

2.02

**Решение задач с помощью
дробно-рациональных
уравнений.**

Повторение

Уравнение вида
 $ax^2+bx+c=0$, где $a \neq 0$

называют *квадратным уравнением*.
Если $a=1$, то уравнение называют
приведенным квадратным уравнением.

Повторение решения квадратных уравнений.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

- 1) Если $D > 0$, уравнение имеет 2 различных корня.
- 2) Если $D < 0$, уравнение не имеет корней.
- 3) Если $D = 0$, уравнение имеет 1 корень.

Применение теоремы Виета.

- Рассмотрим приведенное квадратное уравнение вида $x^2 + px + q = 0$. Предположим, что это уравнение имеет действительные корни x_1 и x_2 . В этом случае верны следующие утверждения:
- 1) $x_1 + x_2 = -p$. Другими словами, сумма корней приведенного квадратного уравнения равна коэффициенту при переменной x , взятому с противоположным знаком;
- 2) $x_1 \cdot x_2 = q$. Произведение корней квадратного уравнения равно свободному коэффициенту.

Решите квадратные уравнения.

-
- 1) $x^2 - 9x + 14 = 0;$
- 2) $x^2 - 12x + 27 = 0;$
- 3) $3x^2 + 33x + 30 = 0;$
- 4) $-7x^2 + 77x - 210 = 0.$

Решение квадратных уравнений по формуле.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

- 1) Если $D > 0$, уравнение имеет 2 различных корня.
- 2) Если $D < 0$, уравнение не имеет корней.
- 3) Если $D = 0$, уравнение имеет 1 корень.

Решите задачи.

Задача №1. Из города А в город В расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго. Поэтому он прибыл в город В на 2 ч раньше. Определите скорости велосипедистов.

Задача №2. Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в пункт В на 1 час раньше, чем второй в пункт А. Найти скорости пешеходов, если расстояние между пунктами А и В равно 20 км.

Задача №3. Катер собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения. Найти скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.

Задача №1.

Из города А в город В расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго. Поэтому он прибыл в город В на 2 ч раньше. Определите скорости велосипедистов.

Условие

Из города А в город В, расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в город В на 2 ч раньше. Определите скорость велосипедистов.



Решение

Пусть x км/ч – скорость второго велосипедиста

	S, км	U, км/ч	t, ч
1 велосипедист	120	$x+3$	$\frac{120}{x+3}$
2 велосипедист	120	x	$\frac{120}{x}$

Известно, что второй велосипедист прибыл в город В раньше на 2 ч, чем первый.



Решение

Составим и решим уравнение: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

Умножим обе части этого уравнения на $x(x+3)$

$$60(x+3) - 60x = x(x+3)$$

$$60x + 180 - 60x = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 180 = 729 = 27^2$$

$$x_1 = \frac{-3 - 27}{2} = -15$$

$$x_2 = \frac{-3 + 27}{2} = 12$$

Число -15 противоречит смыслу задачи

Если $x=12$, то $x(x+3) \neq 0$, верно

12 км/ч – скорость второго велосипедиста

15 км/ч – скорость первого велосипедиста

Ответ: 12 км/ч; 15 км/ч.

Задача №2. Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в пункт В на 1 час раньше, чем второй в пункт А. Найти скорости пешеходов, если расстояние между пунктами А и В равно 20 км.

Условие

Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в пункт В на 1 ч раньше, чем второй в пункт А. Найдите скорости пешеходов, если расстояние между пунктами А и В равно 20 км.



Решение

	S , км	u , км/ч	t , ч
1 пешеход	20	$x+1$	$\frac{20}{x+1}$
2 пешеход	20	x	$\frac{20}{x}$

По условию задачи время движения первого пешехода на 1 ч меньше времени движения второго.



Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1$$

$$\frac{20(x+1)}{x(x+1)} - \frac{20x}{x(x+1)} = \frac{x(x+1)}{x(x+1)}$$

$$20(x+1) - 20x = x(x+1)$$

$$20x + 20 - 20x = x^2 + x$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 20 = 81 = 9^2$$

$$x_1 = \frac{-1+9}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-1-9}{2} = -5$$

Число -5 противоречит смыслу задачи

Если $x=4$, то $x(x+1) \neq 0$, верно

4 км/ч – скорость второго пешехода

5 км/ч – скорость первого пешехода

Ответ: 5 км/ч; 4 км/ч.

Задача №3. Катер собственной скоростью которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения. Найти скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.

Условие

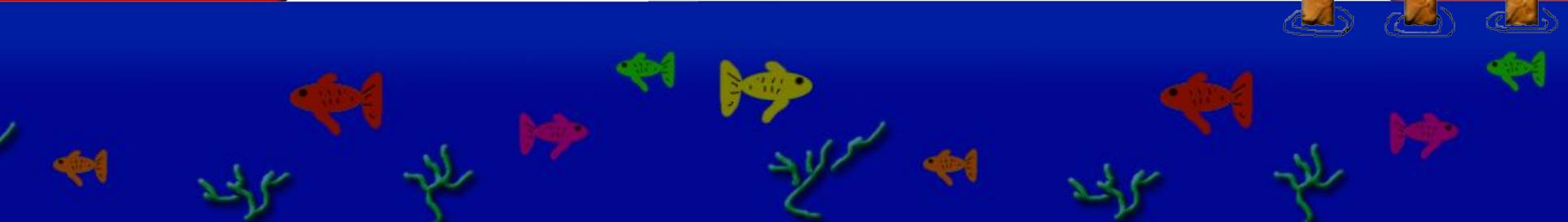
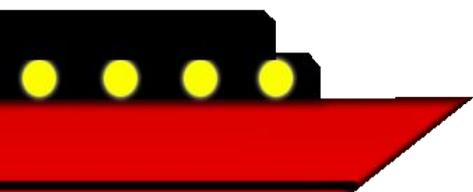
Катер, собственная скорость которого 8 км/ч , прошёл по реке расстояние, равное 15 км , по течению и такое же расстояние против течения. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч .

Решение

Пусть x км/ч – скорость течения реки.

	S , км	u , км/ч	t , ч
Против течения	15	$8-x$	$\frac{15}{8-x}$
По течению	15	$8+x$	$\frac{15}{8+x}$

Известно, что время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.



Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{15}{8-x} + \frac{15}{8+x} = 4$$

$$\frac{15(8+x)}{(8-x)(8+x)} + \frac{15(8-x)}{(8-x)(8+x)} = \frac{4(8-x)(8+x)}{(8-x)(8+x)}$$

$$\frac{15(8+x) + 15(8-x)}{64-x^2} = \frac{4(64-x^2)}{64-x^2}$$

$$15(8+x+8-x) = 4(64-x^2)$$

$$15 \cdot 16 = 4(64-x^2)$$

$$15 \cdot 4 = 64 - x^2$$

$$x^2 = 64 - 60$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$$

Число -2 противоречит смыслу задачи

Если $x=2$, то $(8-x)(8+x) \neq 0$, верно

2 км/ч – скорость течения реки

Ответ: 2 км/ч.

Задача №4

- Расстояние между пристанями по реке равно 21 км. Моторная лодка отправилась от одной к другой и через 4 ч вернулась назад, затратив 24 мин. на стоянку. Найти собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

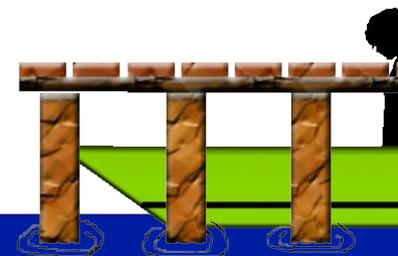
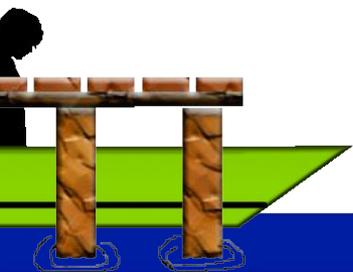
Решение

Пусть x км/ч – собственная скорость моторной лодки.

	S , км	u , км/ч	t , ч
Против течения	21	$x-2$	$\frac{21}{x-2}$
По течению	21	$x+2$	$\frac{21}{x+2}$

По условию задачи время, затраченное моторной лодкой на весь путь по реке,

равно
 $4 \text{ ч} - 24 \text{ мин.} = 3 \text{ ч } 36 \text{ мин.} = 3 \frac{36}{60} \text{ ч} = 3 \frac{3}{5} \text{ ч} = \frac{18}{5} \text{ ч}$



Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{21}{x-2} + \frac{21}{x+2} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{7}{x-2} + \frac{7}{x+2} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{7 \cdot 5(x+2)}{5(x-2)(x+2)} + \frac{7 \cdot 5(x-2)}{5(x-2)(x+2)} = \frac{6(x-2)(x+2)}{5(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{35(x+2) + 35(x-2)}{5(x^2-4)} = \frac{6(x^2-4)}{5(x^2-4)}$$

$$35(x+2+x-2) = 6(x^2-4)$$

$$70x = 6x^2 - 24$$

$$6x^2 - 70x - 24 = 0$$

$$3x^2 - 35x - 12 = 0$$

$$D = 35^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12) = 1225 + 144 = 1369$$

$$x_1 = \frac{35-37}{6} = -\frac{1}{3} \quad x_2 = \frac{35+37}{6} = 12$$

Число $-\frac{1}{3}$ противоречит смыслу задачи

Если $x=12$, то $(x-2)(x+2) \neq 0$, верно

12 км/ч – собственная скорость моторной лодки

Ответ: 12 км/ч.

В классе: №325,326,327