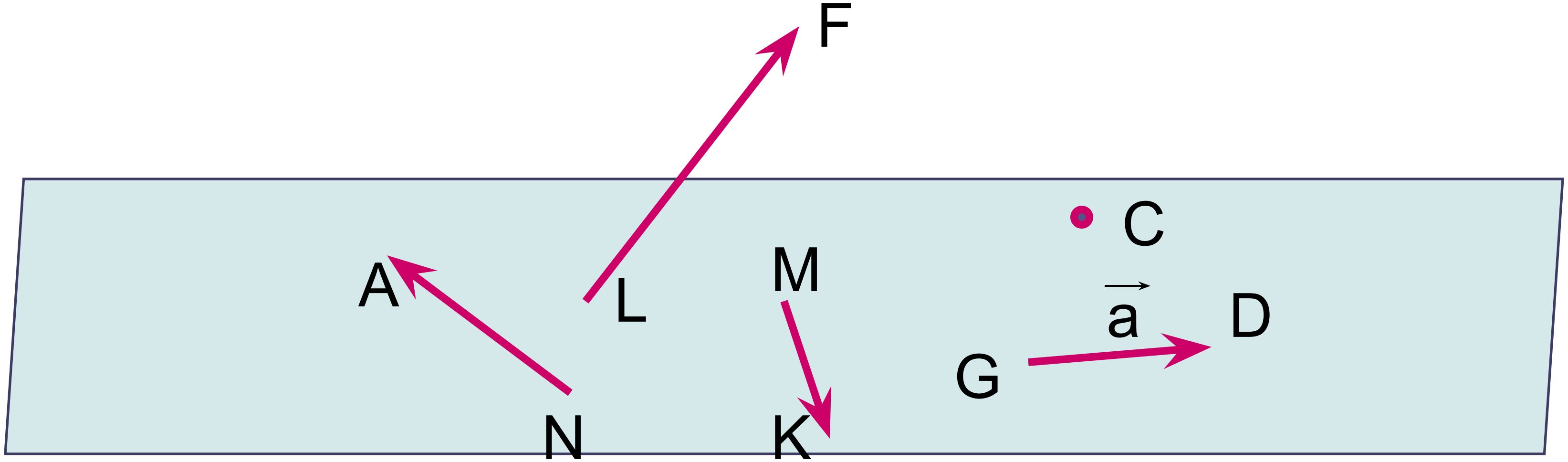
Векторы в пространстве

§ 1 ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ

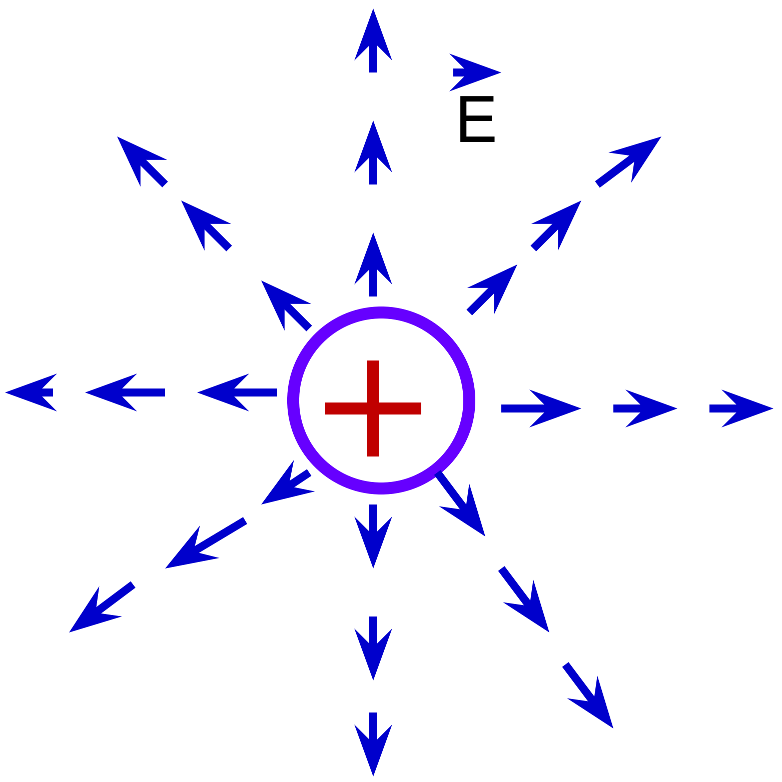
Вектор – *отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой - концом.*
Нулевой вектор – *любая точка пространства.*



$\overrightarrow{NA}$, $\overrightarrow{LF}$, $\vec{a}$, $\overrightarrow{CC} = \vec{0}$

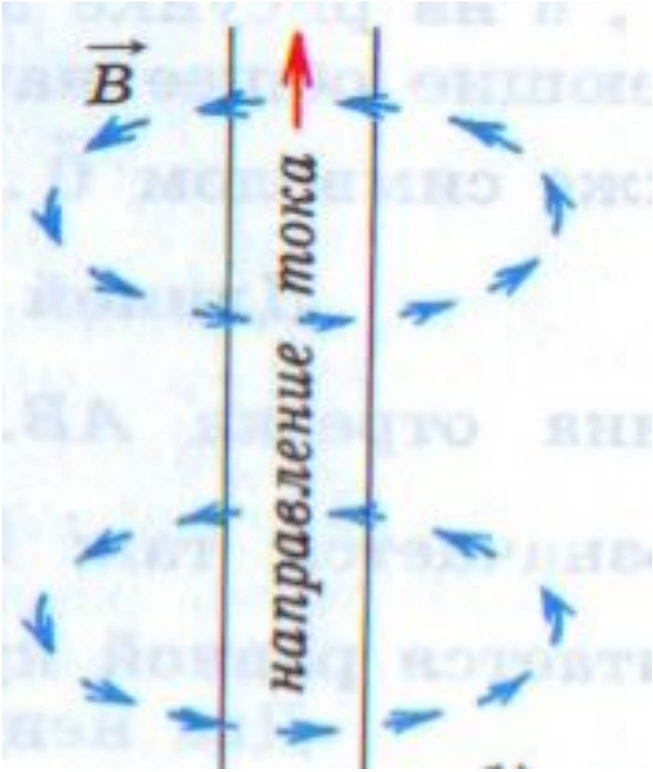
- ***Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.***

- ***На рис. изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.***



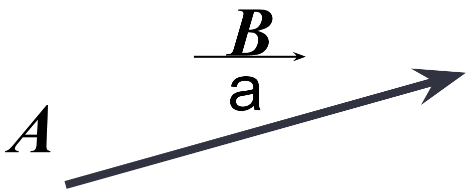
- ***Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.***

- ***На рис. изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.***



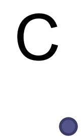
- ***Длиной ненулевого вектора АВ называется длина отрезка АВ***

Обозначение : $|\vec{a}|$ или $|\vec{AB}|$



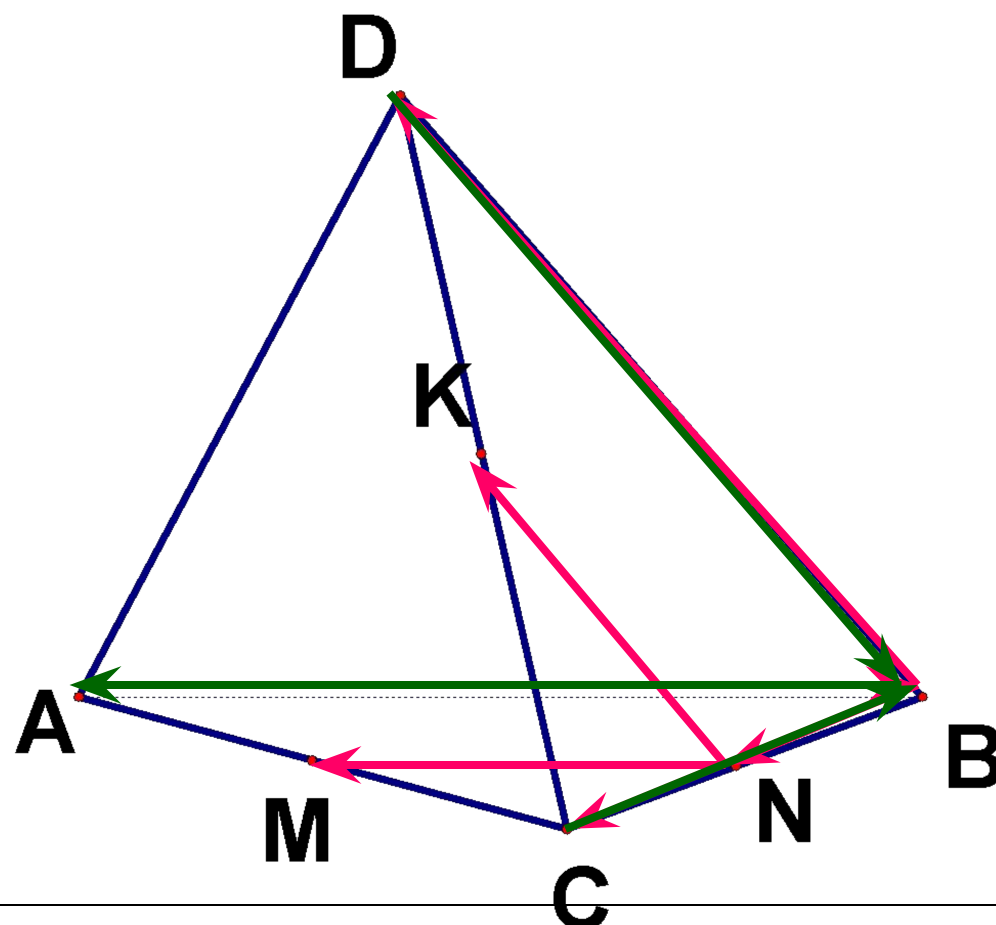
- ***Длина нулевого вектора равна 0***

$$|\vec{0}| = 0, \quad |\vec{CC}| = 0$$



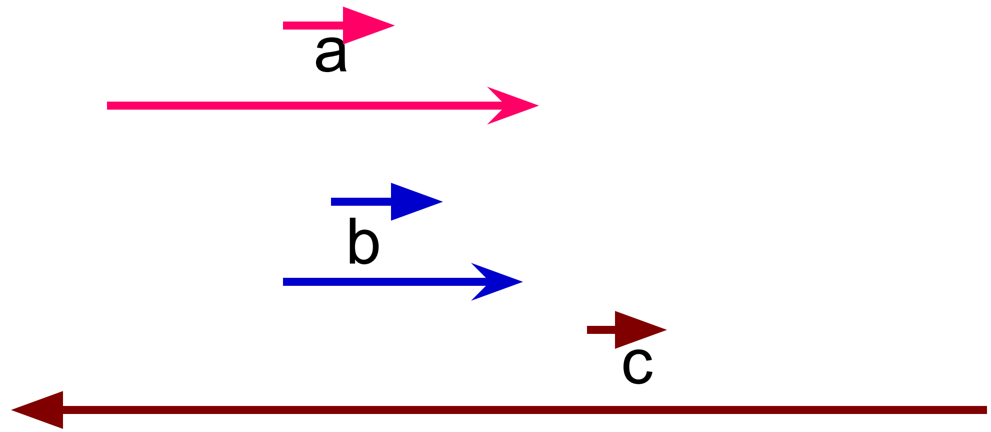
№ 320

В тетраэдре DABC точки M, N, K – середины ребер AC, BC, CD. AB= 3см, BC=4см, BD=5см. Найти длины векторов: а) AB, BC, BD, NM, BN, NK б) CB, BA, DB, NC, KN

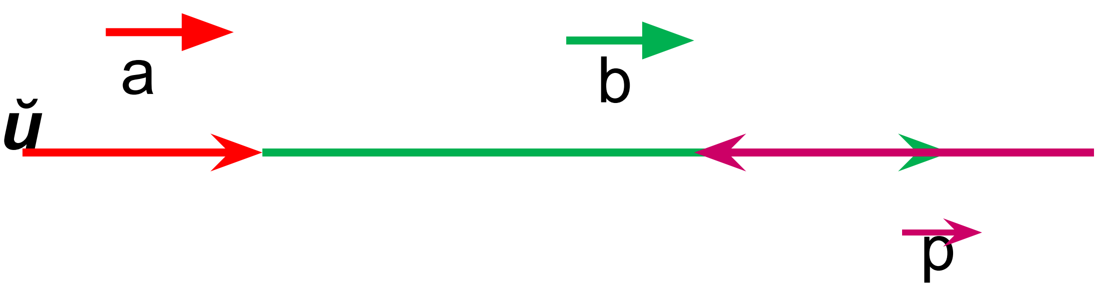


Коллинеарные векторы (от лат. com — совместно и linea — линия)

- *Лежат на параллельных прямых*

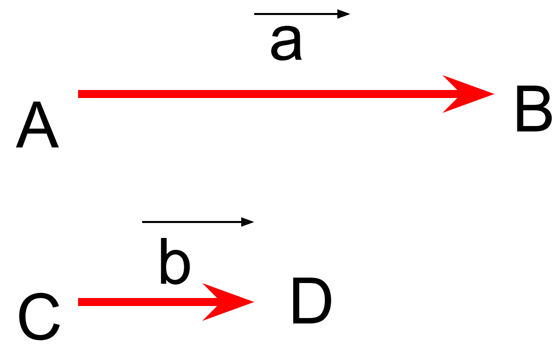


- *Лежат на одной прямой.*



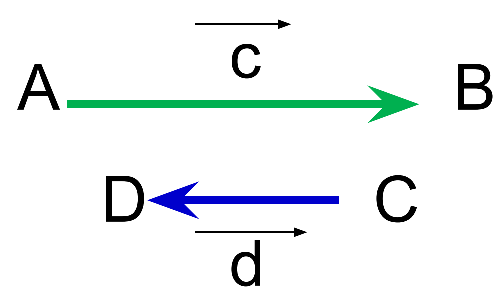
Два ненулевых вектора называются сонаправленными, если они коллинеарны и лучи AB и CD сонаправлены

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$



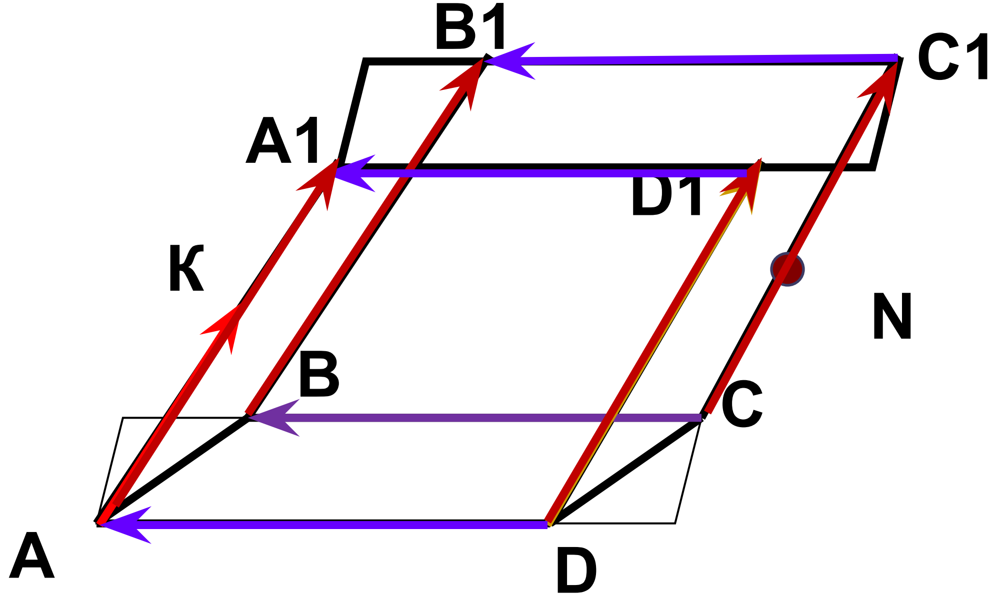
Два ненулевых вектора называются противоположно направленными, если они коллинеарны и лучи AB и CD противоположно направлены

$$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$$



Укажите векторы, сонаправленные с $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{CB}$

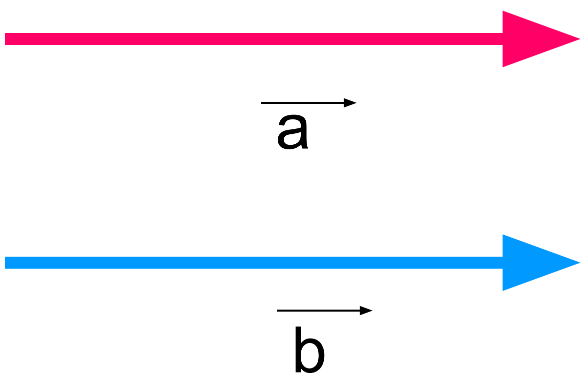
Противоположно направленные $\overrightarrow{DD_1}$



Векторы называются **РАВНЫМИ,** если они:

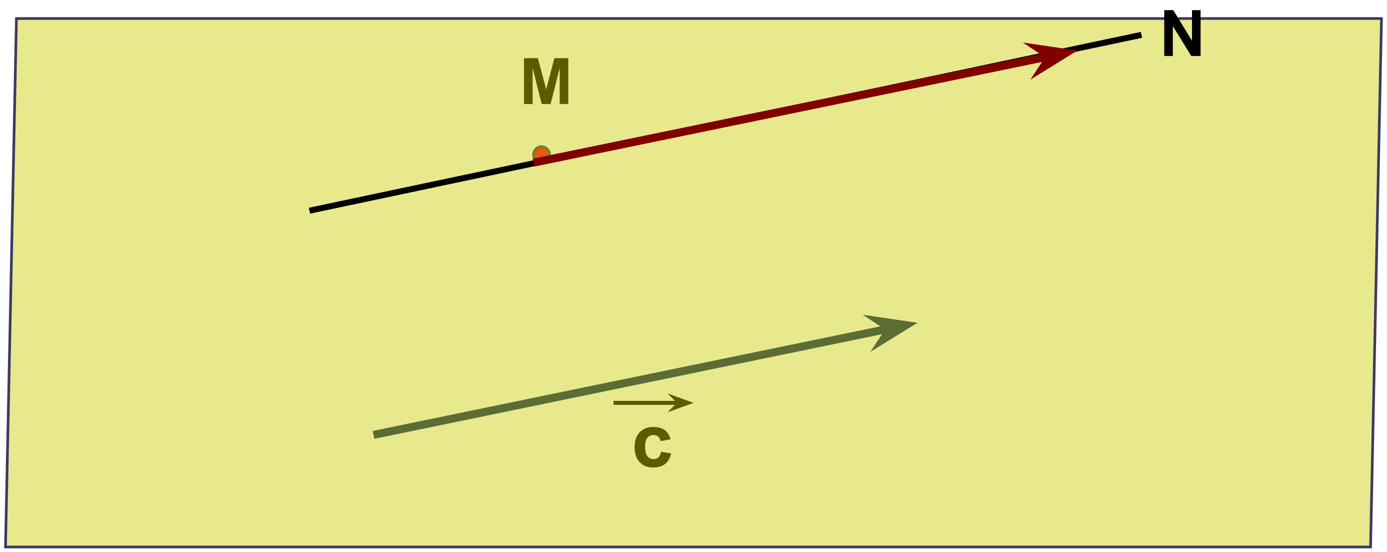
1. сонаправлены

2. их длины равны.

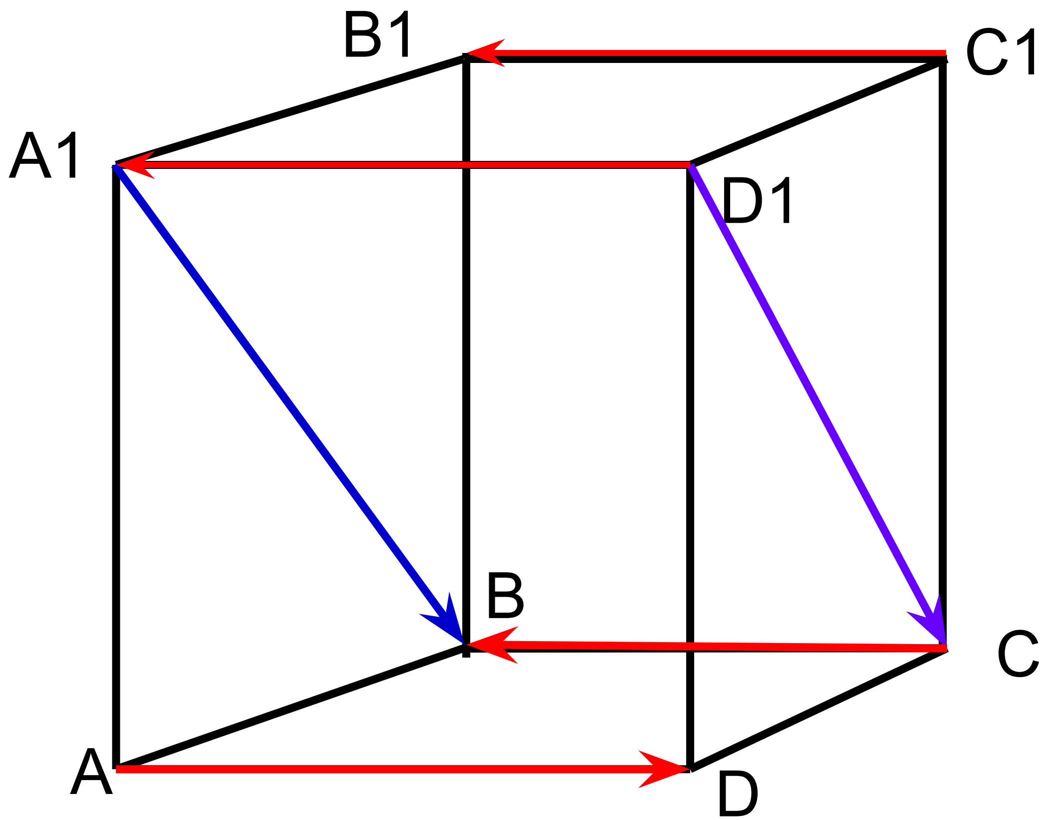


$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \vec{a} \upuparrows \vec{b} \\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{array}\right.$$

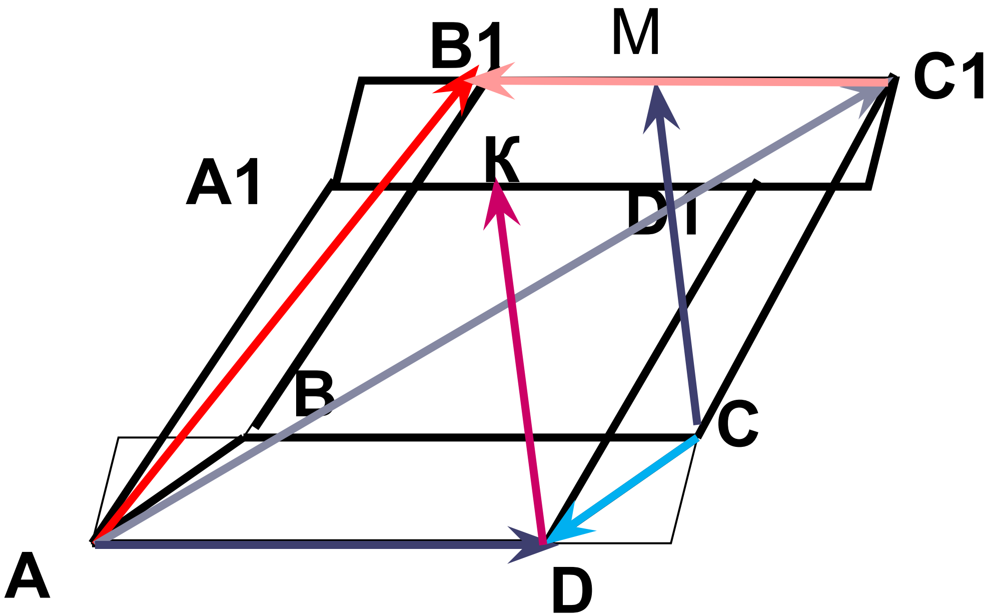
От любой точки пространства можно отложить вектор, равный данному и притом только один



Постройте 1) вектор с началом в точке D_1 , равный вектору $\overrightarrow{A_1B}$;
2) два вектора с началом и концом в вершинах куба, коллинеарные с вектором $\overrightarrow{AD}$, но не равные ему.



№322



Указать все пары:

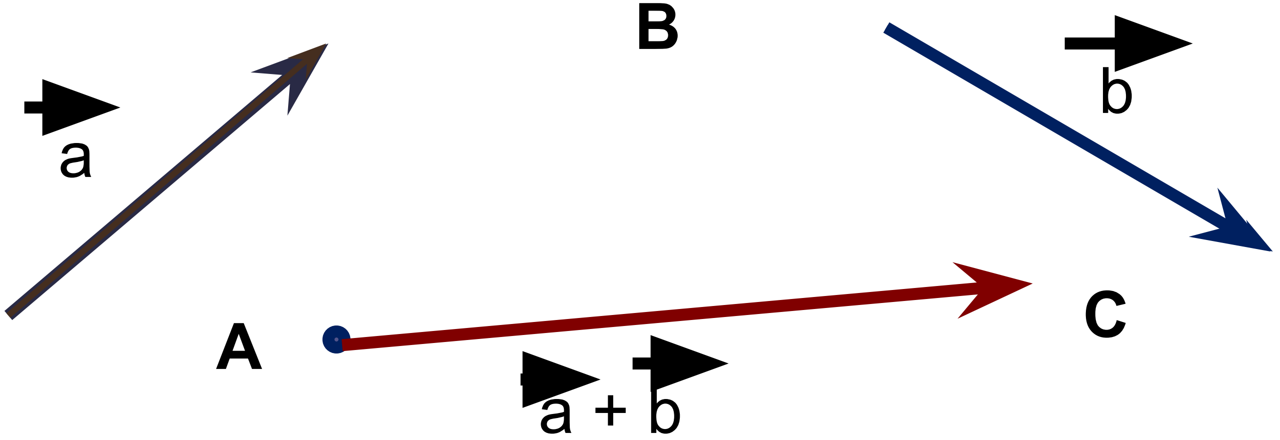
1. сонаправленных векторов;

2. Противоположно направленных векторов;

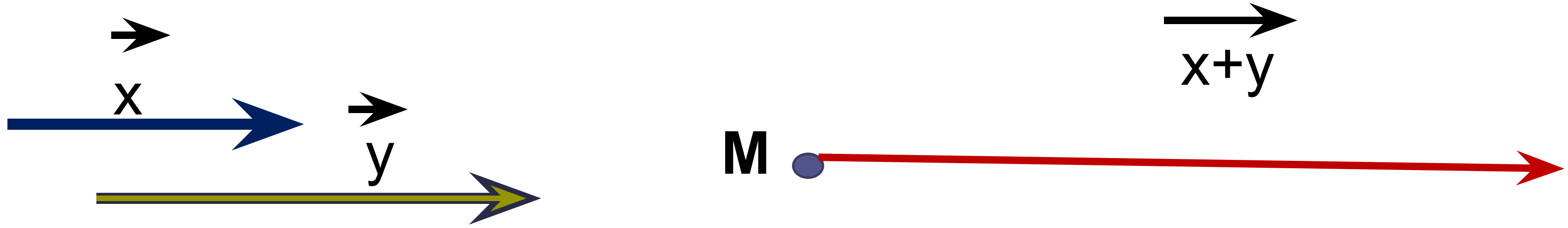
3. Равных векторов

§ 2 СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

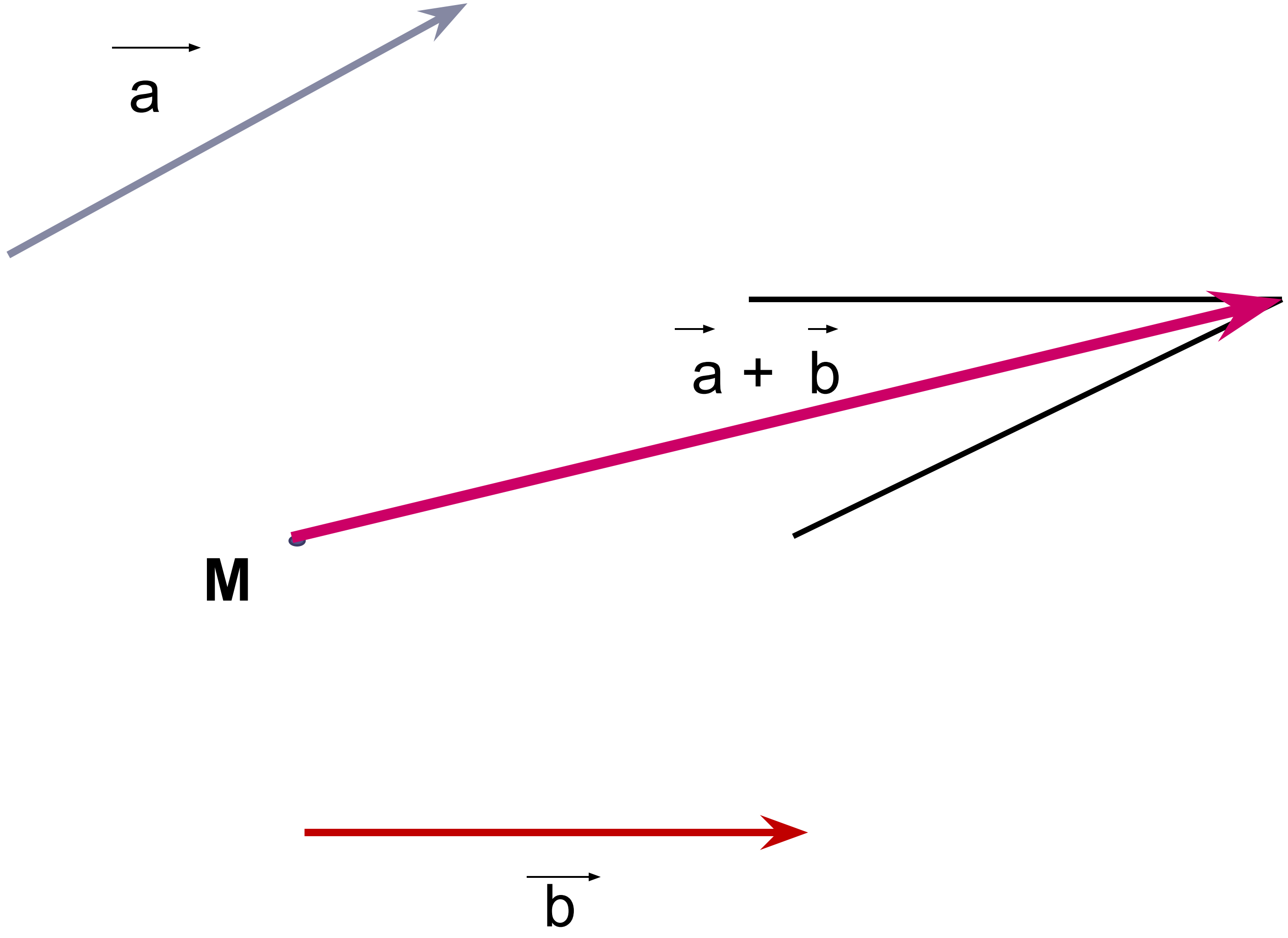
Правило треугольника



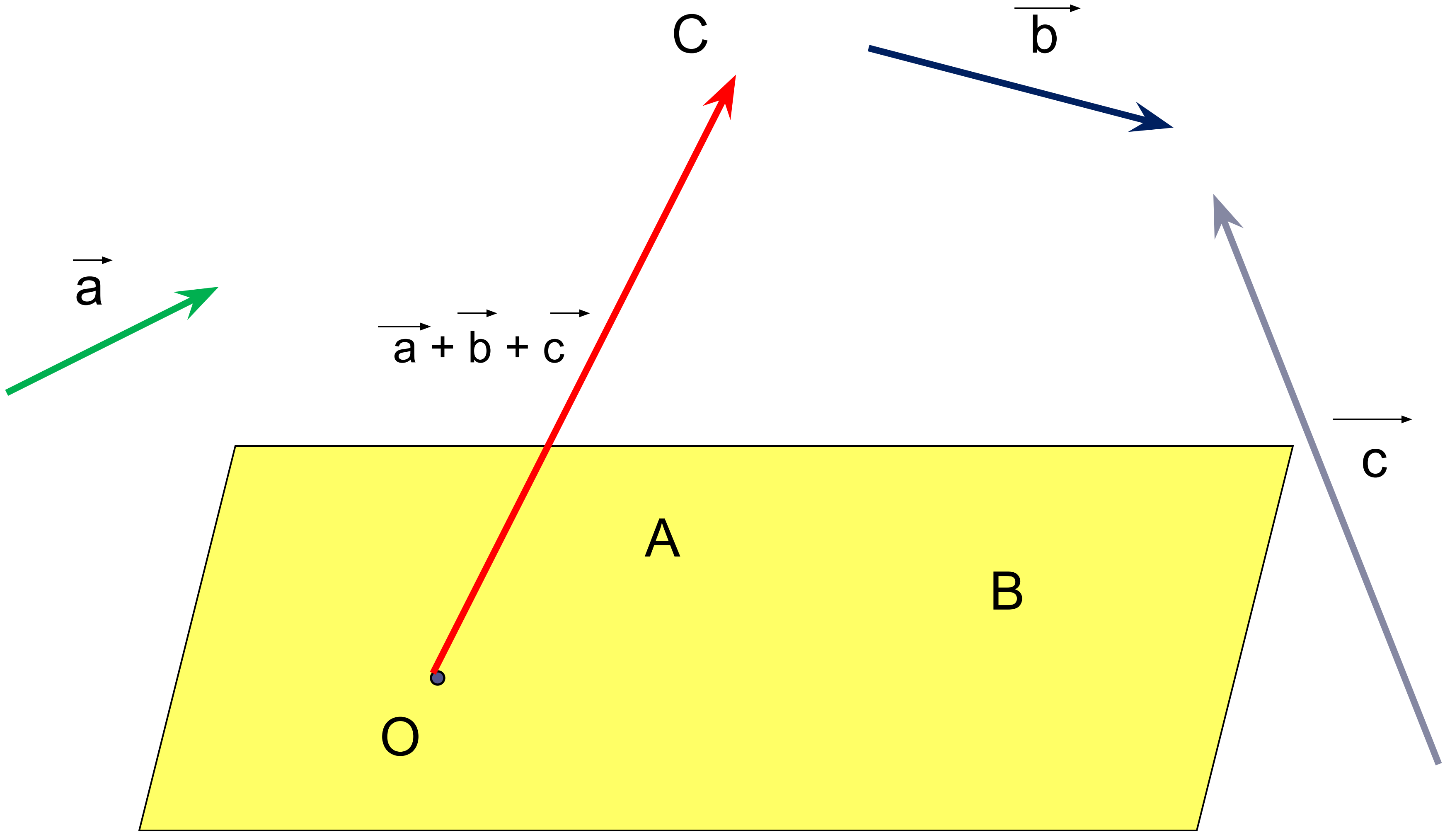
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



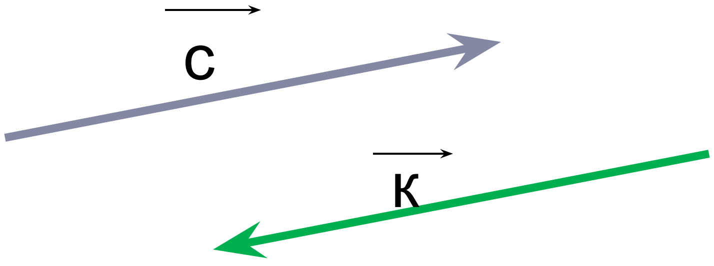
Правило параллелограмма



Правило многоугольника



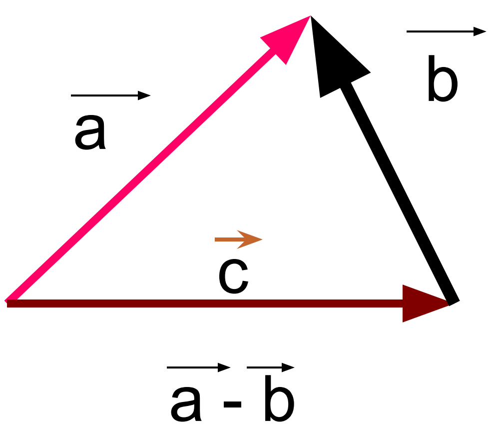
Противоположные векторы

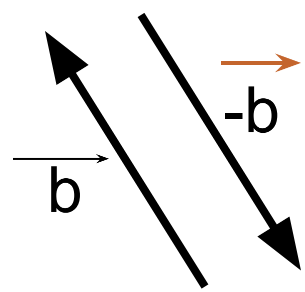


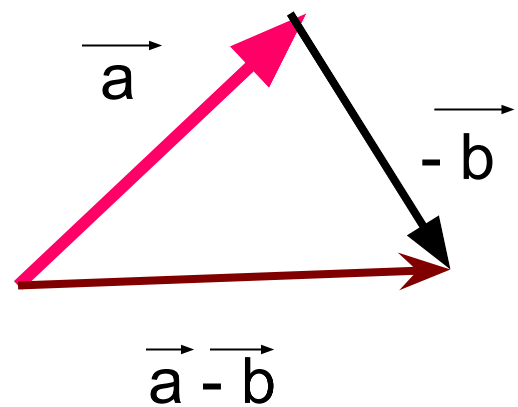
Векторы $\vec{c}$ и $\vec{к}$ противоположны, если $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{к}$ и $|\vec{c}| = |\vec{к}|$

Вычитание векторов

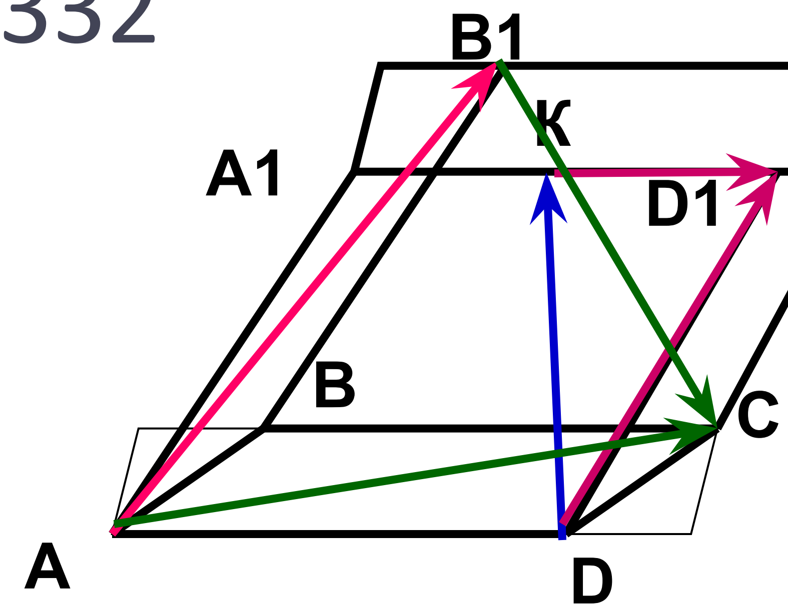
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$ $\qquad$ $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$







№ 332

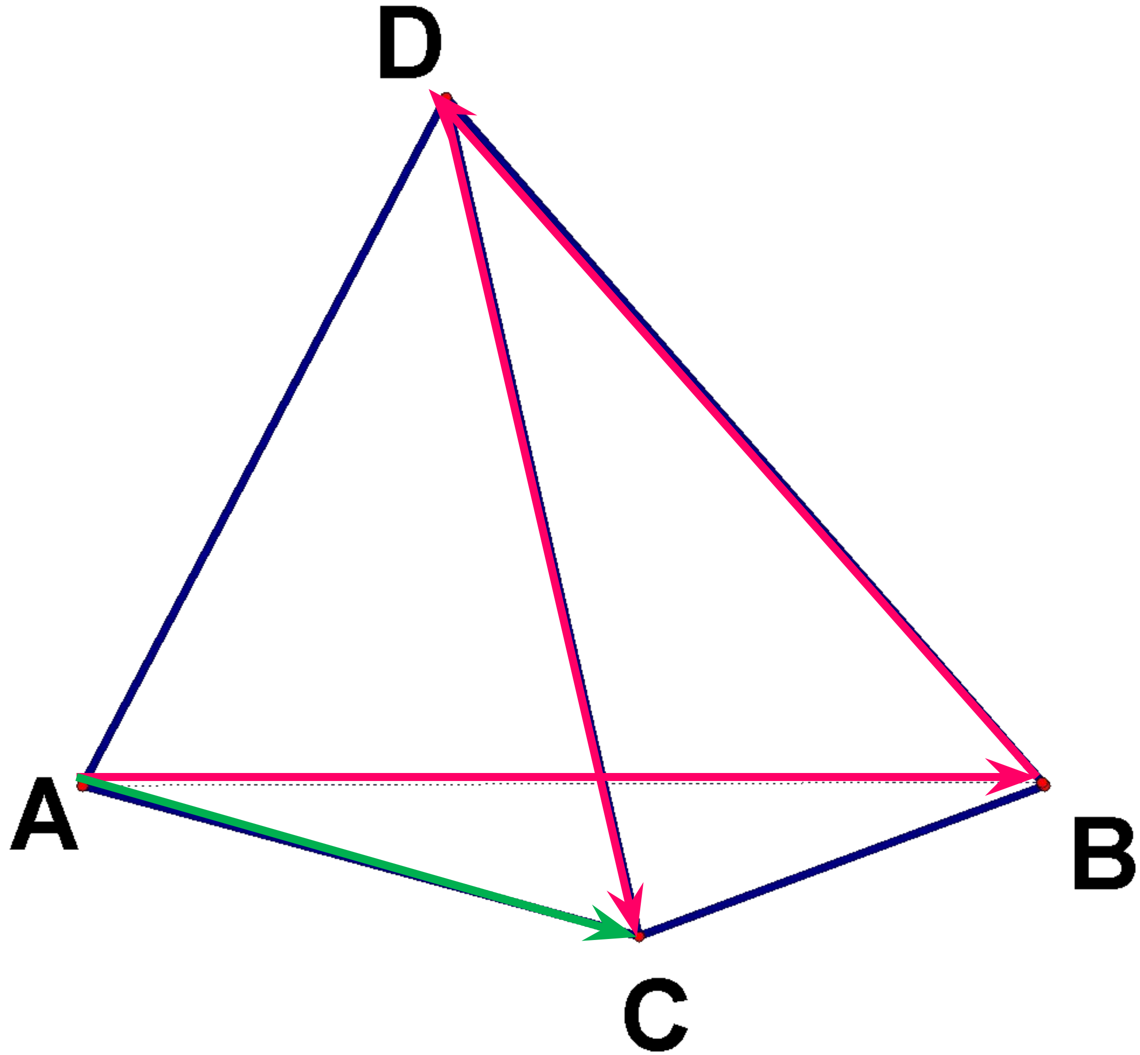


$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DD_1}-\overrightarrow{KD_1}$

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{B_1C}=\overrightarrow{AB_1}$

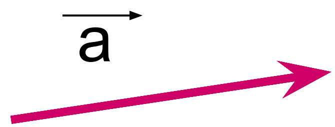
Представьте векторы AB_1 и DK в виде разности двух векторов с началом и концом в указанных на рисунке точках

Найдите сумму векторов. $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC}$.



Умножение вектора на число

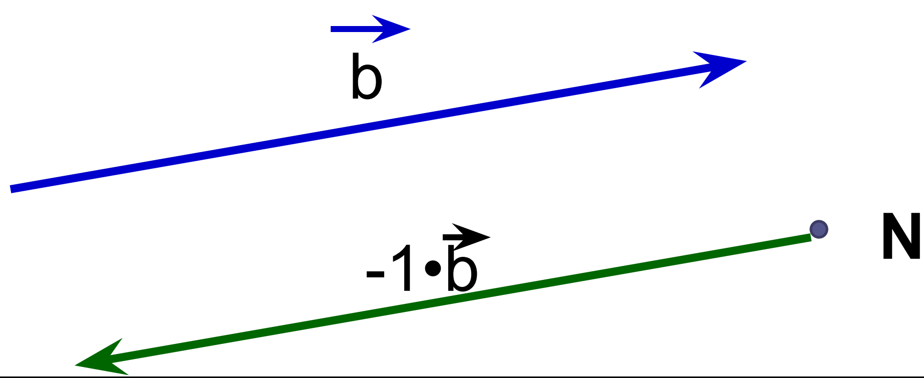
Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \bullet |\vec{a}|$, причем



При k>0 векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены

$$\overrightarrow{3a} = \vec{b}$$

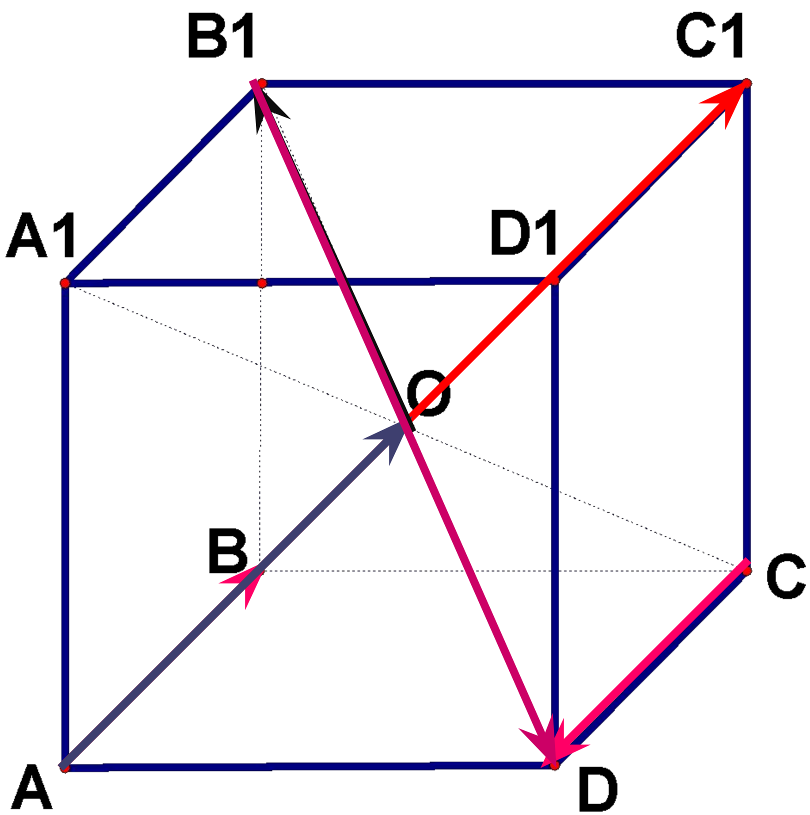
При k<0 векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены



Законы сложения и умножения вектора на число

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный)
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сочетательный)
3. $(k\,n)\,\vec{a} = k\,(n\,\vec{a})$ (сочетательный)
4. $k\,(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (распределительный)
5. $(k + n)\,\vec{a} = k\vec{a} + n\vec{a}$ (распределительный)

№344 ***Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке О. Найдите число k такое, чтобы равенства были верны.***



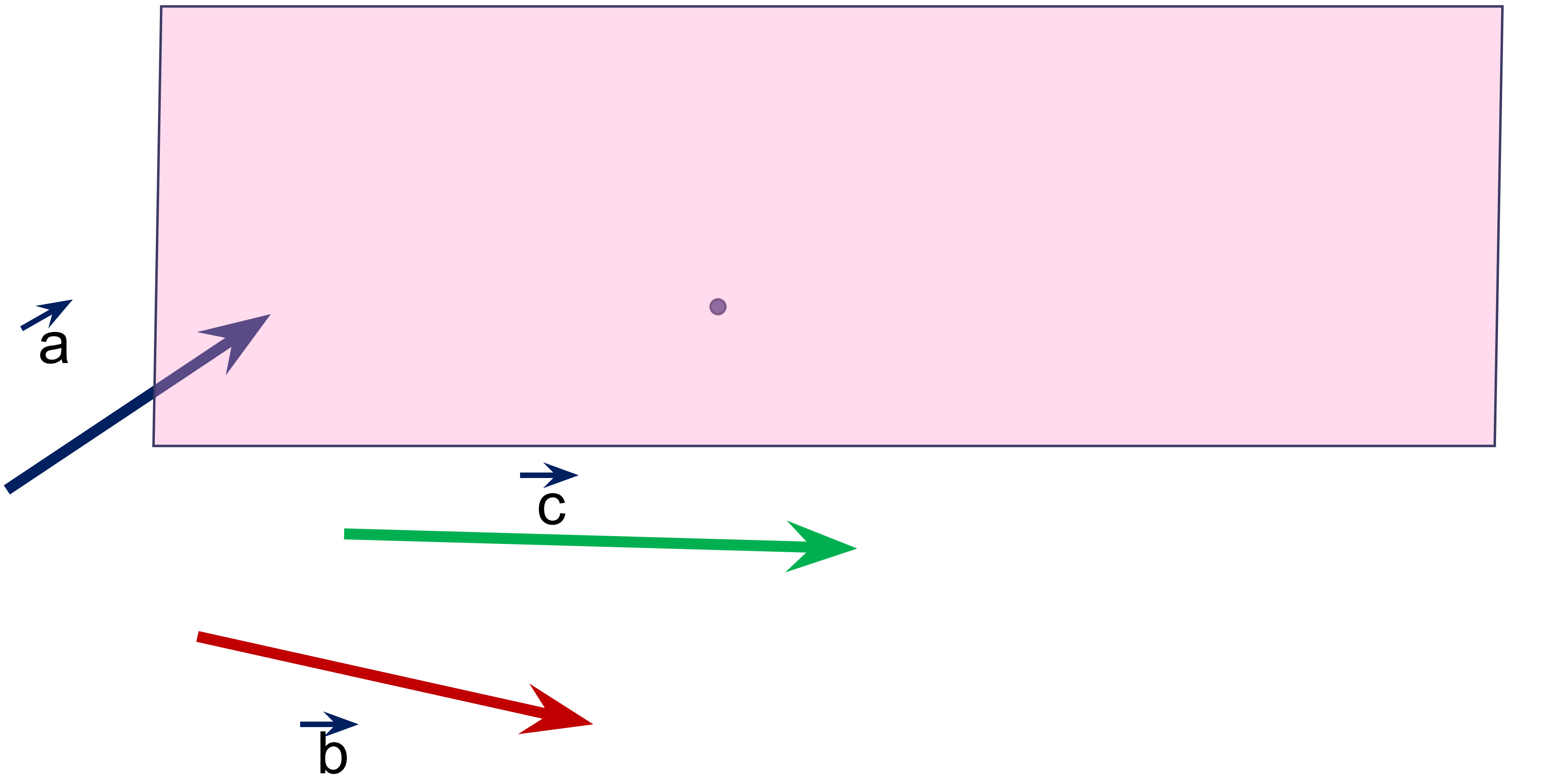
1) $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$ K= -1

2) $\overrightarrow{AC1} = k \cdot \overrightarrow{AO}$ K= 2

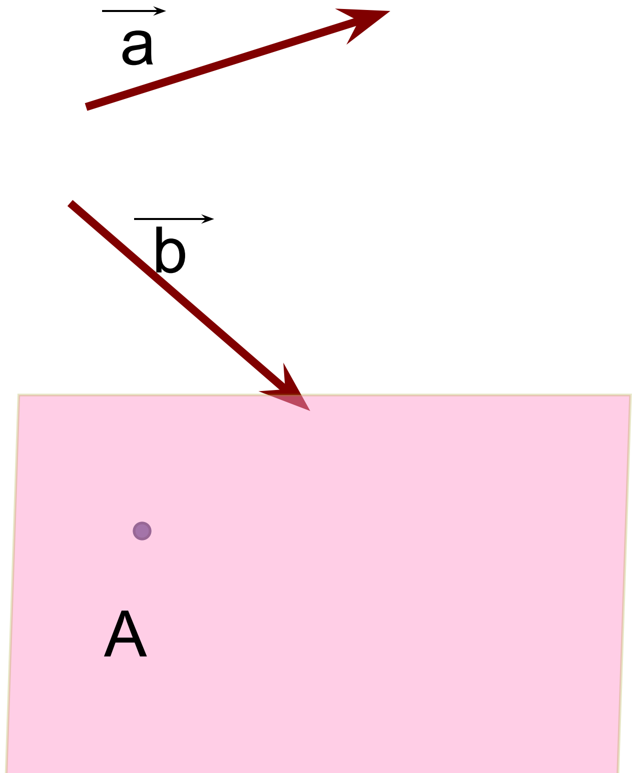
3) $\overrightarrow{OB1} = k \cdot \overrightarrow{B1D}$ K= -0,5

§ 3 КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

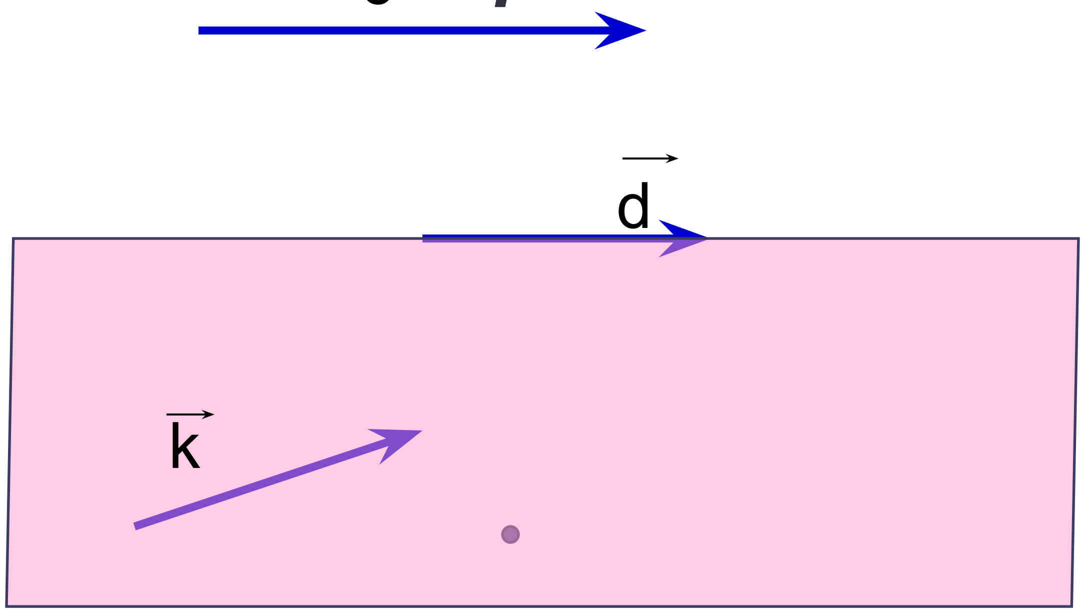
Компланарные векторы (от лат. com — совместно и planum — плоскость)



Любые два вектора компланарны

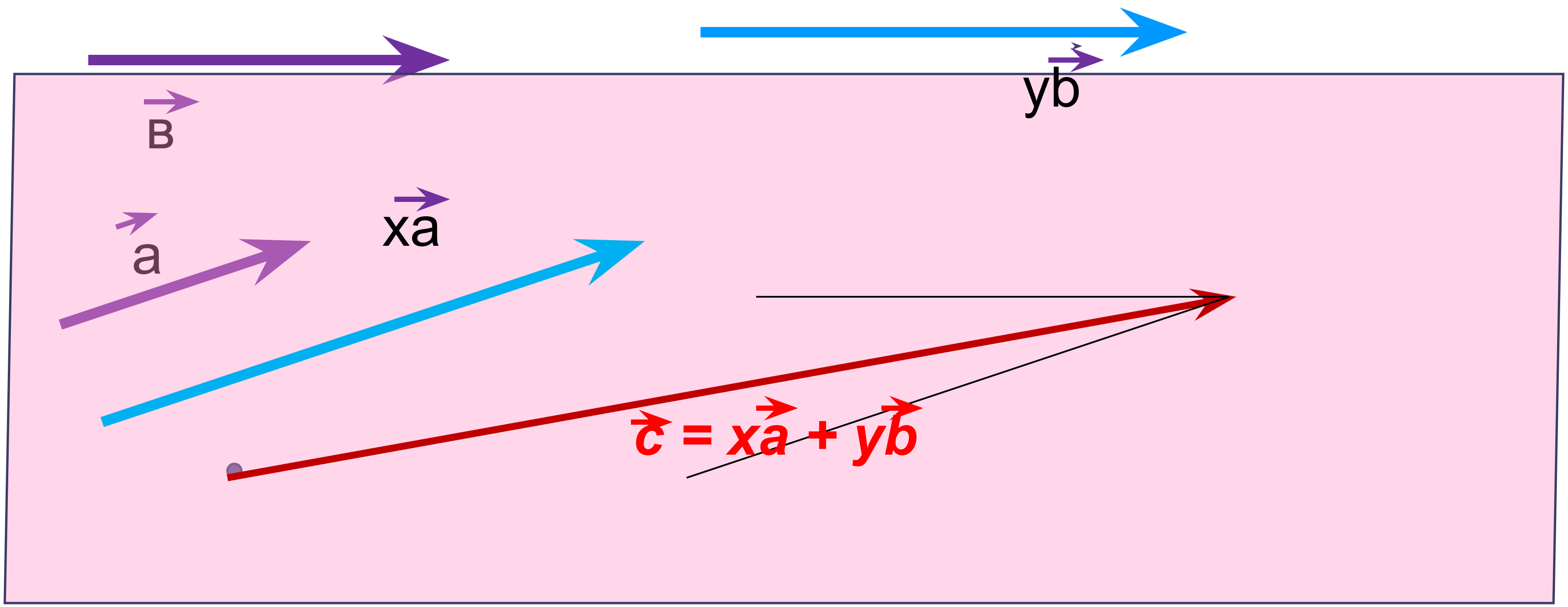


Любые три вектора, два из которых коллинеарные, компланарны



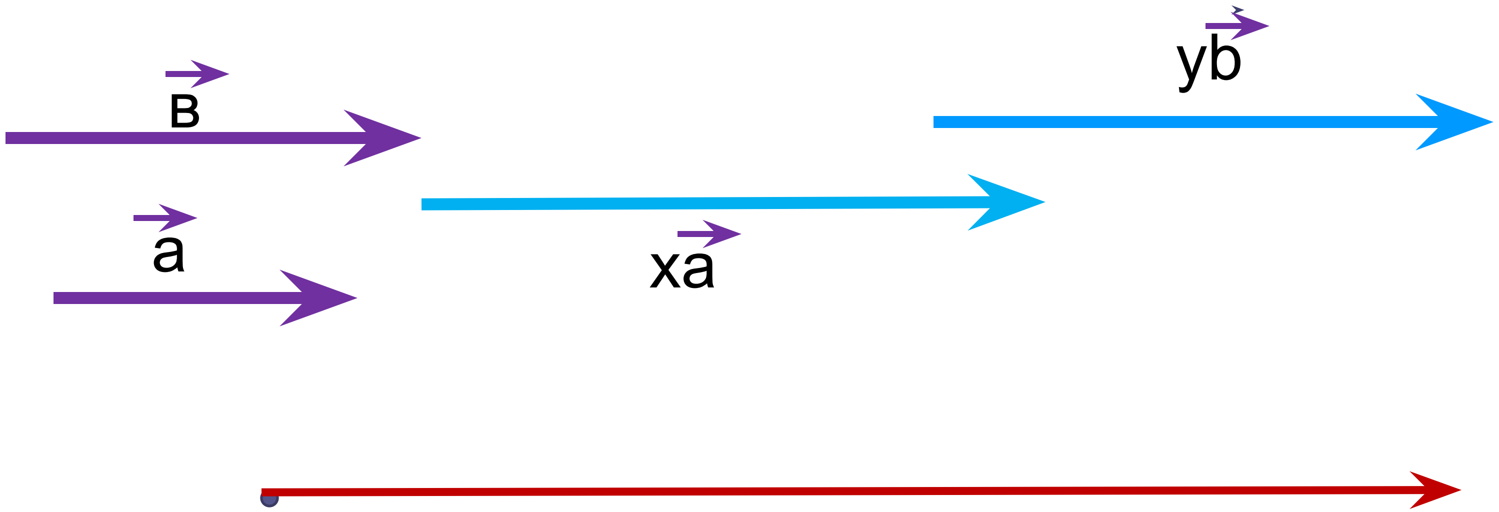
Признак компланарности векторов

Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где ***x*** и ***y*** – некоторые числа,
то $\vec{a}$, $\vec{b}$ *и* $\vec{c}$ компланарны



Признак компланарности векторов

Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, ***где x и y – некоторые числа, то*** $\vec{a}$, $\vec{b}$ ***и*** $\vec{c}$ ***компланарны***



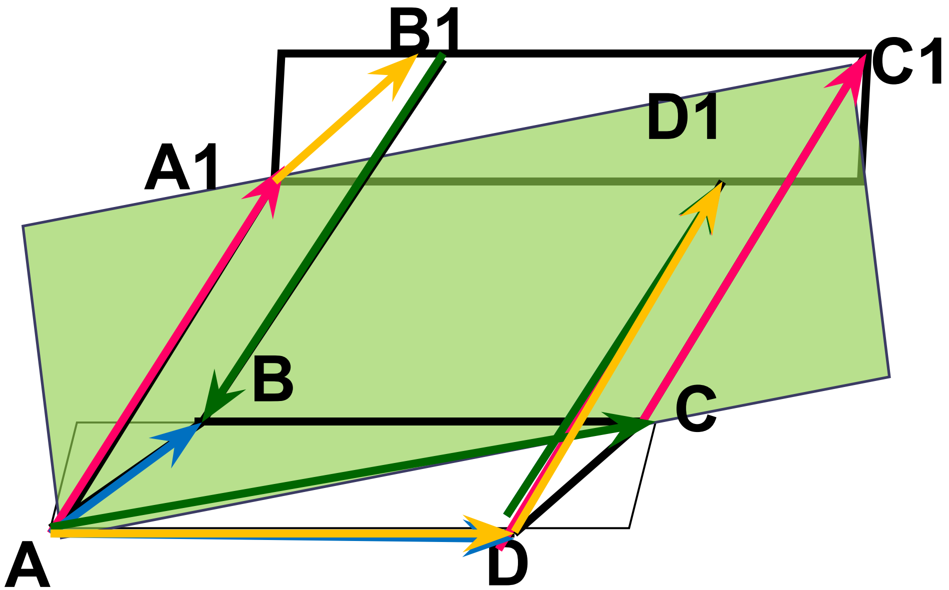
$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

Верно и обратное утверждение

Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны, то вектор с можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{в}$, т.е.

$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где х и у – числа

№355 ***Дан параллелепипед.***
Какие из следующих трех векторов компланарны?



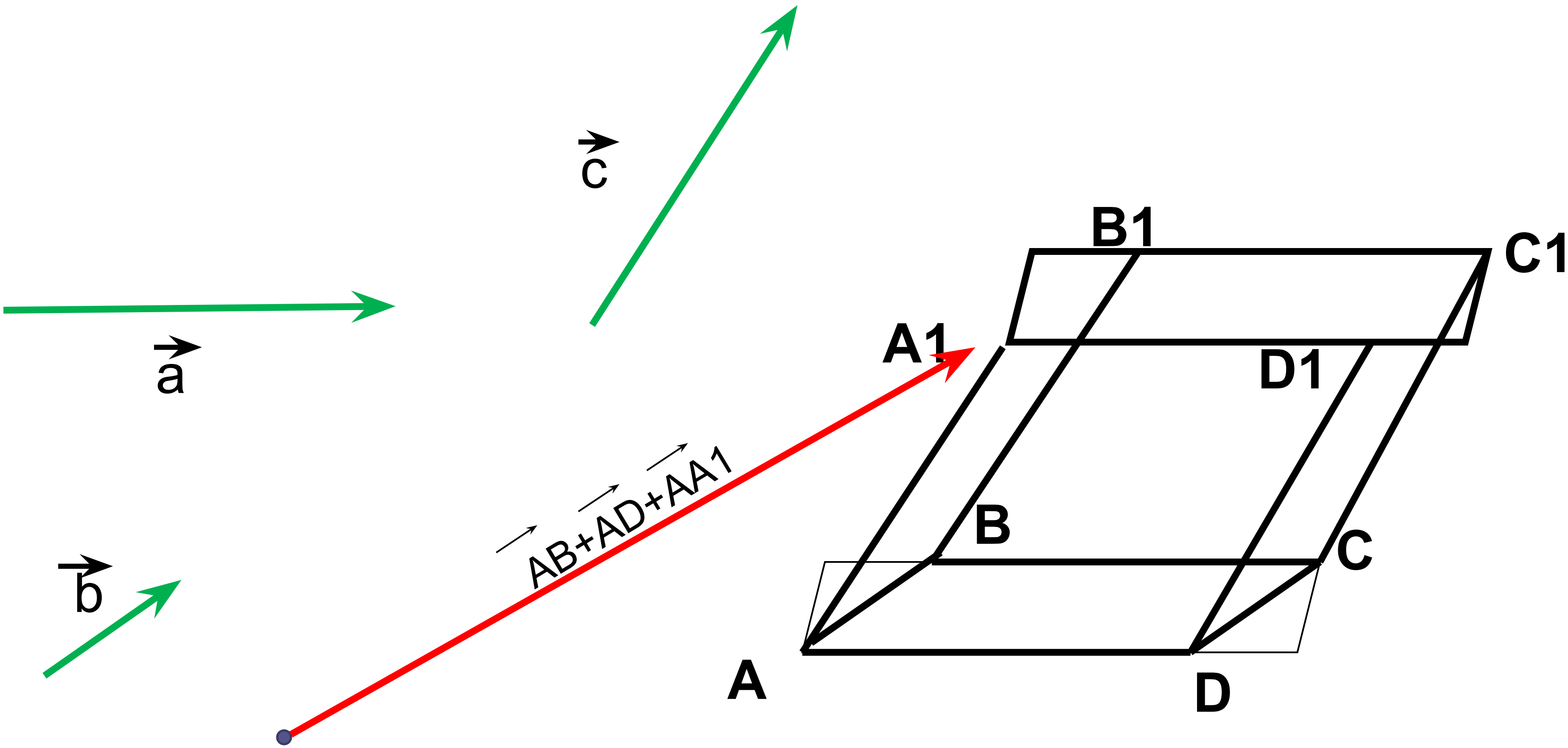
А) $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{DD_1}$

Б) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$

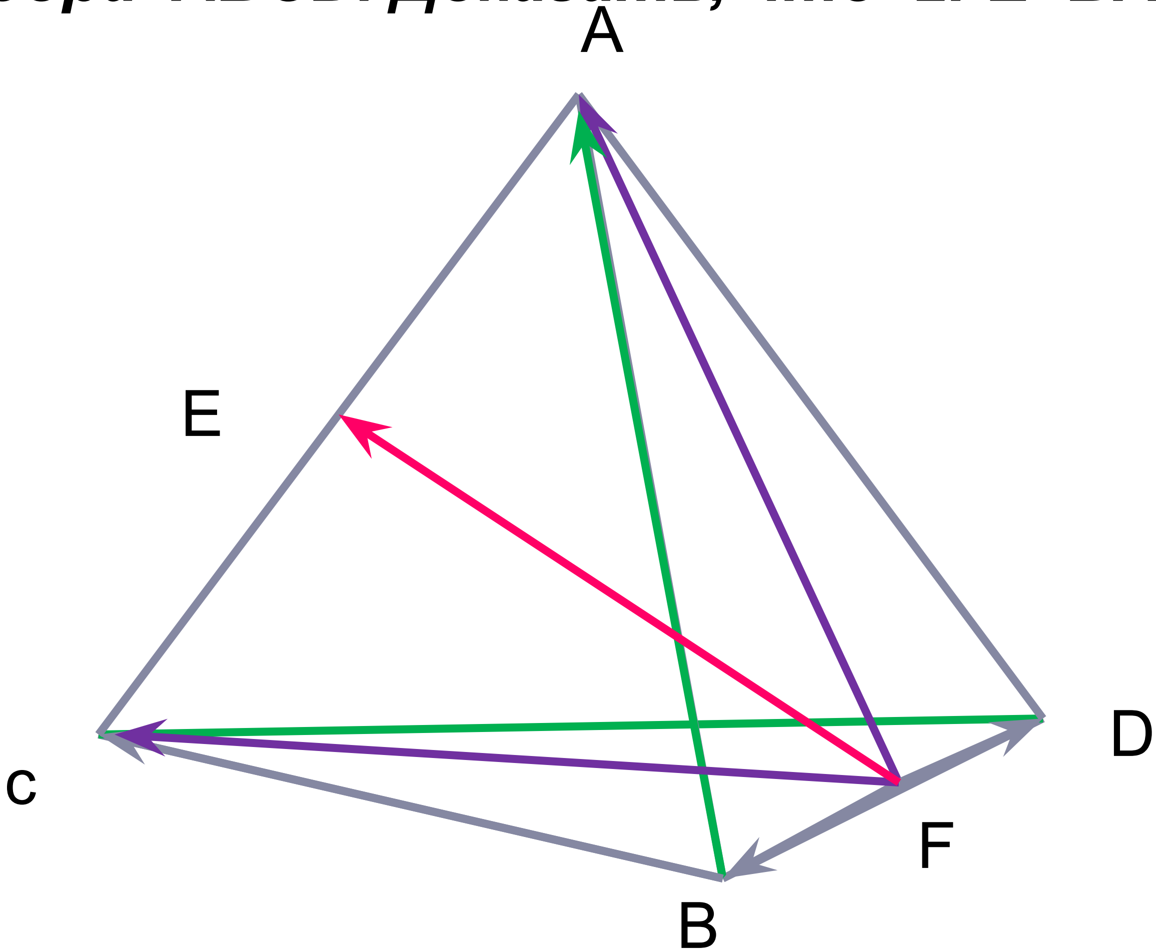
В) $\overrightarrow{B_1B}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DD_1}$

Г) $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{A_1B_1}$

Правило параллелепипеда



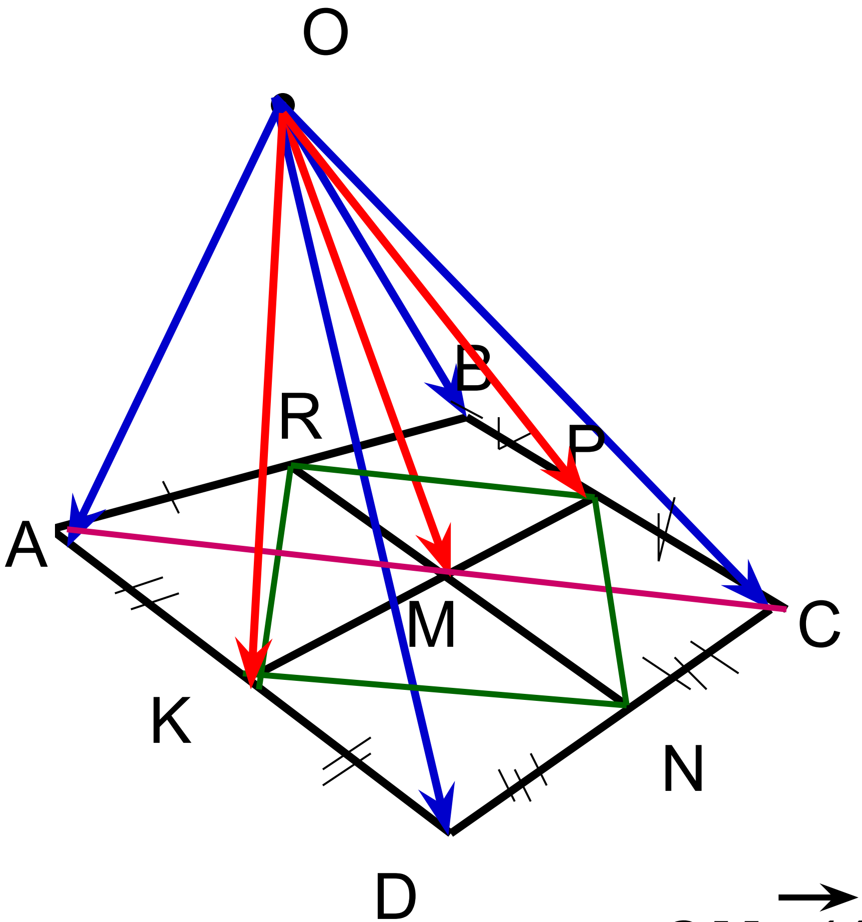
№ 356 Точки E и F- середины ребер AC и BD тетраэдра ABCD. Доказать, что $2\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}$



Компланарны ли векторы $\overrightarrow{FE}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{DC}$

№ 385

Доказать, $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$



Определите вид многоугольника KRPN

M- середина KP

$\overrightarrow{OM} = 1/2\,(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OP})$

$\overrightarrow{OK} = 1/2\,(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD})$

$\overrightarrow{OP} = 1/2\,(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

Разложение вектора по трем некомпланарным векторам

Если вектор $\vec{p}$ представлен в виде

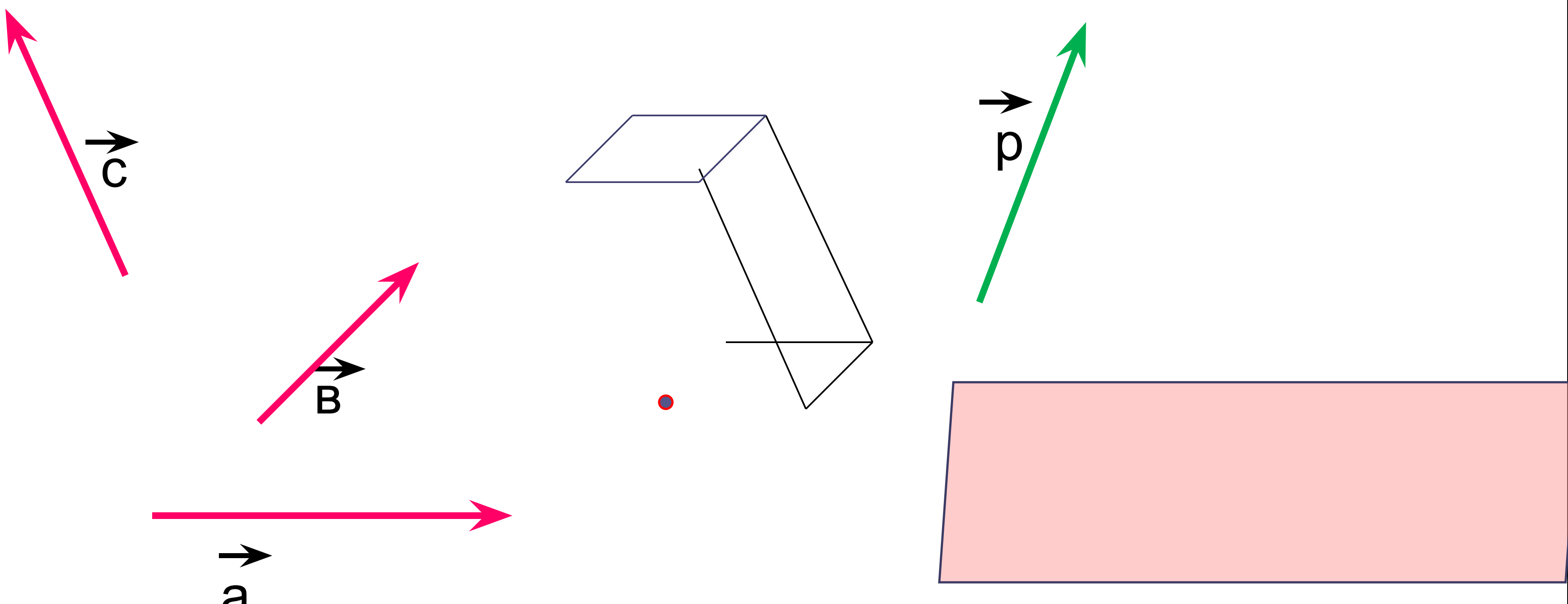
$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c},$$

где ***x, y и z– некоторые числа, то говорят, что $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.***

Любой вектор можно разложить по трем некомпланарным векторам.
Причем коэффициенты разложения определяются единственным образом

Разложение вектора по трем некомпланарным векторам

Докажем, что $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, *где* ***x, y и z– некоторые числа, а*** $\vec{a}$, $\vec{b}$ ***и*** $\vec{c}$ ***некомпланарны***

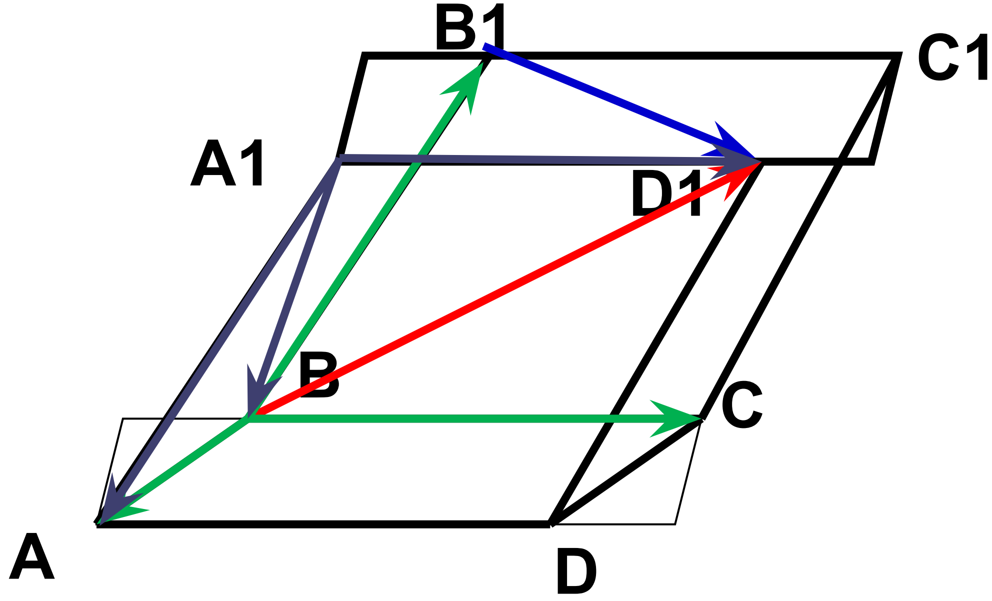


$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c},$$

№ 359. Дан параллелепипед.

А) Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BB_1}$

Б) Разложите вектор $\overrightarrow{B_1D_1}$ по векторам $\overrightarrow{A_1A}$, $\overrightarrow{A_1B}$, $\overrightarrow{A_1D_1}$



Источники

1. Геометрия 10-11 учебник для общеобразовательных учреждений . Авторы : Атанасян Л.С. , Бутузов В.Ф. и др.
2. Microsoft Office Power Point 2007