Логарифмические неравенства (онлайн урок 4.02.22)

1. Повторить определение и свойства логарифма, свойства логарифмической функции (слайды 1-7);
2. Рассмотреть схему решения логарифмических неравенств и разобранные примеры;
3. Выполнить примеры со слайда 14 и отправить фото работы преподавателю до 7.02.22 (rea-spk@mail.ru)

Логарифм

- определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание a, чтобы получить число b:

$$\log_a b = n, \; a^n = b$$

Условия существования логарифма:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ a \neq 1 \\ a^x = b \end{cases}$$

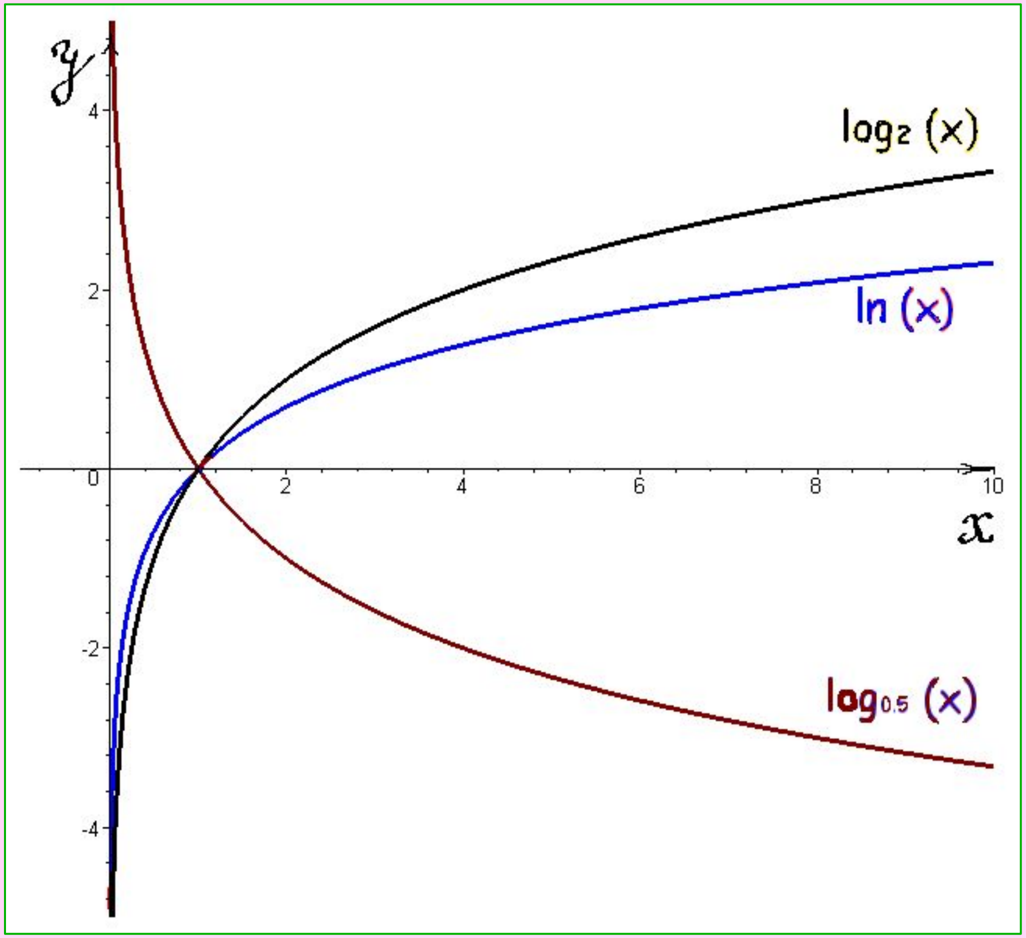
Логарифмическая функция

- Функция вида $f(x) = \log_a x$, определённая при

$a > 0;\ a \neq 1;\ x > 0$

График любой логарифмической функции проходит через точку (1;0). Функция непрерывна в своей области определения.

Графики логарифмических функций:



Свойства функции $y = \log_a x$

- Область определения $(0; +\infty)$
- Область значений: $y \in R$
- Чётность /нечётность: функция не является ни четной, ни нечетной
- Нули функции: $y = 0$ при $x = 1$
- График функции проходит через точку: $(1; 0)$
- Функция возрастает при $a > 1$ и убывает

  при $0 < a < 1$

Свойства логарифмов

1. $\log_a a = 1$
2. $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
4. $\log_a b - \log_a c = \log_a(b : c)$
5. $\log_a b^p = p \cdot \log_a b$
6. $\log_{a^m} b = \dfrac{1}{m} \cdot \log_a b$
7. $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$

- Формула перехода к новому основанию:

$$\log_a b = \frac{\log_n b}{\log_n a}$$

$a \neq 1$, $b \neq 1$, $a > 0$, $b > 0$

Следствие:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО: $a^{\log_a b} = b$

Решение логарифмических неравенств:

- Решение логарифмических неравенств сводиться к решению системы неравенств, содержащих ООФ и решение равносильного неравенства, полученного из логарифмического неравенства, путем его преобразований по известным нам свойствам логарифмических функций.
- Важным пунктом при решении логарифмического неравенства является так же монотонность функции:

1. Если $\log_a x_1 < \log_a x_2$, при этом $a>1$ (т.е функция ↑)

   $x_1 < x_2$ **(знак остается прежним)**

2. Если $\log_a x_1 < \log_a x_2$, при этом $0<a<1$ (т.е функция ↓)

   $x_1 > x_2$ **(знак меняется на противоположный)**

Решение логарифмических неравенств:

Решить:

1. $Lg(x+1) \le 2$ ООФ $x+1>0 \rightarrow x>-1$

$Lg(x+1) \le lg10^2$

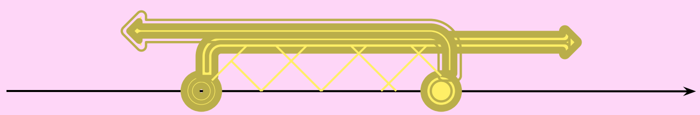
$Lg(x+1) \le lg100$, т.к ф-я ↑

$x+1 \le 100$

$x \le 100-1$

$x \le 99$

Находим общее между этим решением и ООФ



x

- 1 99

$-1<x \le 99$

Ответ: $-1<x \le 99$

Схема решения логарифмических неравенств

1. Найти ООФ
2. Решить логарифмическое неравенство, применяя:

   - свойства логарифмов(сужать ООФ нельзя, т.е нельзя логарифмировать);

   - монотонность логарифмической функции(возрастание и убывания функции).
3. Выбрать общее решение

   ООФ

   решение неравенства

Пример решения логарифмического неравенства

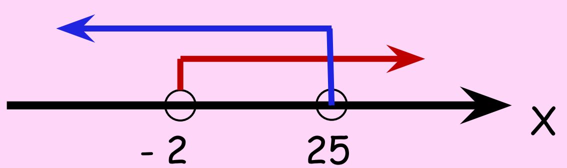
1. $\log_3(x+2) < 3$

$\log_3(x+2) < \log_3 27$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ: } X+2>0 \\ X+2 < 27, \text{ ТК. ОСН. } 3>1 \end{cases}$$

$X+2>0$ $\quad$ $x+2<27$

$x>-2$ $\quad$ $x<25$



Ответ:$(-2;25)$

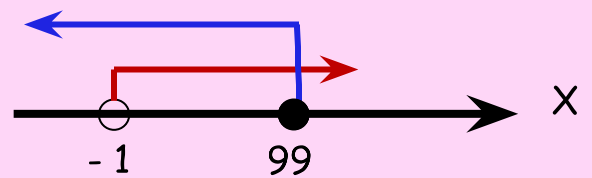
2. $\lg(x+1) \le 2$

$\lg(x+1) \le \lg 100$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ: } X+1>0 \\ X+1 < 100, \text{ ТК. ОСН. } 10>1 \end{cases}$$

$X+1>0$ $\quad$ $x+1\le 100$

$x>-1$ $\quad$ $x \le 99$



Ответ:$(-1;99]$

3. $Log_{1/5}(3x-5)>log_{1/5}(x+1)$

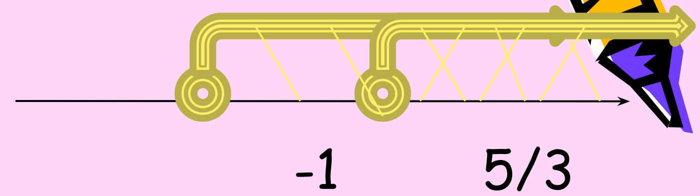
ООФ $\begin{cases} 3x-5>0 \\ x+1>0 \end{cases}$ $\quad x>5/3$

Т.к ф-я ↓

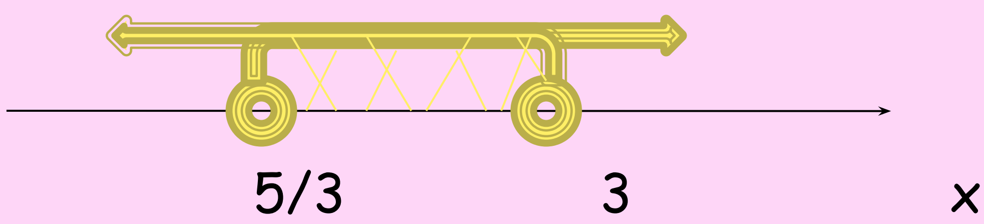
$3x-5<x+1$

$2x<6$

$x<3$



Находим общее между этим решением и ООФ



Ответ: $5/3<x<3$

4. $\lg x > \lg 8 + 1$ ООФ $x > 0$

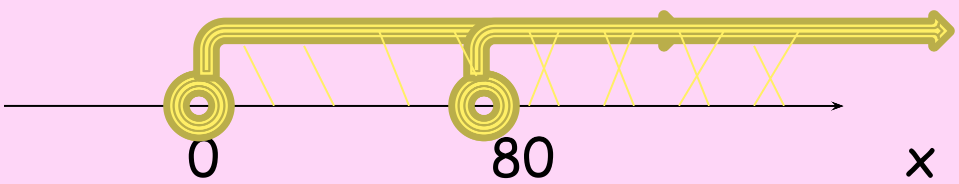
$\lg x > \lg 8 + \lg 10^1$

$\lg x > \lg 8 \cdot 10$

$\lg x > \lg 80$, т.к. ф-я ↑

$x > 80$

Находим общее между этим решением и ООФ



Ответ: $x > 80$

Самостоятельная работа (распределение вариантов, как на иностранном языке):

I вариант	II вариант
1. $Log_3(x+2)<3$	1. $log_3(x+1)<-2$
2. $Log_{1/5}(4-3x)\geq-1$	2. $log_{1/2}(3-5x)<-3$
3. $Log_{0,3}(2x+5)\geq log_{0,3}(x+1)$	3. $Log_3(5-4x)<log_3(x-1)$