КУРСОВОЙ ПРОЕКТ ПО ПРЕДМЕТУ «МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ» НА ТЕМУ

Моделирование системы управления продольным движением самолета при использовании классического квадратичного функционала

Выполнил:
Студент гр.512
Железнов А.А.

Преподаватель:
Решетникова Г.Н.

Моделирование – осуществление имитационных экспериментов при помощи построения некоторой системы-модели, которая является подобием системы-оригинала для изучения сложных объектов. Необходимость моделирования обусловлена сложным характером рассматриваемых систем.

Сущность моделирования заключается в замене реальных экспериментов, которые будут слишком сложны или потребуют весьма продолжительного времени, имитационными экспериментами, осуществляемыми после разработки как можно более полной модели изучаемого явления. Моделирование позволяет определить степень влияния различных норм принятия решений на многочисленные элементы поставленной проблемы и выбирать из всех заранее намеченных вариантов принятия решений то, который позволит добиться в отношении поставленной цели наилучших результатов.

В данной работе рассматриваются методы моделирования системы управления продольным движением самолёта относительно установившегося горизонтального полёта, при случайных воздействиях, случаи отказа нескольких датчиков, и создание системы с адаптивным управлением.

Линеаризованная модель движения судна при изменении курса может быть записана в виде:

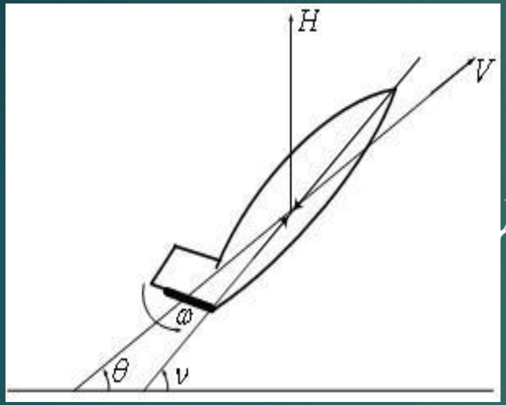
$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + \bar{F}q(t), x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

где компоненты векторов состояния $x(t) = (\theta;\ \nu; \omega_z; V)^T$ и управления $u(t) = \delta_в$ имеют следующий смысл:

ν - отклонение угла тангажа (рад), ω_z - отклонение угловой скорости (рад/с),

θ - отклонение угла наклона траектории к горизонту (рад), V - отклонение скорости полета (м/с),

$\delta_в$ - угол отклонения руля высоты (рад).



Внешние возмущения в модели объекта описываются вектором $q(k)$, компонентами которого являются независимые последовательности гауссовских величин с нулевым средним и единичной дисперсией и матрицей влияния $F(k)$.

Для скорости полета 263 км/ч матрицы $\bar{A}, \bar{B}$ принимают следующие значения:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -0{,}4932 & 0{,}000129 & 1{,}4168 & 0 \\ 0 & -0{,}0507 & -3{,}861 & -8{,}17 \\ 1 & -0{,}00117 & -0{,}5164 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -1{,}645 \\ 0 \\ -0{,}417 \\ 0 \end{pmatrix}$$

матрица влияния шумов в модели объекта имеет вид:

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} 0{,}002 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}045 & 0 \\ 0 & 0{,}001 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}005 \end{pmatrix}$$

Вектор начального состояния $x_0 = (0;0;0{,}01;0)^T$

Для моделирования используется метод Эйлера с шагом Δt=0.01. Время моделирования T=1.

Для моделирования необходимо сначала привести модель в дискретный вид. Дискретная система будет описываться следующим уравнением:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Fq(k), x(0) = x_0 \quad (2)$$

где

$$A = I + \Delta t \bar{A}; \quad (3)$$

$$B = \Delta t \bar{B}; \quad (4)$$

$$F = \sqrt{\Delta t} \bar{F}; \quad (5)$$

q(k) - последовательность гауссовских шумов с нулевым средним и единичной дисперсией; дискрет k соответствует моменту времени $t_k = t_0 + k\Delta t;\ \Delta t = 0.01; k = \overline{0, N}$

- Синтез управляющих воздействий модели объекта по оценкам состояния.
- Синтез управляющих воздействий при неполном измерении.
- Синтез адаптивной системы управления.

Синтез управляющих воздействий модели объекта по оценкам состояния.

Синтез управляющего воздействия осуществляется на основе минимизации математического ожидания классического квадратичного функционала и имеет вид:

$$\mathrm{u}(k) = -D_d^{-1} B^T S(x(k) - x_z(t_k)) \qquad (6)$$

Где D – весовая матрица функционала; $D_d = \Delta t D,$; S – решение уравнения Риккати с точностью $\varepsilon = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$, которое осуществляется по итерационной формуле:

$$\begin{gathered} S(i+1) = A^T(k)S(i) + S(i)A(k) - S(i)B(k)D_d^{-1}B^T(k)S(i) - S(i) + C_d \\ S(0) = 0 \end{gathered} \qquad (7)$$

При этом матрица S_k определяется следующим образом:

$$S_k = \begin{cases} S(i), \text{при} \dfrac{\|S(i+1) - S(i)\|}{\|S(i+1)\|} \le \varepsilon \\ S(I_p) \text{в противном случае} \end{cases} \qquad (8)$$

Математическая модель измерительного комплекса имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + r(k), \tag{9}$$

где $y(k) \in R$ - вектор измерений; H – матрица канала измерений (единичная матрица соответствующей размерности), нулевые столбцы которой соответствуют неизмеряемым компонентам вектора состояния; $r(k)$ – дискретный гауссовский шум с характеристиками

$$M\{r(k)\} = 0; M\{r(k)r(j)^T\} = R\delta_{kj} \tag{10}$$

Для классического критерия оптимальности при котором для линейного управляемого объекта, математическая модель описывается уравнением типа (1), при линейном наблюдении с аддитивным белым гауссовским шумом минимизация математического ожидания функционалов приводит к системе, состоящей из фильтра Калмана и алгоритма управления, структура которого совпадает с законом для оптимального управления.

$$\left.\begin{array}{c} \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1\,/\,k) + K(k)[y(k+1) - H\hat{x}(k+1\,/\,k)]; \\ \hat{x}(k+1\,/\,k) = A(k,\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(k,\hat{\theta}(k))u(k) + F(k)\bar{q}(k), \hat{x}(0) = \bar{x}_0; \\ K(k) = P(k+1\,/k)\,H^T[HP(k+1\,/k)H^T + R]^{-1}; \\ P(k+1\,/k) = A(k,\hat{\theta}(k))P(k)A^T(k,\hat{\theta}(k)) + F(k)QF^T(k); \\ P(k+1) = [I - K(k)H]P(k+1\,/k); \\ P(0) = P_{x_0} \end{array}\right\} \quad (11)$$

где P_{x_0} – дисперсионная матрица оценивания начального состояния;

$\hat{x}(k+1/\,k)$ – экстраполированная оценка вектора состояния $x(k+1)$;

$K(k)$ – матрица коэффициентов усиления фильтра; I – единичная матрица соответствующего порядка; $P(k+1)$ – дисперсионная матрица ошибки оценки; $P(k+1\,/\,k)$ – прогноз дисперсионной матрицы на один шаг вперед;

Результаты

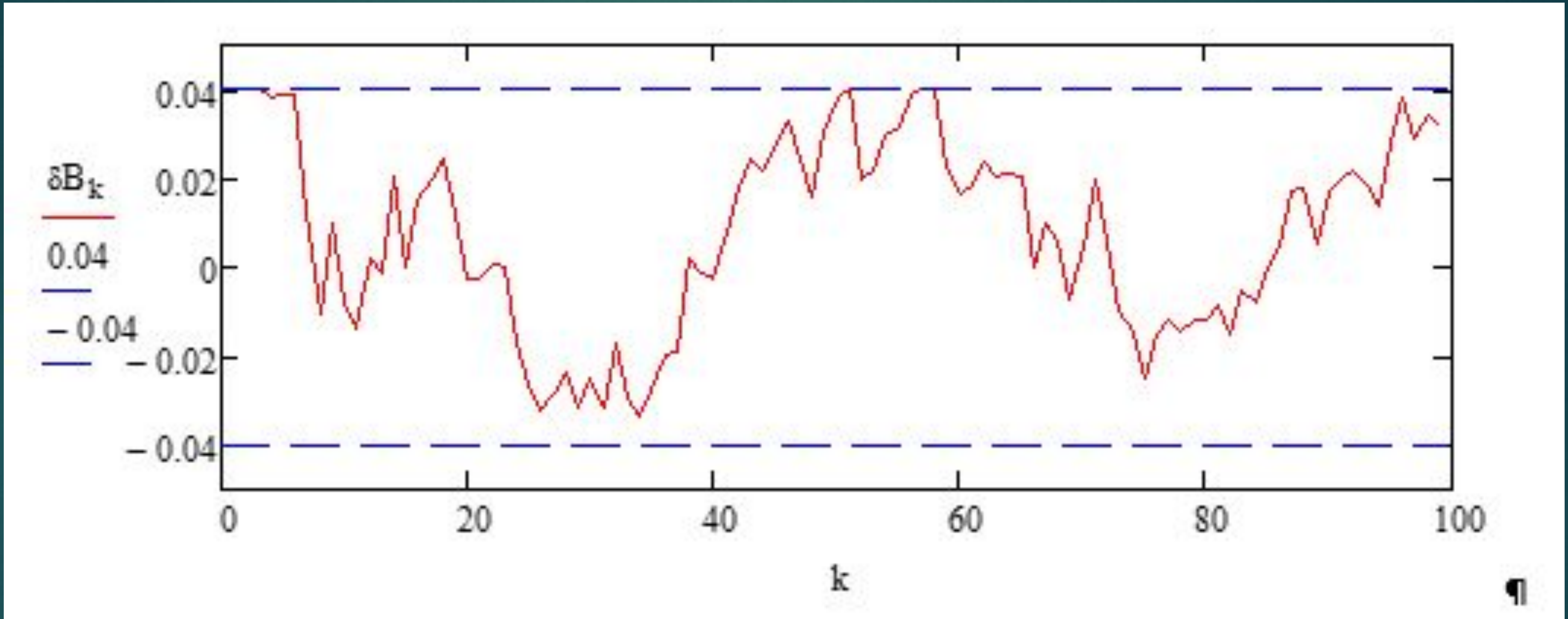
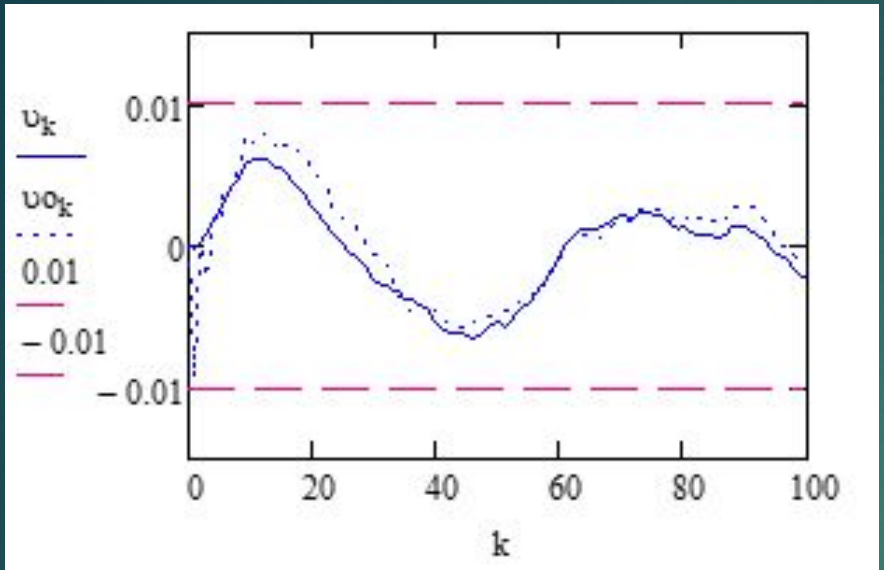
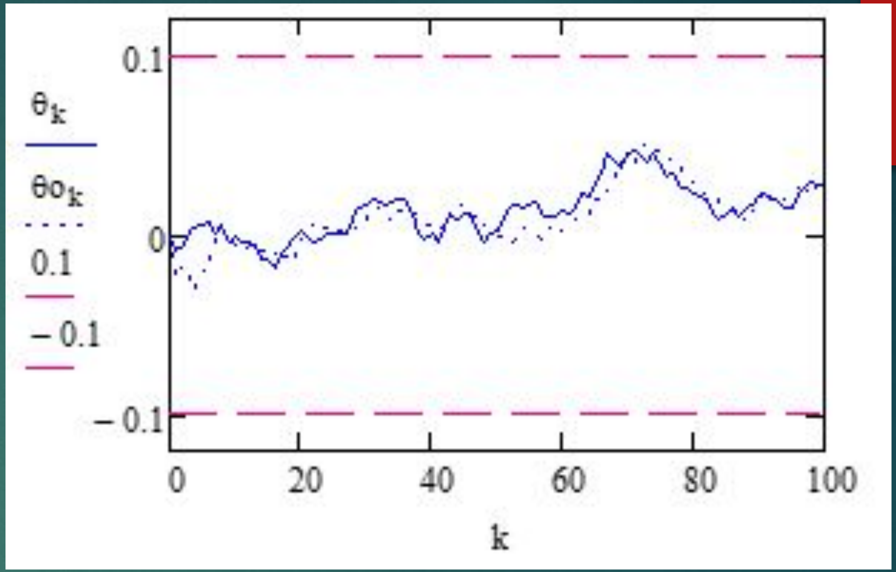
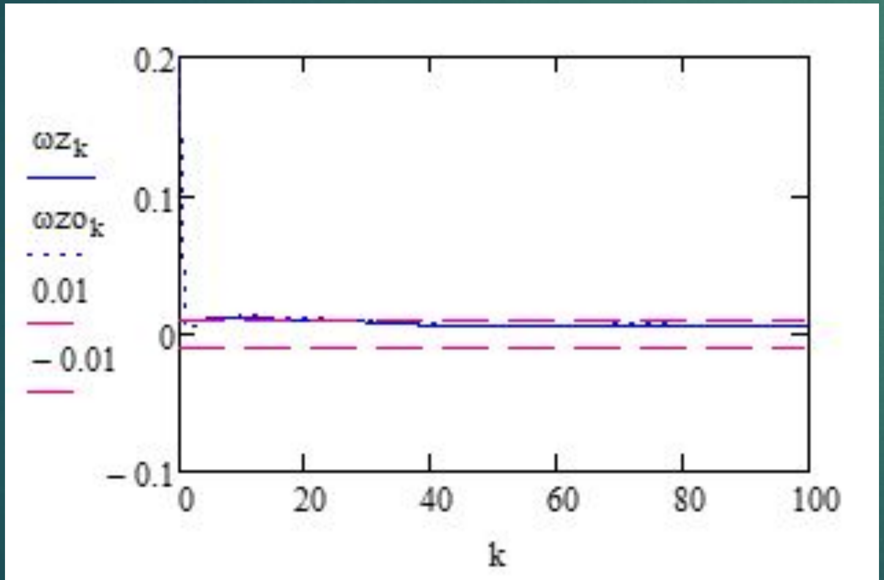
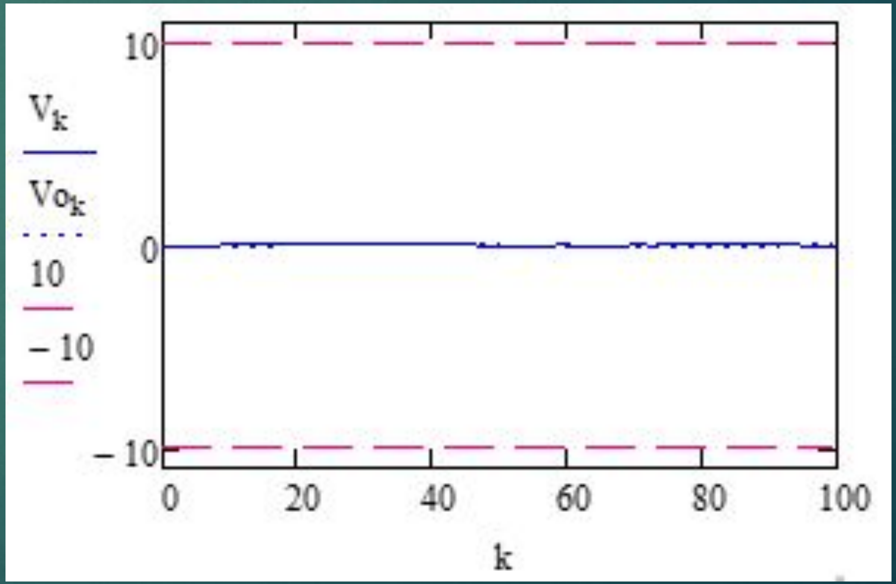


График изменения угла отклонения руля









Графики изменения вектора состояния и его оценка

Синтез управляющих воздействий при неполном измерении.

Методы синтеза управляющих воздействий при неполном измерении отличаются от методов синтеза по оценкам состояния лишь матрицей канала измерений, из которой будут поэтапно исключаться строки, которым соответствуют определенные датчики. Минимальным набором датчиков будет считаться тот, при котором качество функционирования системы не будет выходить за границы, накладываемые ограничениями на компоненты вектора состояния.

Путем имитационного моделирования был подобран минимальный набор датчиков, который удовлетворяет нормальному функционированию системы. Матрица канала измерений при этом имеет вид:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (12)$$

результаты

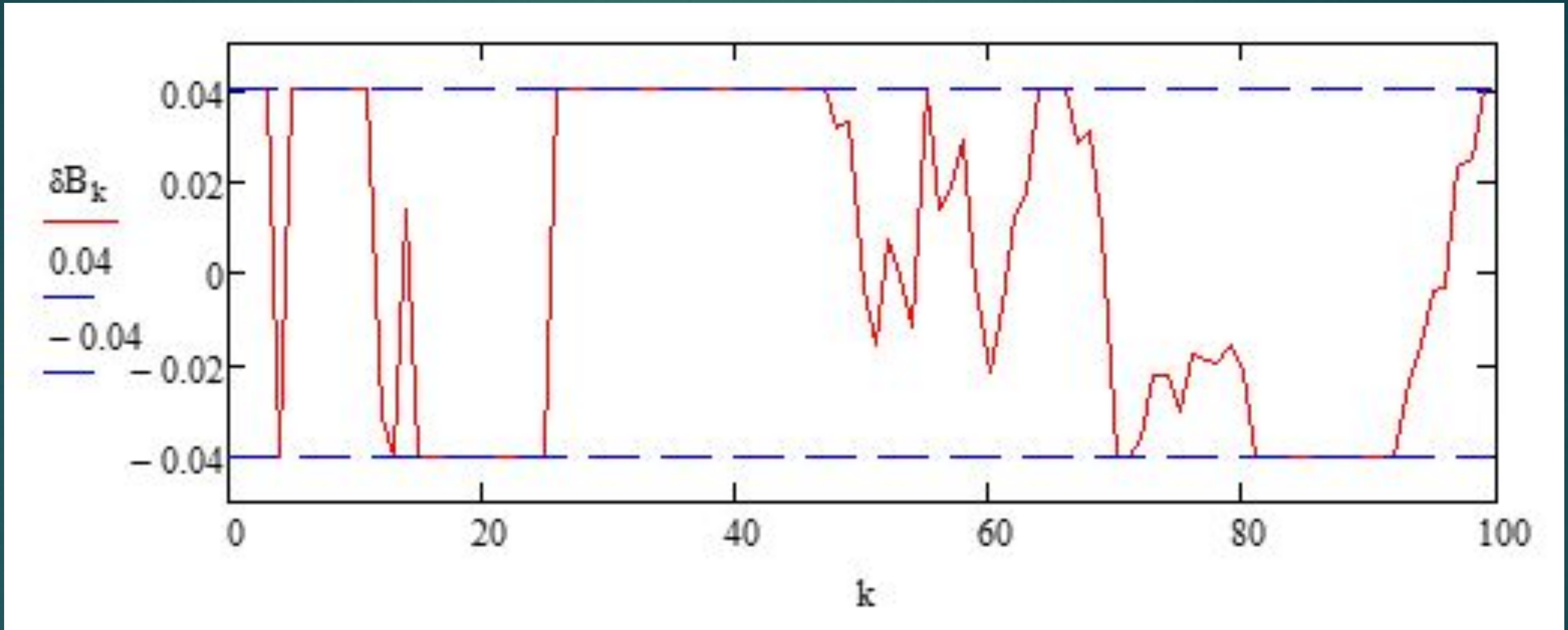
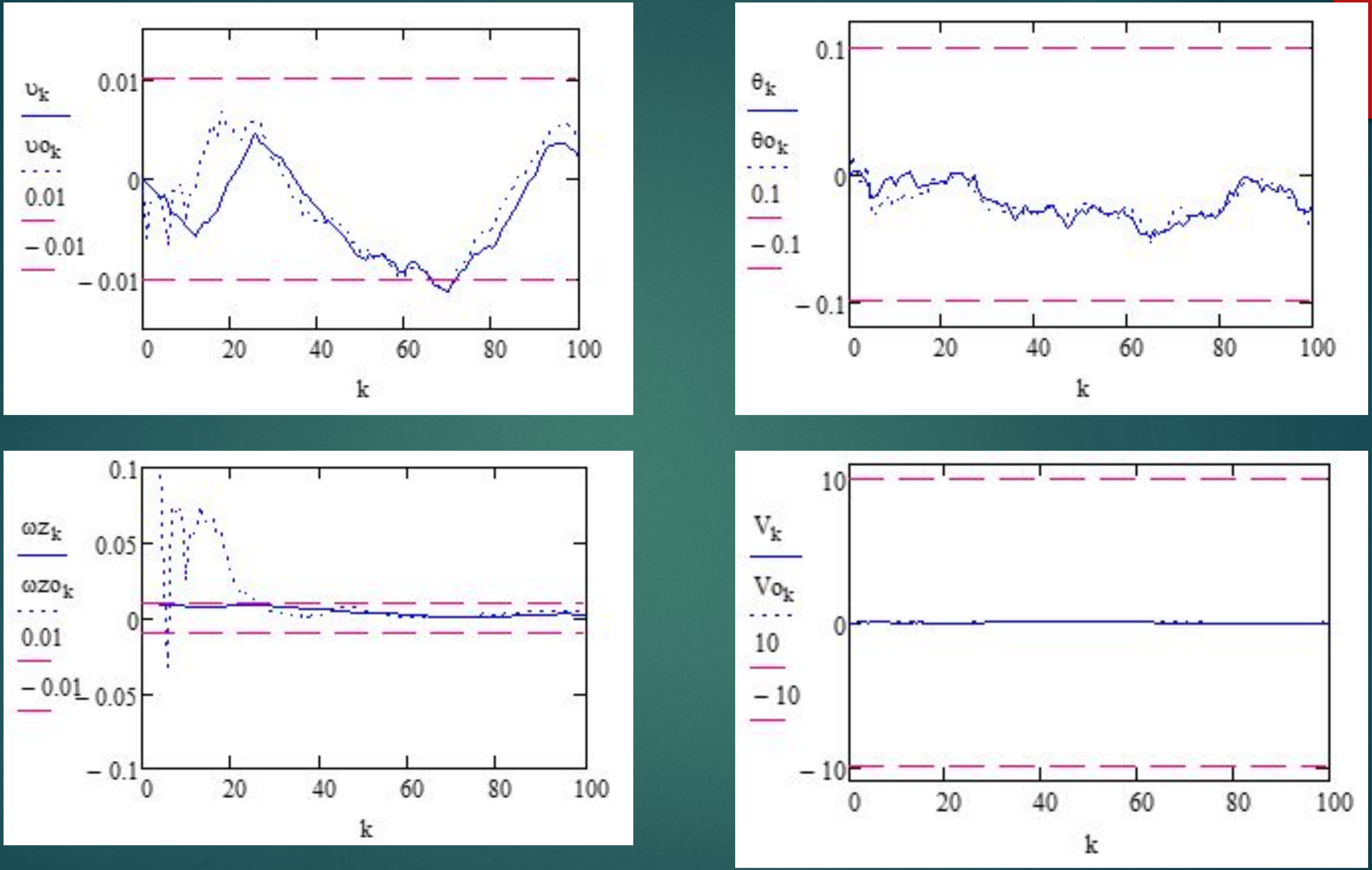


График управления при двух датчиках



Графики изменения вектора состояния и его оценка, для двух датчиков

Синтез адаптивной системы управления.

Адаптивной считается система управления, предназначенная для функционирования в условиях априорной неопределённости и в процессе функционирования автоматически приспосабливающаяся к непредвиденным изменениям свойств объекта управления и внешней среды.

Пусть для формирования управляющих воздействий используется математическая модель объекта в виде

$$\left.\begin{aligned} x(k+1) = A\big(k, \theta(k)\big)x(k) + B\big(k, \theta(k)\big)u(k) + F(k)q(k); \\ x(0) = x_0 \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

где $\theta(k)$ – N – мерный вектор переменных во времени неизвестных параметров

Синтез управляющего воздействия в данном случае имеет вид:

$$u(k) = -D_d^{-1} B^T \left(\hat{\theta}(k)\right) S\hat{x}(k), \qquad (14)$$

где $\hat{x}(k), \hat{\theta}(k)$ – оценки состояния и параметров, определяемые с помощью фильтров Калмана.

Рекуррентный алгоритм для оценки состояния будет иметь вид:

$$\left.\begin{array}{c}
\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k)[y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k)]; \\
\hat{x}(k+1/k) = A(k,\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(k,\hat{\theta}(k))u(k) + F(k)\bar{q}(k), \hat{x}(0) = \bar{x}_0; \\
K(k) = P_x(k+1/k)\, H^T[HP_x(k+1/k)H^T + HRH^T]^{-1}; \\
P_x(k+1/k) = A(k,\hat{\theta}(k))P_x(k)A^T(k,\hat{\theta}(k)) + F(k)QF^T(k); \\
P_x(k+1) = [I - K(k)H]P_x(k+1/k); \\
P_x(0) = P_{x_0}
\end{array}\right\} \qquad (15)$$

Идентификация параметров будет реализуется с помощью следящего фильтра Калмана:

$$\left.\begin{aligned}
&\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k)\begin{bmatrix} y(k+1) - H\Phi\big(\hat{x}(k), u(k)\big)\hat{\theta}(k) - \\ Hf\big(\hat{x}(k), u(k)\big) \end{bmatrix}, \hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0;\\
&L(k) = P_\theta(k)\Phi^T\big(\hat{x}(k), u(k)\big)H^T M^{-1};\\
&M(k) = H\Phi\big(\hat{x}(k), u(k)\big)P_\theta(k)\Phi^T\big(\hat{x}(k), u(k)\big)H^T +\\
&HF(k)QF^T(k)H^T + HRH^T;\\
&P_\theta(k+1) = \big[I_N - L(k)H\Phi\big(\hat{x}(k), u(k)\big)\big]P_\theta(k);\\
&P_\theta(0) = P_{\theta_0}
\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

где P_{θ_0}, P_{x_0} – ковариационные матрицы ошибок начальных условий векторов параметров и состояния модели объекта; $L(k)$ – коэффициент усиления фильтра;

В данном случае вектор неизвестных параметров содержит следующие элементы:

$$\theta = (a_{2,1}\ a_{2,3}\ , a_{3,1}\ , a_{4,2}\ b_{5,1})$$

Матрица Ф имеет вид:

$$\Phi(\hat{x}(k),u(k)) = \begin{pmatrix} \Delta t\cdot\hat{x}_1(k) & \Delta t\cdot\hat{x}_3(k) & 0 & 0 & \Delta t\cdot u_1(k) \\ 0 & 0 & \Delta t\cdot\hat{x}_3(k) & \Delta t\cdot\hat{x}_4(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

Результаты

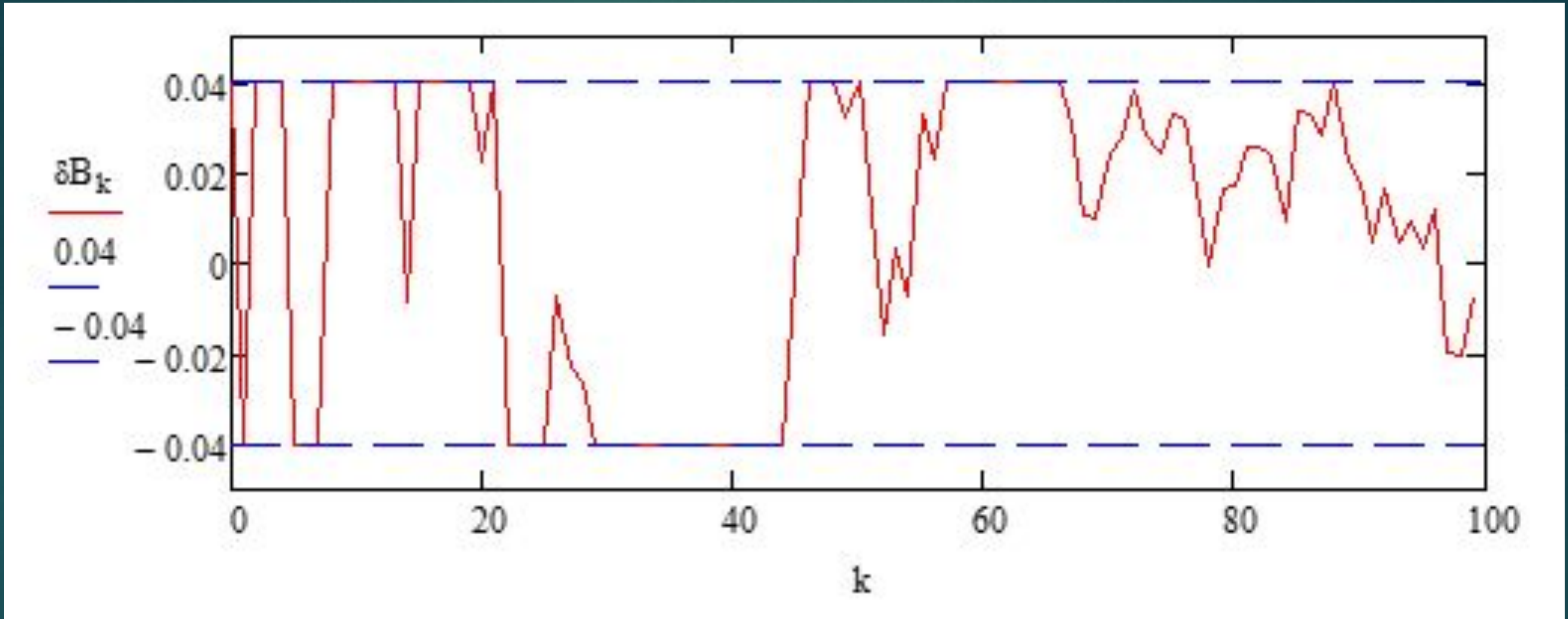
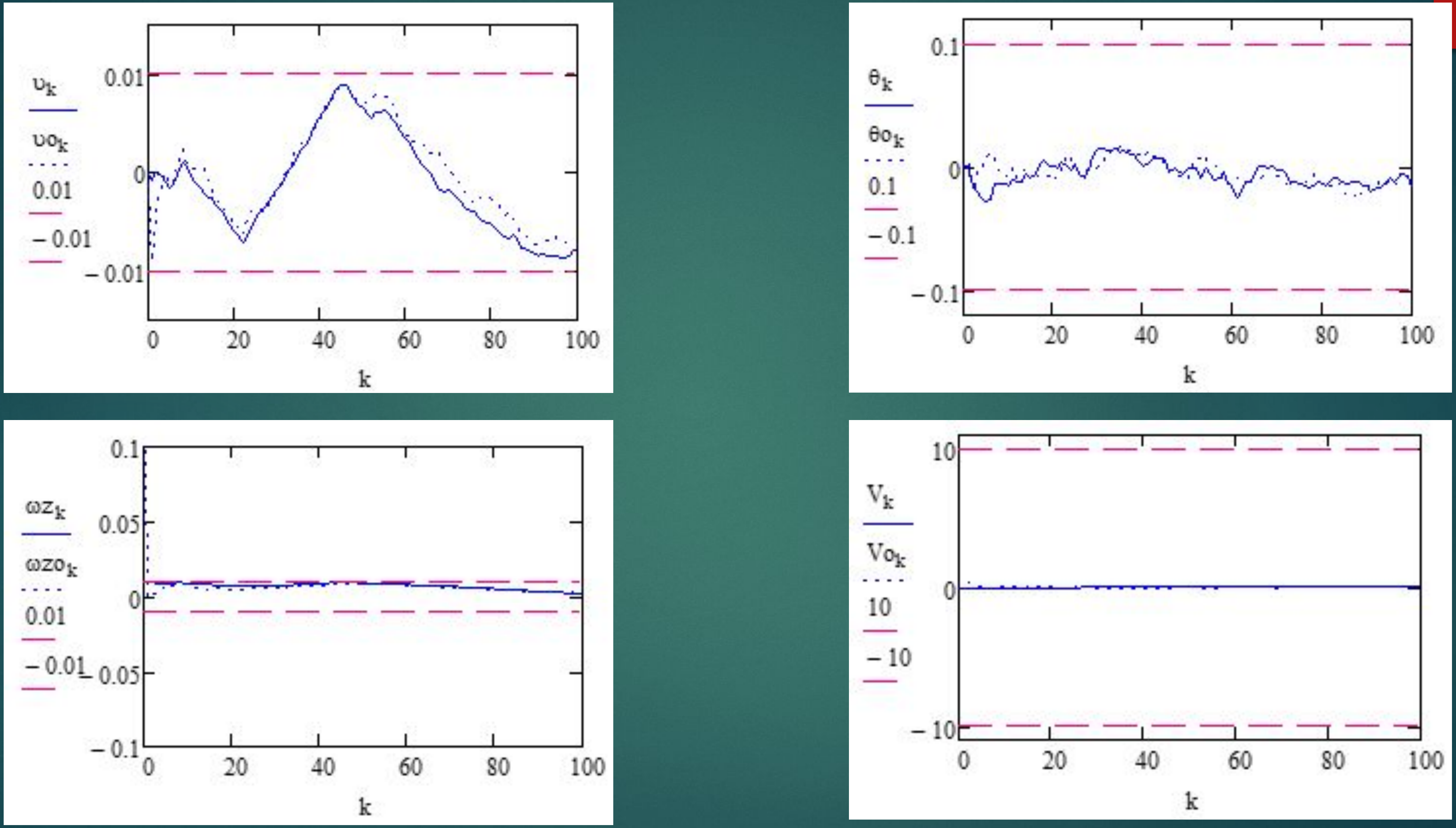
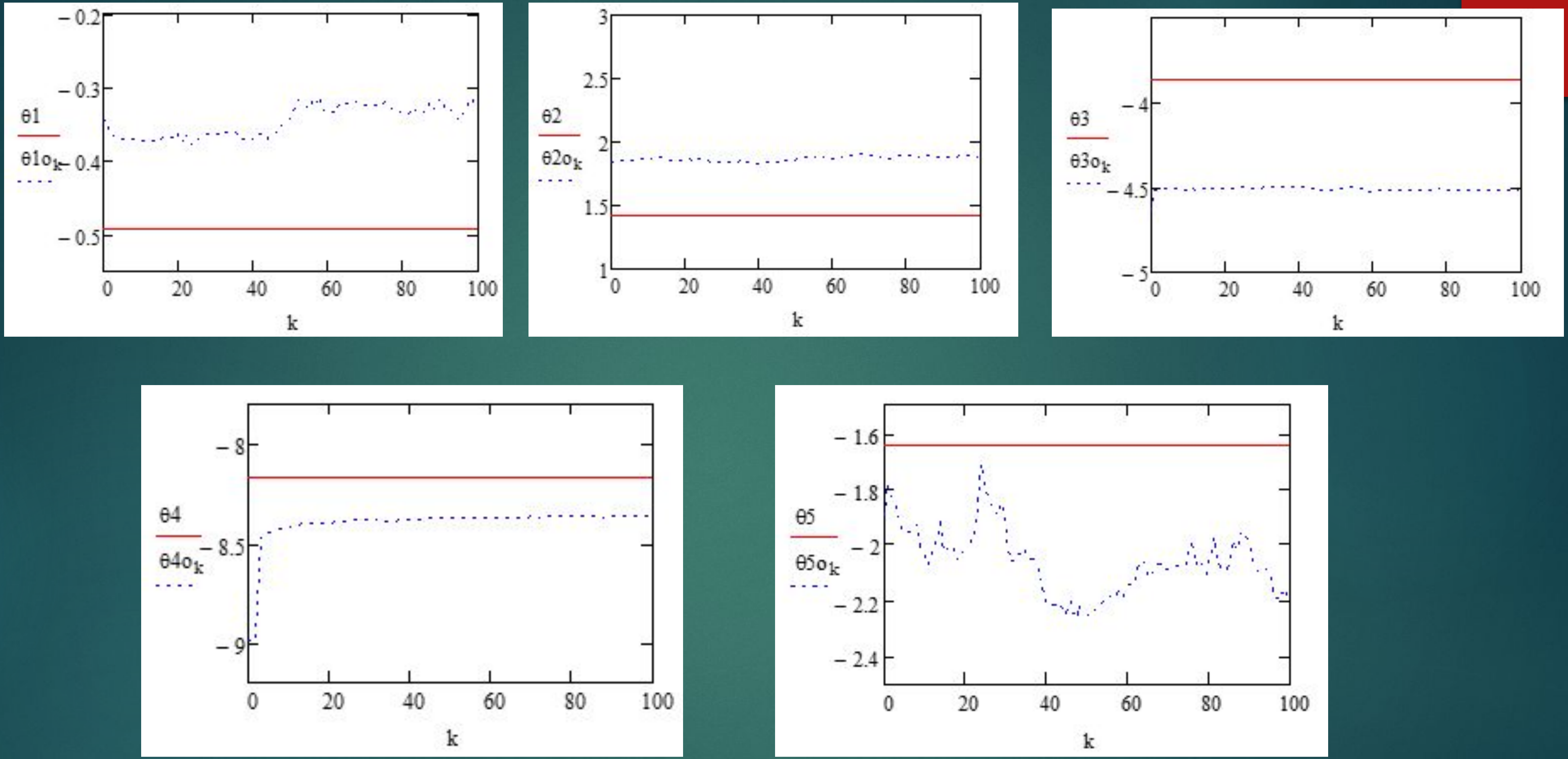


График адаптивного управления



Графики изменения вектора состояния и его оценки, при адаптивном управлении



Графики неизвестных параметров и их оценки.

Заключение

В рамках данной работы было осуществлено имитационное моделирование продольного движения самолёта и написаны соответствующие программы. Моделирование осуществлялось для трёх случаев:

- управление для стохастической модели;
- управление для стохастической модели при минимальном наборе датчиков;
- адаптивное управление.

Спасибо за внимание!