Презентация к уроку алгебры и начала анализа в 11 классе по теме ”Первообразная”

Автор материала:

ГРОМЫКО НАТАЛЬЯ ГЕННАДЬЕВНА

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ

Тема урока:

Первообразная

Примеры

Функция $F(x) = \frac{x^3}{3}$ является первообразной для функции $f(x) = x^2$ на интервале (-∞;+∞). Действительно, найдём производную:

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3} * (x^3)' = \frac{1}{3} * 3 * x^2 = x^2 = f(x)$$

для любого *x* ϵ (-∞;+∞).

Свойство первообразной

Если $F(x)$ - первообразная для $f(x)$ на заданном промежутке *I*, то $F(x) + const$ есть первообразная для $f(x)$ на *I*.

Рассмотрим функции $G(x) = \frac{x^3}{3} + 7$ и $H(x) = \frac{x^3}{3} + x$, найдём их производные. Для $G(x)$ получим также $x^2 = f(x)$.

Для $H(x)$ получим $x^2 + 1 \neq f(x)$.

Следовательно, $\frac{x^3}{3} + const$ есть первообразная для $f(x)$.

Таким образом $f(x)$ имеет бесконечно много решений, так как $(const)'$ =0.

Формулы нахождения первообразных

Функция	Первообразная
$x^p, p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
$\frac{1}{x}, x > 0$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$(kx+b)^p, p \neq -1, k \neq 0$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{k(p+1)} + C$
$\frac{1}{kx+b}, k \neq 0$	$\frac{1}{k}\ln(kx+b) + C$
$e^{kx+b}, k \neq 0$	$\frac{1}{k}e^{kx+b} + C$
$\sin(kx+b), k \neq 0$	$-\frac{1}{k}\cos(kx+b)$
$\cos(kx+b), k \neq 0$	$\frac{1}{k}\sin(kx+b)$

Три правила нахождения первообразной

1. Так как $F'(x) = f(x)$ и $G'(x) = g(x)$ имеем

$$(F(x) + G(x))' = F'(x) + G'(x) = f(x) + g(x)$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак производной

$$(kF(x))' = kF'(x) = kf(x)$$

3.

$$\left(\frac{1}{k}F(kx+b)\right)' = \frac{1}{k}F'(kx+b)k = f(kx+b)$$

Пример

Найдём общий вид первообразных для

$$x^3 + \frac{1}{x^2}$$

Так как одна из первообразных для x^3 это $\frac{x^4}{4}$, а для $\frac{1}{x^2}$ это $-\frac{1}{x}$, по правилу 1 находим:

$\frac{x^4}{4} - \frac{1}{x}$ - одна из первообразных для $x^3 + \frac{1}{x^2}$.

Источники

Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 464 с.