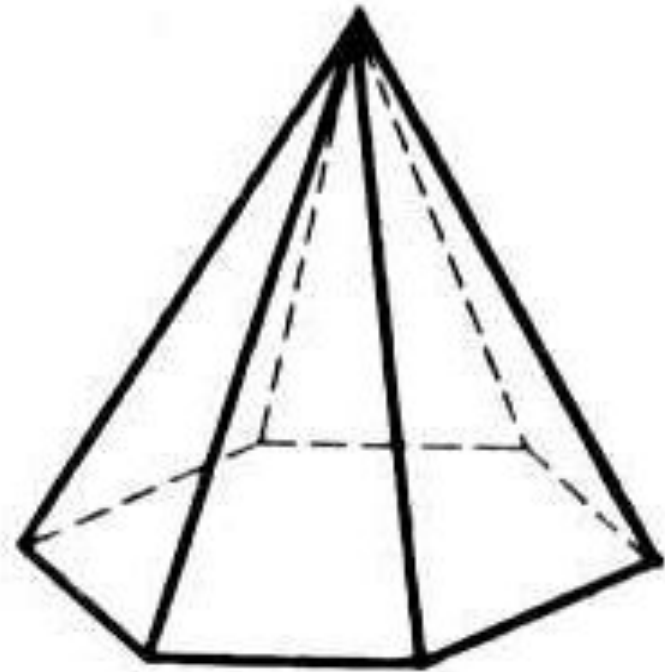
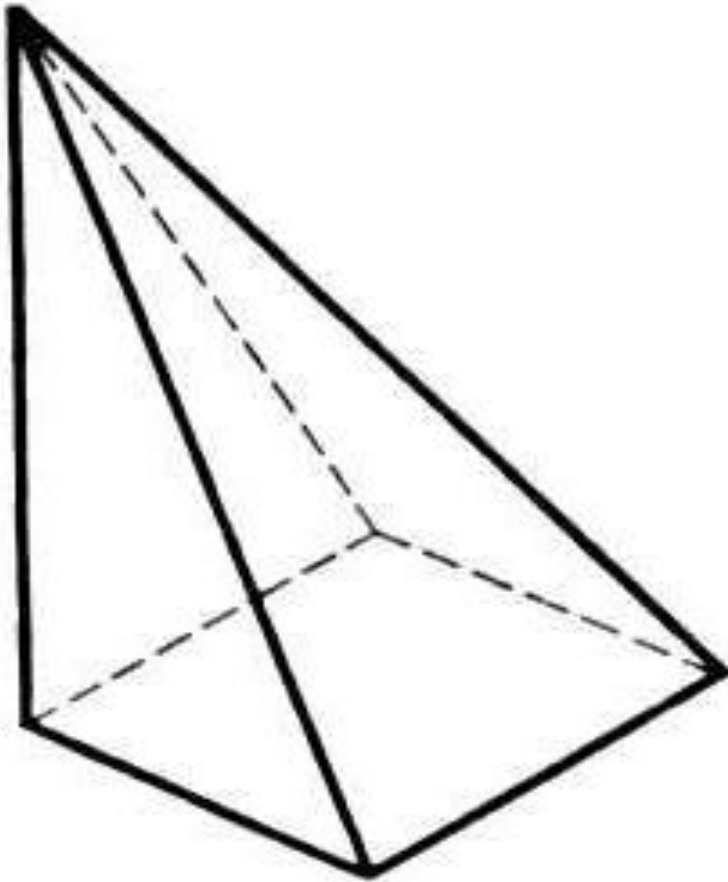


Піраміда. Зображення піраміди й побудова її перерізів



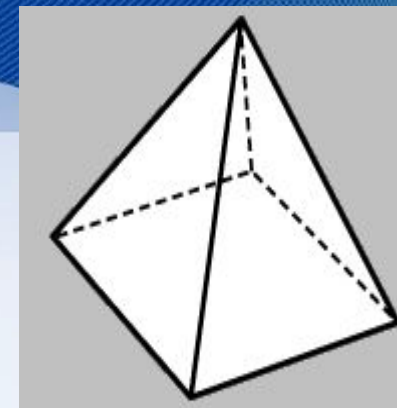
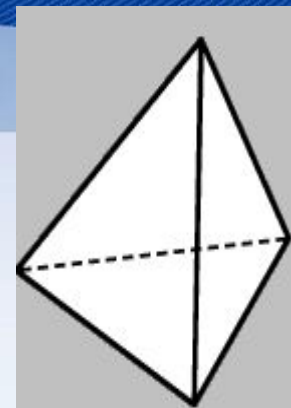
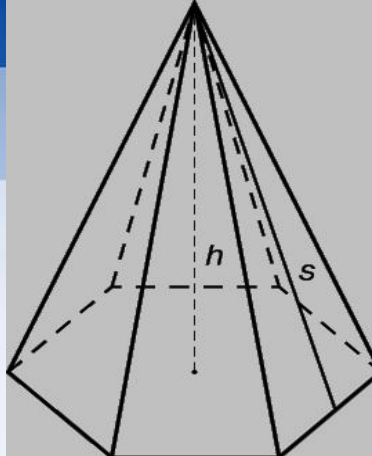
Піраміда PABC

Види пірамід



Правильна піраміда

Піраміда називається **правильною**, якщо її основою є правильний багатокутник, а основа висоти збігається з центром цього багатокутника



Віссю правильної піраміди називається пряма, яка містить її висоту

У правильній піраміді всі бічні ребра рівні, бічні грані – рівнобедрені трикутники.

Висота бічної грані правильної піраміди, проведена з її вершини, називається **апофемою**.

Бічною поверхнею піраміди називається сума площ її бічних граней.

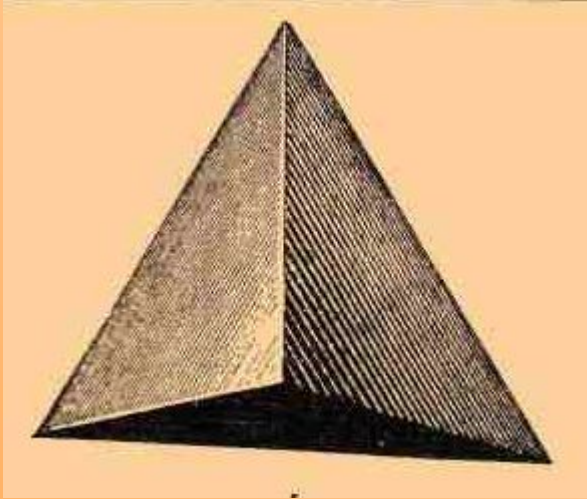
Бічна поверхня правильної піраміди дорівнює добутку півпериметра основи на апофему.

Правильні многогранники.

Існує 5 типів правильних опуклих многогранників.

- Тетраедр
- Куб (гексаедр)
- Октаедр
- Додекаедр
- Ікосаедр

Тетраедр



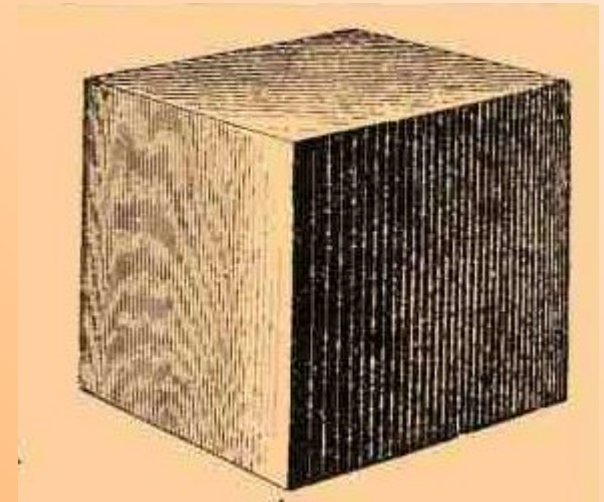
Всі грані – правильні трикутники, у кожній вершині сходиться по три ребра.

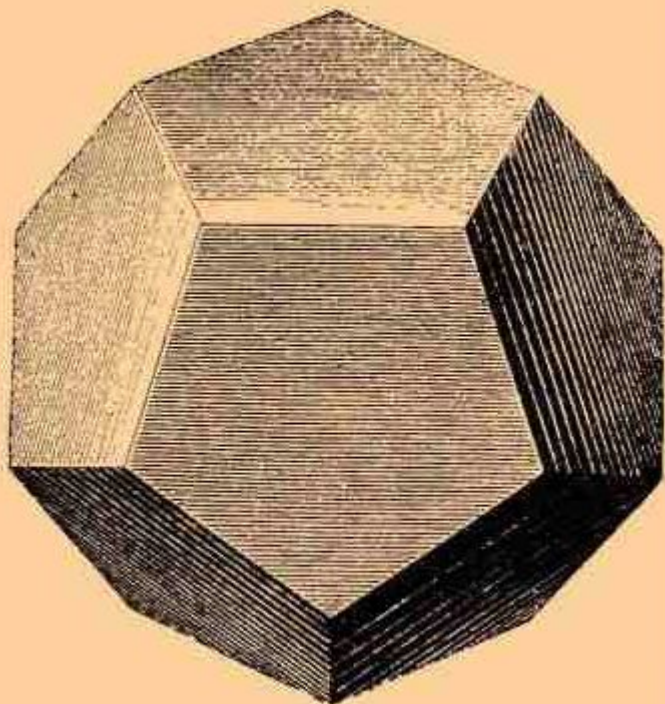
Тетраедр – трикутна піраміда, всі ребра якої рівні.

Куб

У куба всі грані – квадрати, у кожній вершині сходиться по три ребра.

Куб – прямокутний паралелепіпед з однаковими ребрами.





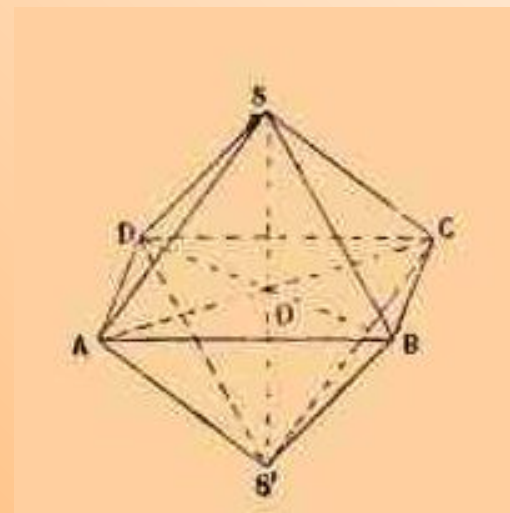
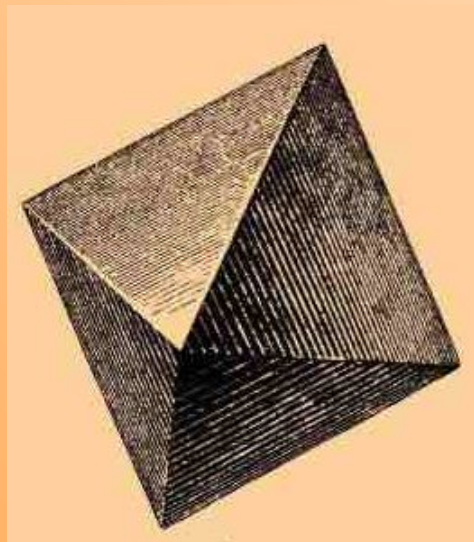
Додекаедр

У додекаедра грані – правильні п'ятикутники, у кожній його вершині сходиться по три ребра.

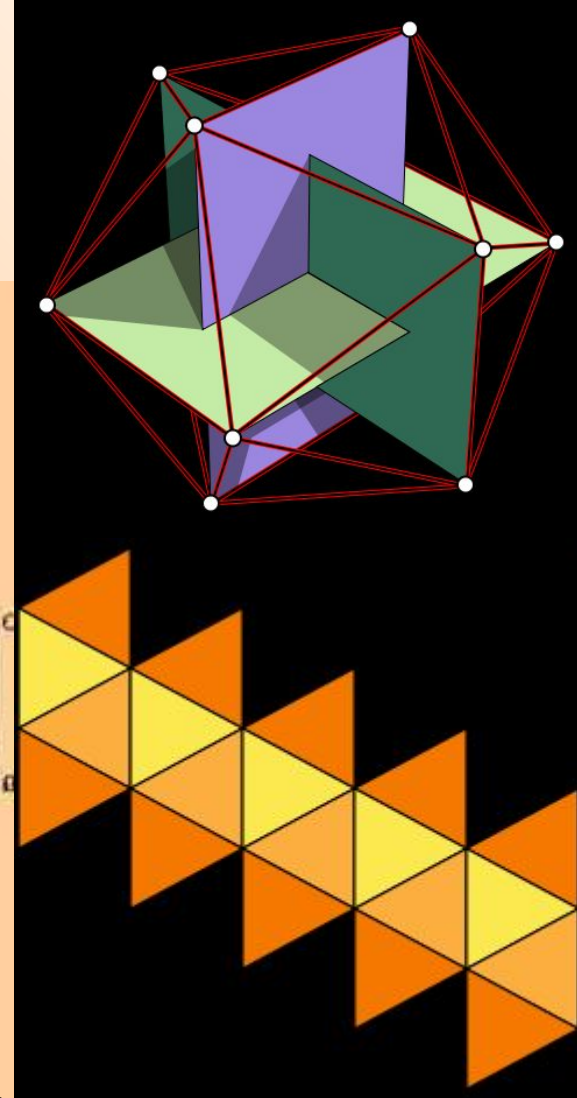
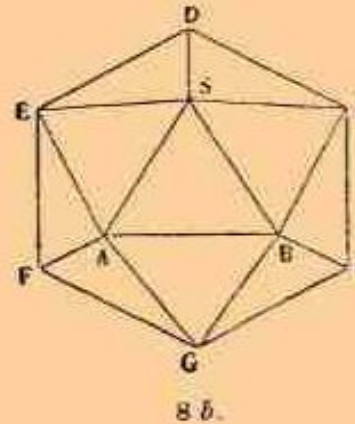
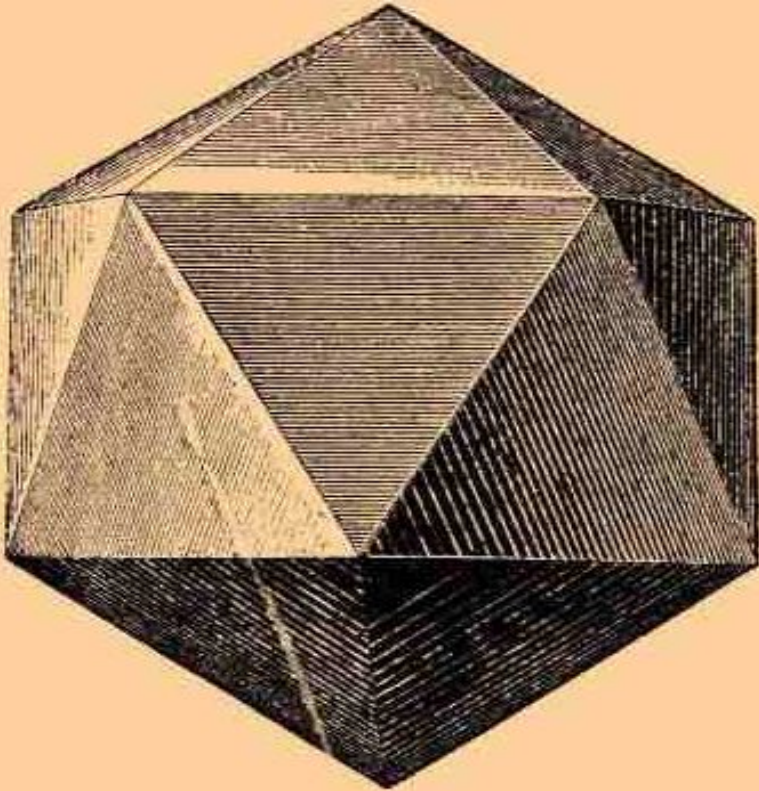
Октаедр

У октаедра грані – правильні трикутники, але у кожній вершині сходиться по чотири ребра

Октаедр – це дві правильні чотирикутні піраміди із спільною основою

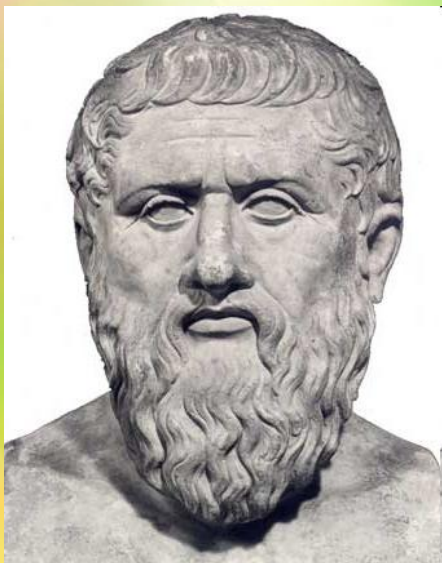


Ікосаедр



У ікосаедра грані – правильні трикутники, а у кожній його вершині сходиться по п'ять ребер.

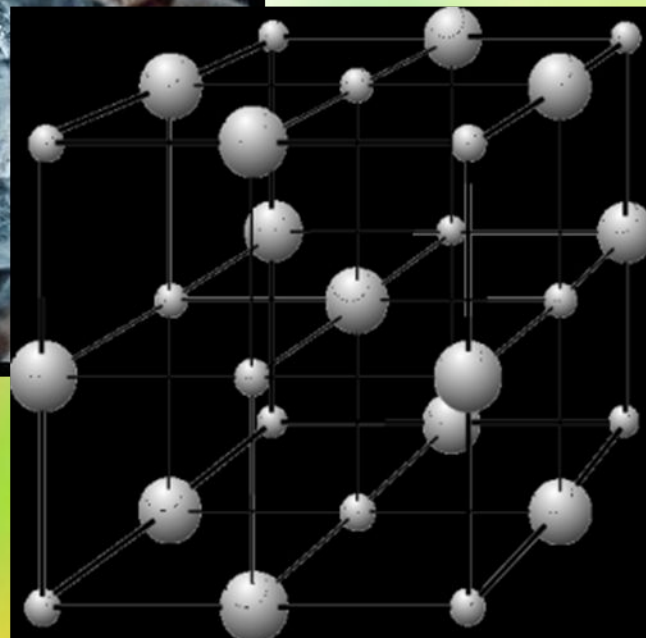
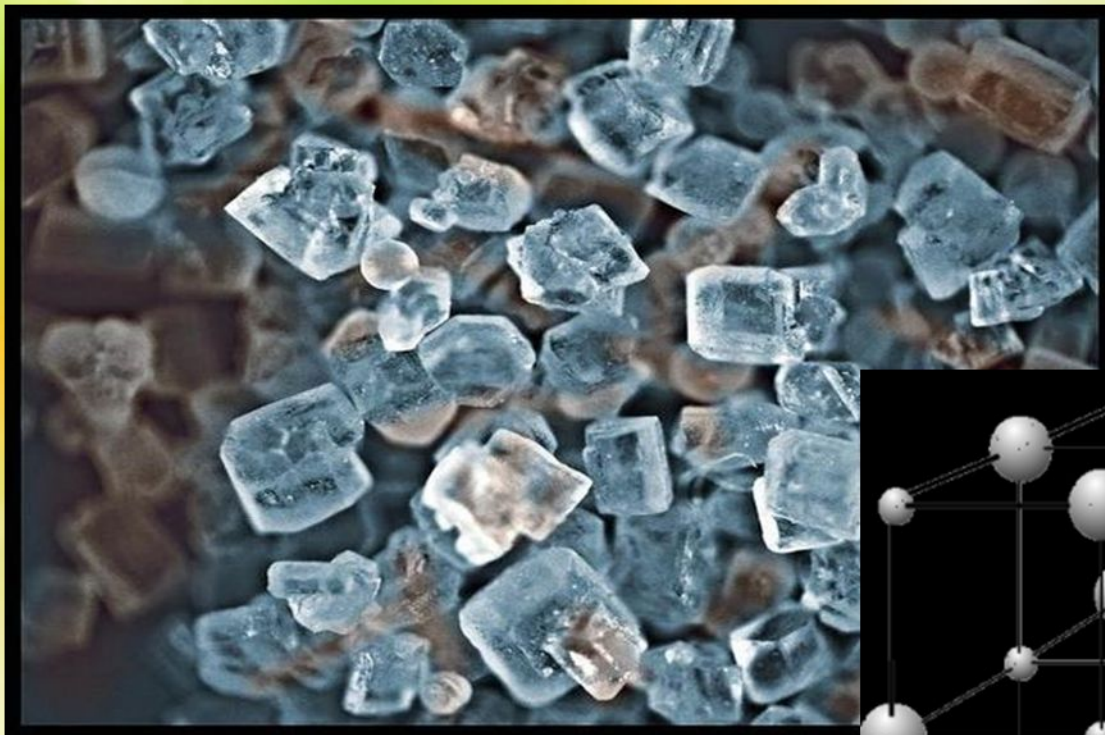
Геометрія - є пізнання всього існуючого
(IV ст. до н. е.). - Платон



Будівля досягне висоти в 200 м і стане третьою по висоті після Ейфелевої башти і башти Tour Montparnasse.

Кристали кухонної соли

Кристалічна решітка кухонної солі має кубічну структуру.



Кристали у формі октаедра



Квасці



Шпинель

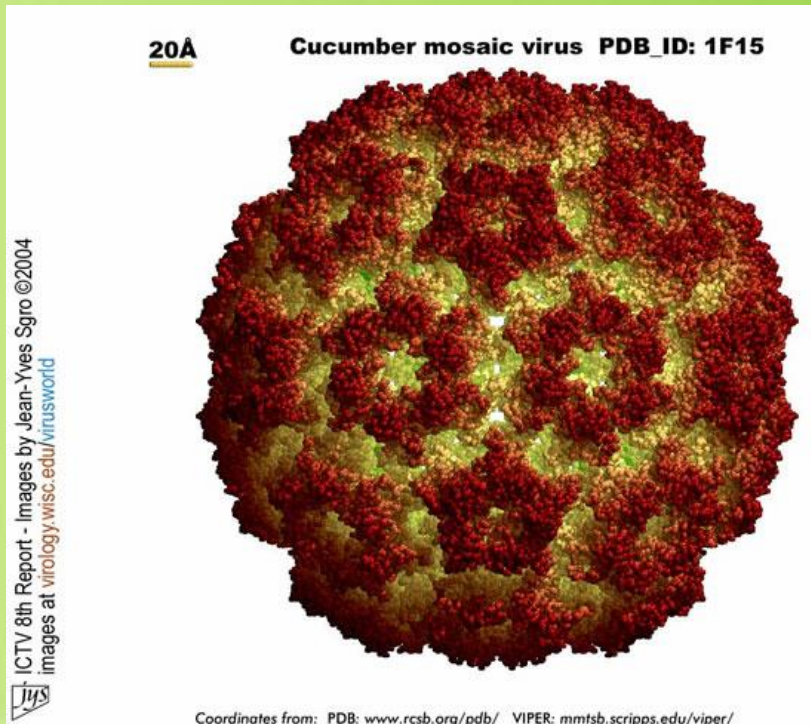


Флюорит



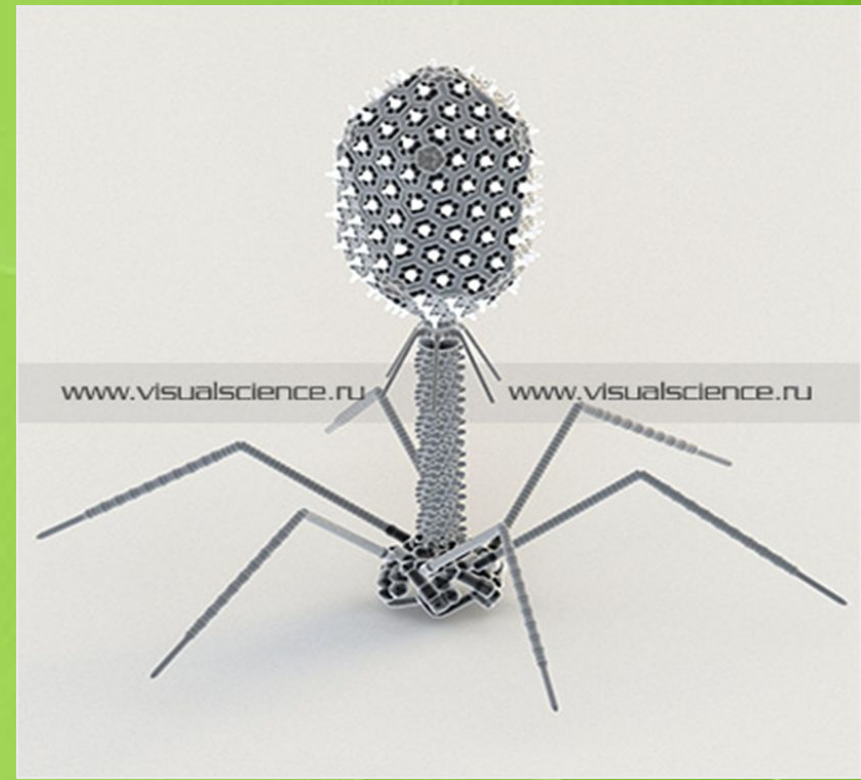
Алмаз

Многогранники і біологія



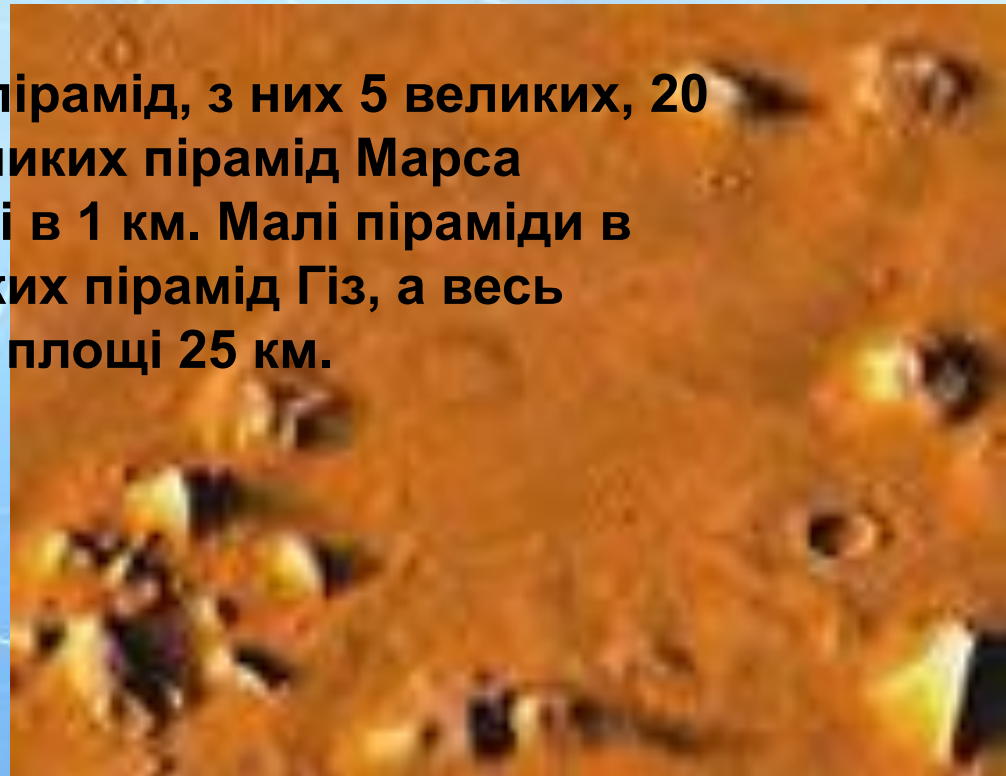
Головка віруса-
бактеріофага також має
форму ікосаедра

- Перед вами білкова оболонка вірусу, що пошкоджує помідори та огірки.
- Зрізаний ікосаедр.

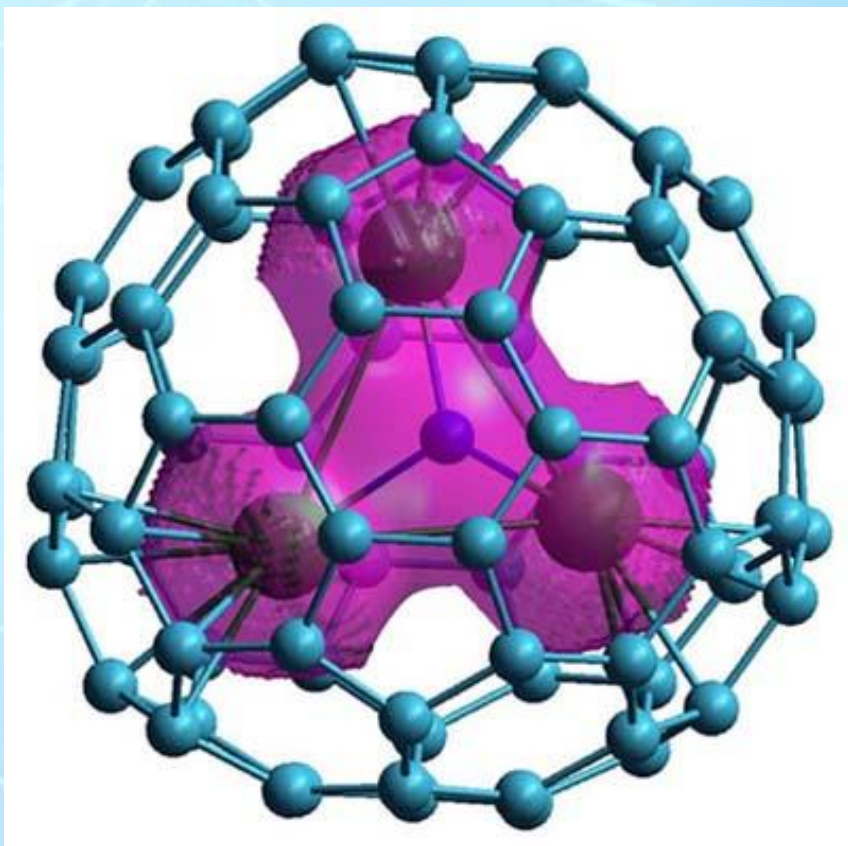


Піраміди в космосі

- Найбільш приголомшеними знахідками минулого століття стали дані НАСА. У 1976 р. американський космічний апарат “Вікінг”, облітаючи Марс, зафіксував і передав на землю дані про споруди на поверхні червоної планети в області Кідонії. Ця сенсація була офіційно підтверджена лише у листопаді 1994 р.
- У Кідонії було помічено 25 пірамід, з них 5 великих, 20 малих. Сторони основи великих пірамід Марса досягають 1,5 км при висоті в 1 км. Малі піраміди в декілька разів більші великих пірамід Гіз, а весь комплекс розташований на площі 25 км.



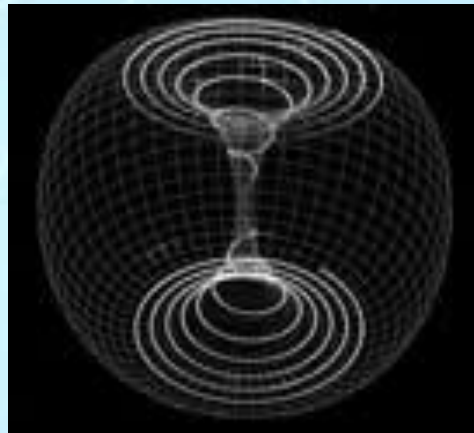
Хімія і многогранники



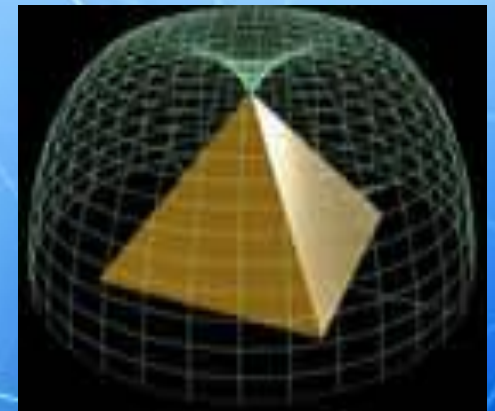
Фуллерени, каркасні молекули із атомів вуглеводів, найбільш поширеним є фуллерен C₆₀ – сфера, яка складається із шестидесяти атомів вуглеводів. Синтезовані у 1985 році

Піраміди, як предмет вивчення

Піраміди у фізиці



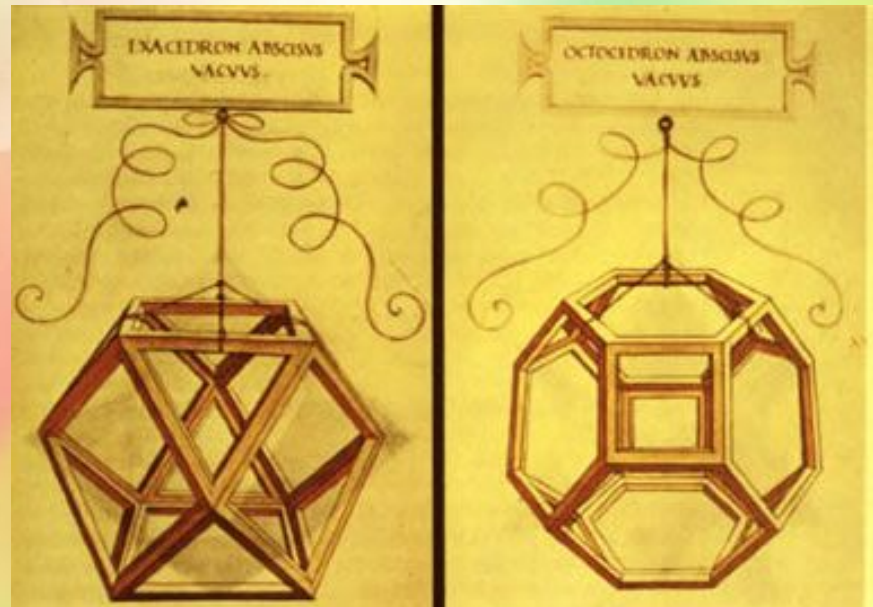
Історична цінність пірамід – наявність великої кількості енергії, створеної завдяки правильності форми пірамід. Створювані поля у середині пірамід дозволяють нейтралізувати негативну енергію і перетворити її в позитивну. Єдина система пірамід на планеті координує процес перетворення енергії у просторі і у часі.



Правильні многогранники в образотворчому мистецтві



Італійський вчений францисканець Лука Пачолі на межі 15-16 століття писав і публікував математичні роботи, які ілюстрували відомі художники, серед них Леонардо да Вінчі.



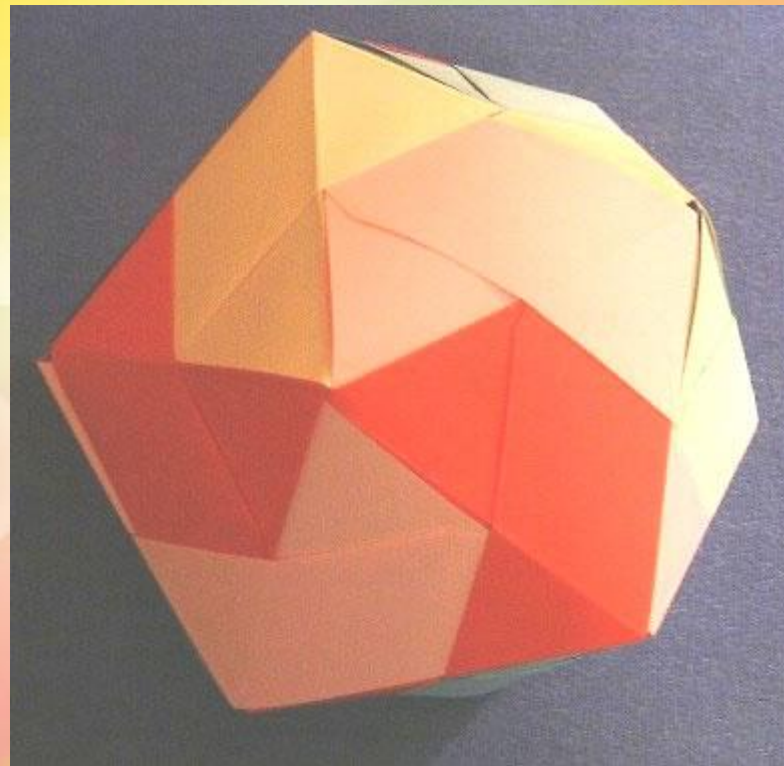
**Репродукція літографії Ешера (1943)
“Рептилії” – все тримається на
додекаедрі**





На картині –
“Меланхолія” Дюрера,
(гравюра 16-го
століття), зображено
неправильний
многогранник, який
тримає композицію й
врівноважує фон

Побудова многогранників із паперу методом орігамі



У вигляді додекаедрів виготовляють динаміки.

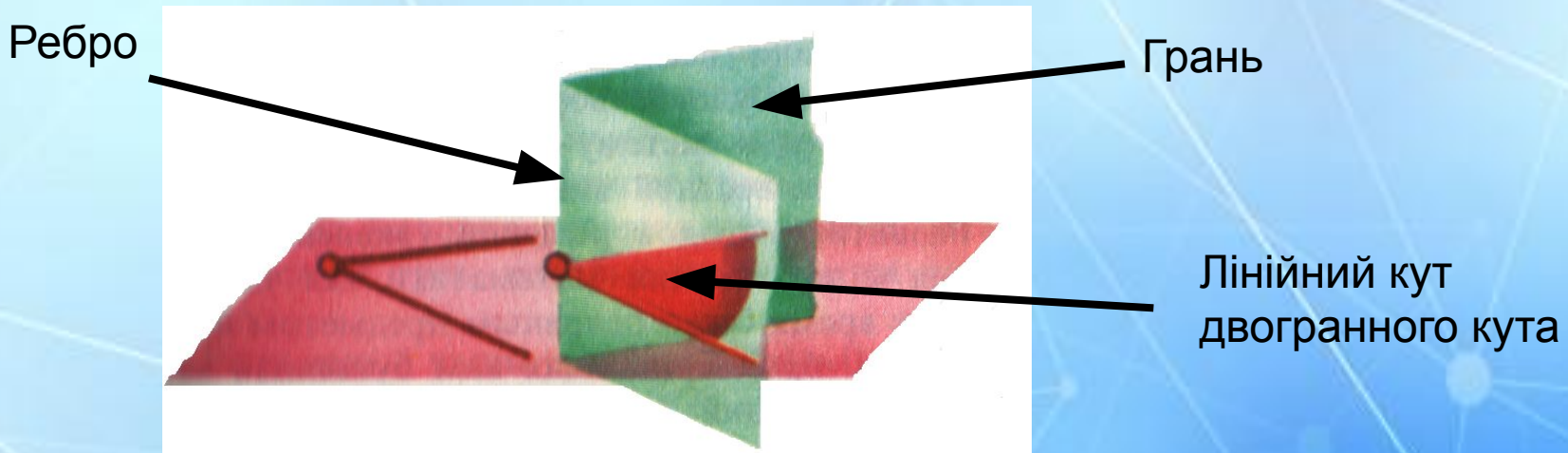


А бувають зразки у вигляді ікосаедра

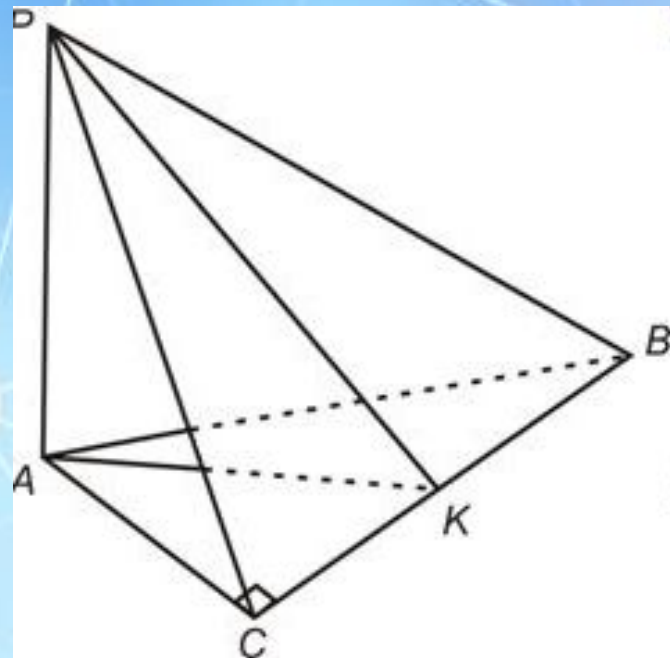


Двогранний кут, лінійний кут двогранного кута

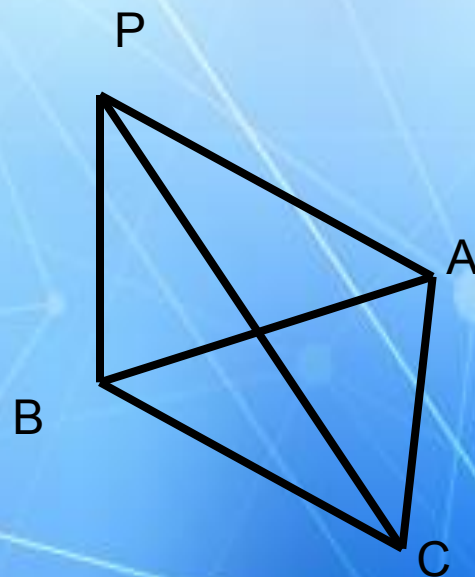
- 1) Сформулювати означення двогранного кута (грані кута, ребра кута)?
- 2) Дати означення лінійного кута двогранного кута.
- 3) З'ясувати чи залежить міра двогранного кута від вибору лінійного кута
- 4) Пояснити вибір лінійного кута двогранного кута.



1. Визначте на рисунку лінійний кут двогранного кута з ребром BC , якщо у трикутнику ABC кут BCA - прямий, PA - перпендикуляр до площини ABC



2. Побудуйте лінійний кут двогранного кута з ребром AC , якщо $AB=BC$, PB - перпендикуляр до площини ABC



Задача 2. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює d і нахилена до площини основи під кутом β . Кут між стороною основи та діагоналлю основи дорівнює α . Знайти об'єм паралелепіпеда.

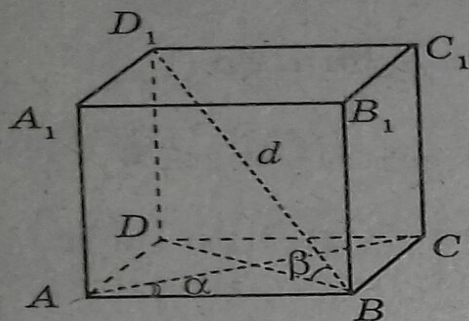


Рис. 280

Розв'язання.

Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — зображення даного прямокутного паралелепіпеда (рис. 280), у якому $BD_1 = d$, $\angle CAB = \alpha$.

Оскільки BD — проекція похилої BD_1 на площину основи, то

$\angle DBD_1$ — кут між діагоналлю BD_1 і площиною основи.

За умовою задачі $\angle DBD_1 = \beta$.

З прямокутного $\triangle D_1DB$ ($\angle D = 90^\circ$) знайдемо DD_1 і DB :

$$DD_1 = d \cdot \sin \beta; \quad DB = d \cdot \cos \beta.$$

Оскільки діагоналі прямокутника рівні, то $DB = AC = d \cdot \cos \beta$.

Із прямокутного $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$) знайдемо AB і BC :

$$AB = AC \cdot \cos \alpha = d \cos \beta \cdot \cos \alpha;$$

$$BC = AC \cdot \sin \alpha = d \cos \beta \cdot \sin \alpha.$$

$$S_o = AB \cdot BC = d \cos \beta \cos \alpha \cdot d \cos \beta \sin \alpha = \frac{1}{2} d^2 \cos^2 \beta \sin 2\alpha.$$

$$V = S_o \cdot H = S_o \cdot DD_1 = \frac{1}{2} d^2 \cos^2 \beta \sin 2\alpha \cdot d \sin \beta =$$

$$= \frac{1}{4} d^3 \sin 2\alpha \sin 2\beta \cdot \cos \beta.$$

Відповідь. $\frac{1}{4} d^3 \sin 2\alpha \sin 2\beta \cdot \cos \beta$.

Задача 4. Знайти площу повної поверхні правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 6 см, а висота – 4 см.

Розв'язання. 1) На малюнку 3.7 зображено правильну чотирикутну піраміду $PABCD$, $AD = 6$ см – сторона основи, яка є квадратом, $PK = 4$ см – висота піраміди.

$$2) S_{\text{повн}} = S_{\text{бічн}} + S_{\text{осн.}}$$

$$3) S_{\text{осн}} = AD^2 = 6^2 = 36 \text{ (см}^2\text{)}.$$

4) PM – висота і медіана $\triangle PDC$. Оскільки M – середина CD , а K – середина AC , то KM – середня лінія трикутника ACD . Тому

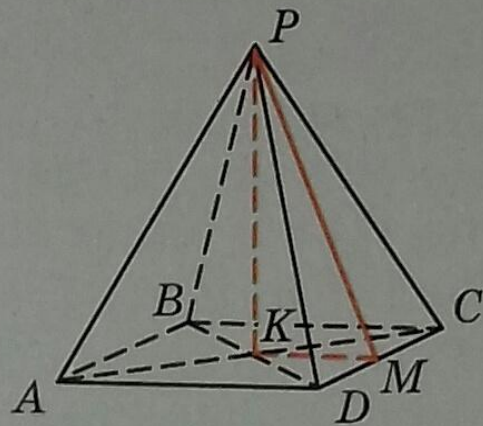
$$KM = \frac{AD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (см)}.$$

$$5) \text{ У } \triangle PKM \text{ (} \angle K = 90^\circ \text{): } PM = \sqrt{PK^2 + KM^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (см)}.$$

$$6) S_{\text{бічн}} = pl = \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 60 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$7) S_{\text{повн}} = 60 + 36 = 96 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. 96 см².



Мал. 3.7

На фабриці випускають шоколадні цукерки у вигляді прямої призми, в основі якої лежить ромб з діагоналями 24 см и 10 см. Площа повної поверхні призми дорівнює 500 см^2 . Яка буде висота цієї коробки?

Відповідь: 5 см.

Домашнє завдання

- Пройти онлайн тест за посиланням:

<https://naurok.com.ua/test/join?gacode=3804459>



Успіху.
Бережіть себе!

