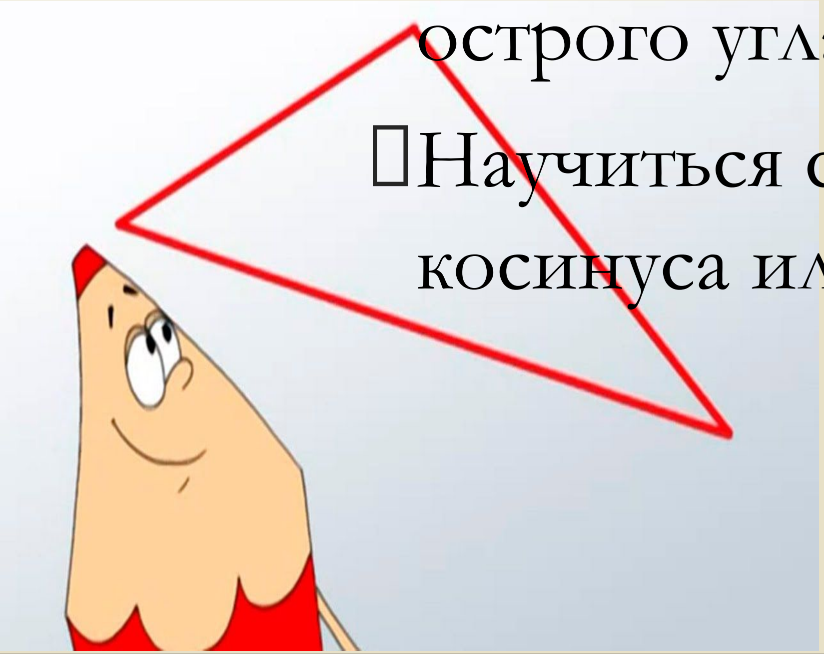
СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС ОСТРОГО УГЛА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Урок геометрии в 8 классе

Цель урока

- Дать определение синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника
- Научиться вычислять синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника
- Научиться строить углы по значению его синуса, косинуса или тангенса

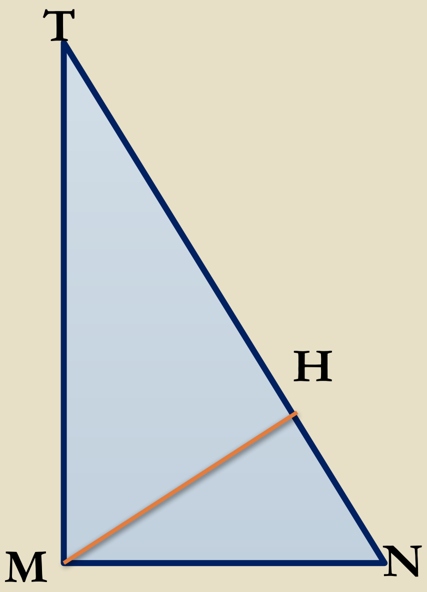


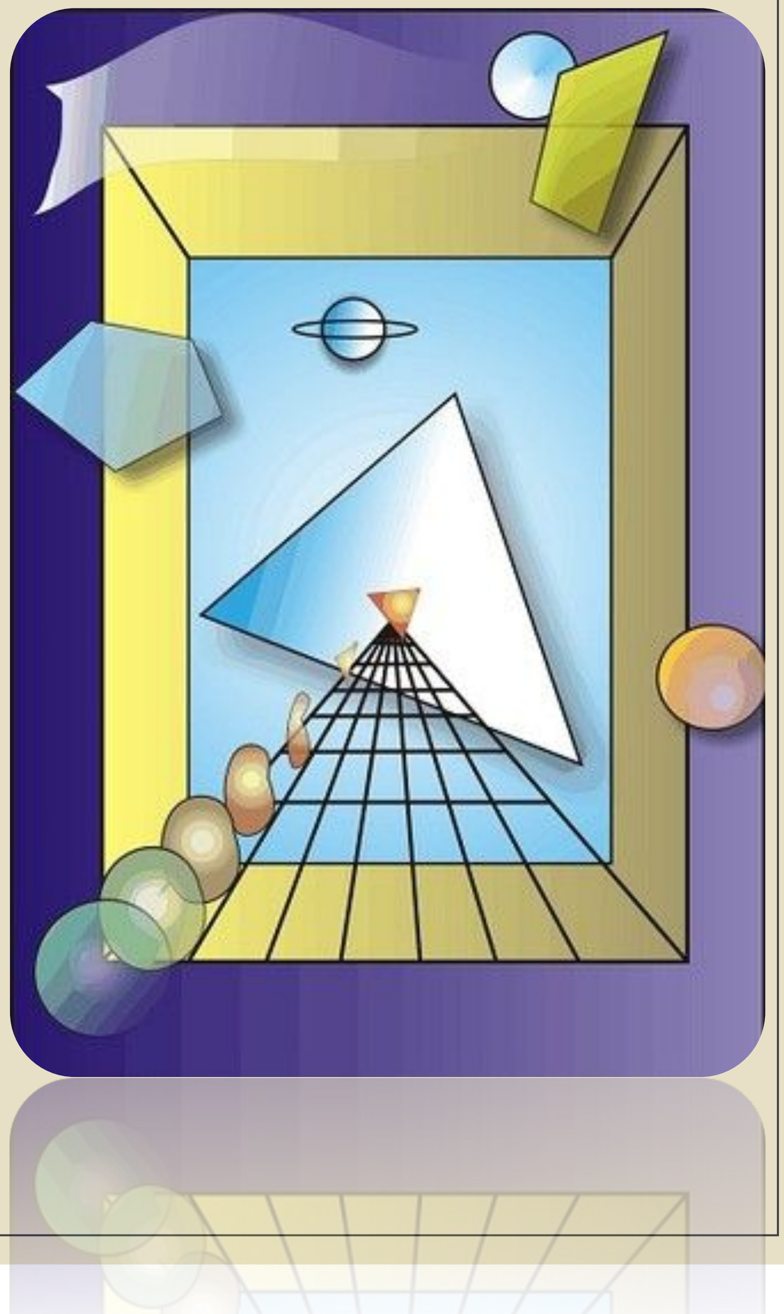
Опрос теории

- Какие треугольники называются подобными?
- Какие признаки подобия вы знаете?
- Что называется средней линией треугольника?
- Свойство средней линии треугольника.
- Свойство медиан треугольника?
- Каким свойством обладает высота прямоугольного треугольника,

  проведённая к гипотенузе?
- Назовите подобные треугольники

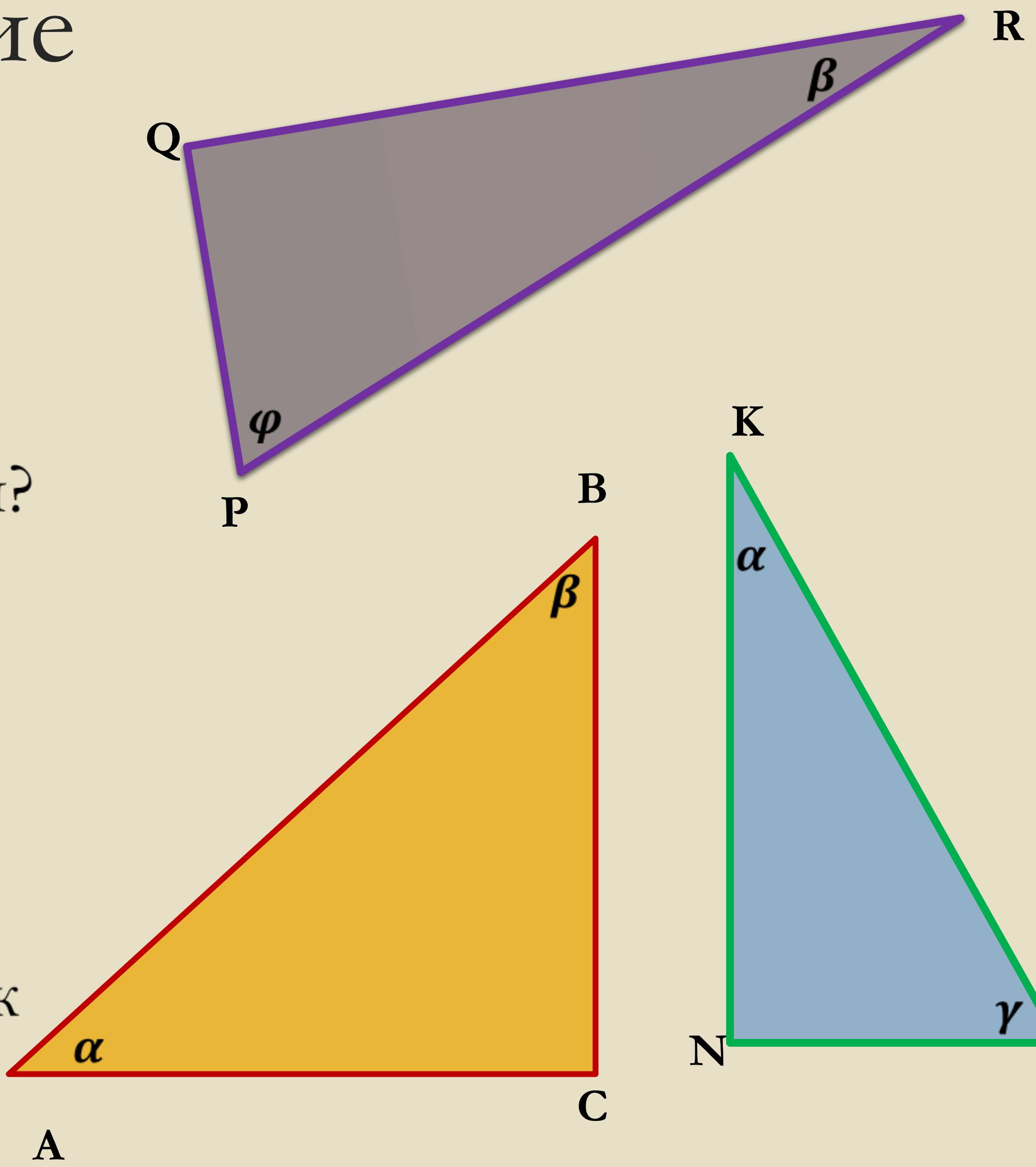
  на рисунке





Повторение

- Как называются стороны прямоугольного треугольника?
- Какие стороны называются катетами?
- Какая сторона называется гипотенузой?
- Как связаны стороны прямоугольного треугольника?
- Каким свойством обладают острые углы прямоугольного треугольника?
- Назовите на рис катеты, прилежащие к углам $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ и катеты, этим углам противолежащие.



История возникновения терминологии

Слово **«тригонометрия»** впервые встречается (1505 г.) в заглавии книги немецкого теолога и математика Питискуса. Происхождение этого слова греческое: xpiyrovov — треугольник, цетреco — мера. Иными словами, тригонометрия — наука об измерении треугольников. Хотя название возникло сравнительно недавно, многие относимые сейчас к тригонометрии понятия и факты были известны уже две тысячи лет назад.

Длительную историю имеет понятие **синуса.** Фактически различные отношения отрезков треугольника и окружности (а по существу, и тригонометрические функции) встречаются уже в III в. до н. э. в работах великих математиков Древней Греции — Евклида, Архимеда, Аполлония Пергского. В римский период эти отношения уже достаточно систематично исследовались Менелаем (1в. н.э.), хотя и не приобрели специального названия.

В последующий период математика долгое время наиболее активно развивалась индийскими и арабскими учеными. В IV—V вв. появился, в частности, уже специальный термин в трудах по астрономии великого индийского ученого Ариабхаты (476 — ок. 550), именем которого назван первый индийский спутник Земли. Отрезок он назвал ардхаджива.

Позднее привилось более краткое название джива. Арабскими математиками в IX в. слово джива (или джиба) было заменено на арабское слово джайб (выпуклость). При переводе арабских математических текстов в XII в. это слово было заменено латинским**синус** (sinus — изгиб, кривизна).

Слово косинус намного моложе. **Косинус** — это сокращение латинского выражения complementy sinus, т. е. «дополнительный синус» (или иначе «синус дополнительной дуги»; вспомните cos a = sin (90° - a)).

Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс, секанс и косеканс) введен в X в. арабским математиком Абул-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы были заново открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Бравердином, а позднее немецким математиком, астрономом Региомонтаном (1467 г.).

Название «тангенс», происходящее от латинского tanger (касаться), появилось в 1583 г. Tangens переводится как «касающийся» (линия тангенсов — это касательная к единичной окружности).

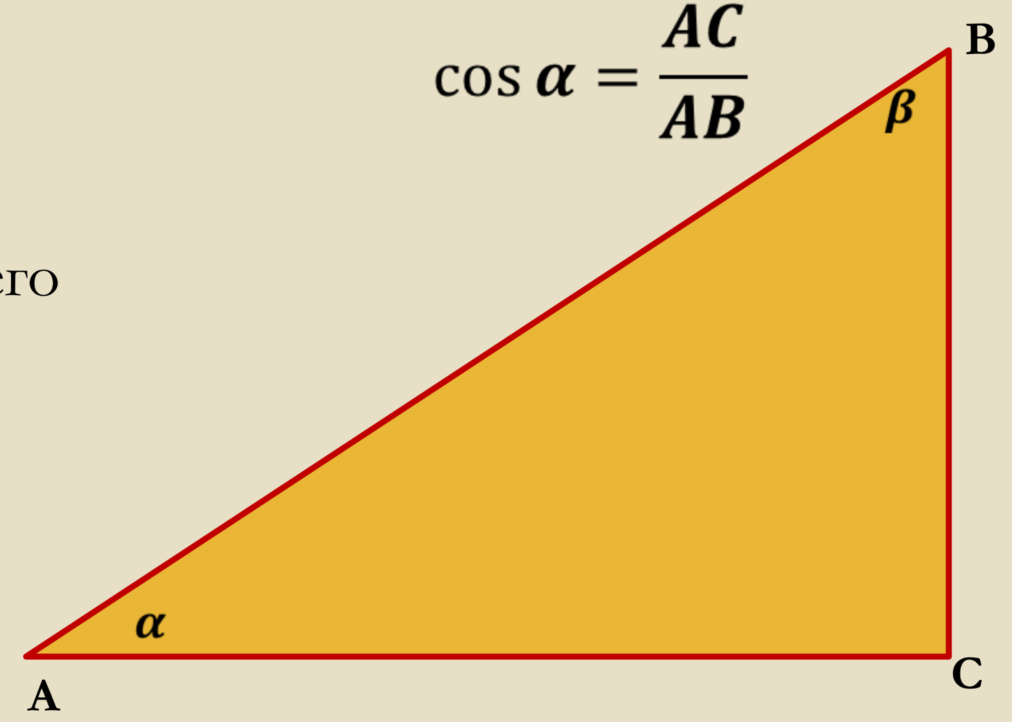
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$$

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.



Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

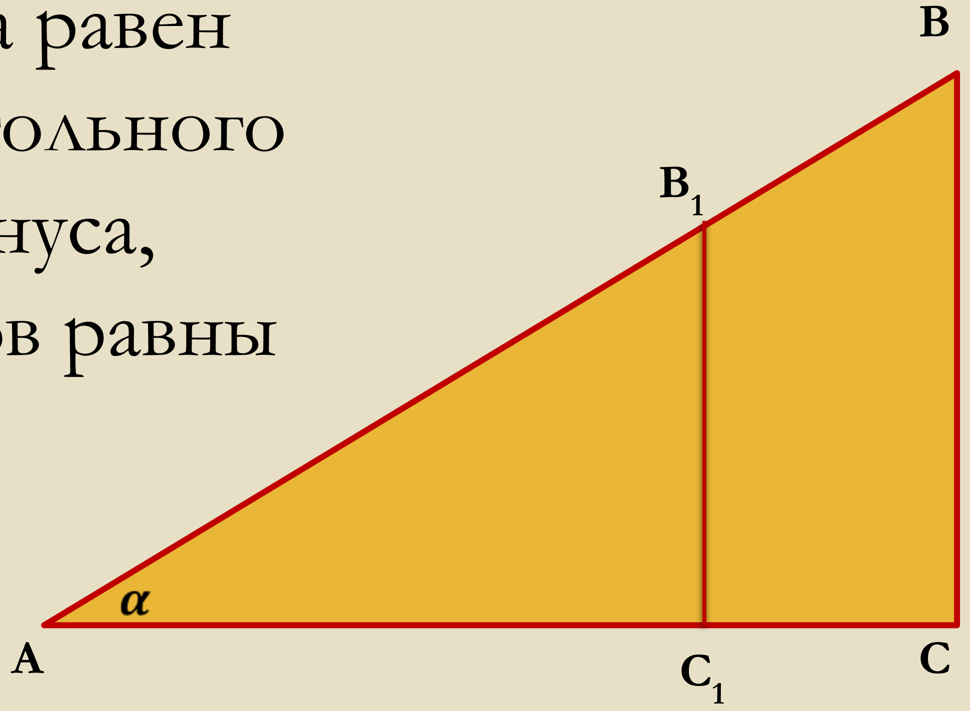
Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{AC}{BC}$$

Свойство тригонометрических функций

Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то значения синуса, косинуса и тангенса этих углов равны



Свойства тригонометрических функций

- $$\boldsymbol{\alpha + \beta = 90^o \quad \Rightarrow \quad \beta = 90^o - \alpha}$$

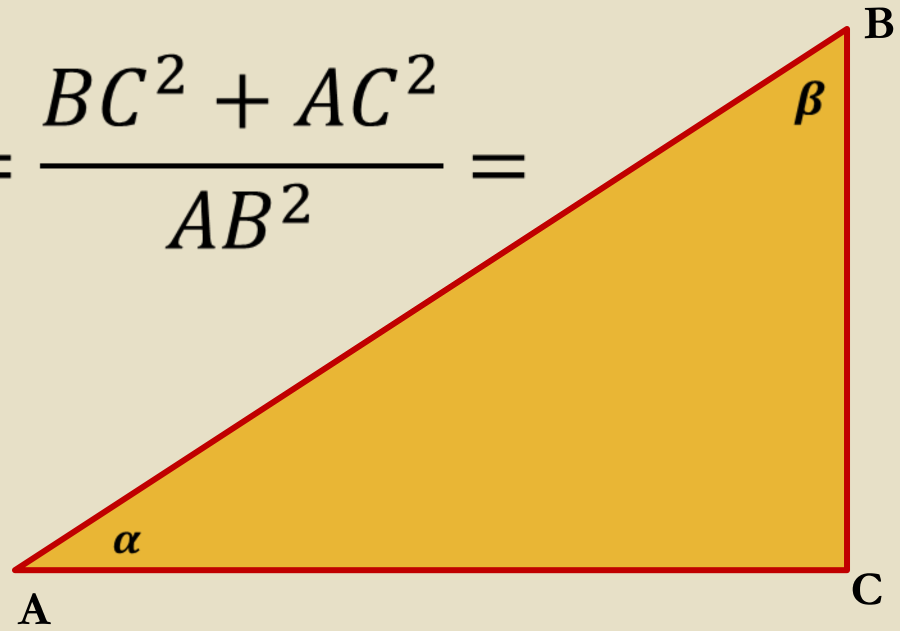
$$\boldsymbol{cos\alpha = \frac{AC}{AB}} \quad \text{и} \quad \boldsymbol{sin\alpha = \frac{BC}{AB}}$$

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} =$$

$$= \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

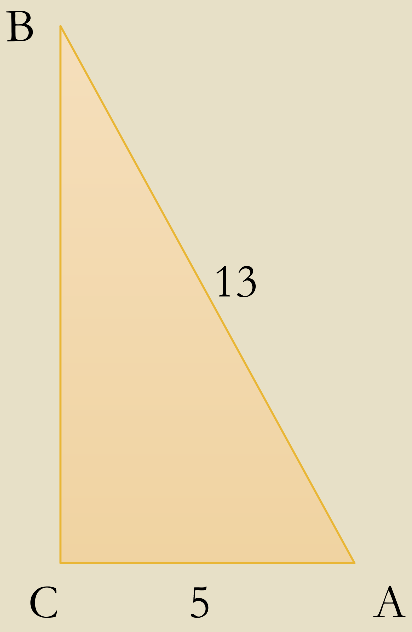
$$tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}; \qquad ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{sin\alpha}$$



Решение задач

№1. В прямоугольном треугольнике АВС, $\angle C = 90^0$,

$AB = 13$см; $AC = 5$ см. Найти $\sin B, cosB, tgB$.



Решение:

По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \quad \Rightarrow \quad BC$=12 см

$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$, $\quad cosB = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$,

$tgB = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$.

Решение задач

№2. Постройте углы α, β и φ, если

а) $cos\alpha = \frac{4}{9}$;

б) $\sin\beta = \frac{1}{2}$;

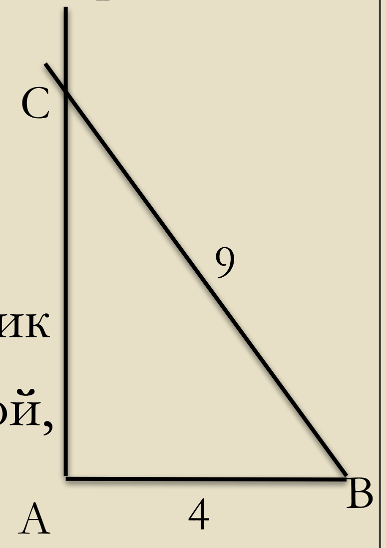
в) $tg\varphi = 0{,}4 = \frac{2}{5}$

Для построения угла надо построить прямоугольный треугольник, катеты и гипотенуза которого равны данным значениям.

а) 1.Строим прямой угол с помощью угольника или циркуля:

2. На луче АВ откладываем отрезок равный 4 см,

3. От точки В с помощью циркуля откладываем отрезок BC=9 см



б) Аналогично строится прямоугольный треугольник с противолежащим катетом, равным 1 и гипотенузой, равной 2.

в) Аналогично строится прямоугольный треугольник с противолежащим катетом, равным 2 и прилежащим катетом, равным 5.

Решение задач:

№3. Найти $\sin\alpha$ и $tg\alpha$, если $cos\alpha = \frac{2}{3}$

Решение:

По основному тригонометрическому тождеству

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Rightarrow sin^2\alpha = 1 - cos^2\alpha$$

$$sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3} : \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{5}\cdot 3}{3\cdot 2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Домашнее задание

- П. 68, выучить определения, свойства
- № 591(а,б), № 592 (а, в, г), № 593 (б)