

# ОСНОВЫ ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА: ТАБЛИЦЫ ДОЖИТИЯ (СМЕРТНОСТИ)

Д.ф.-м.н., доцент Эдиев Д.М.

Кафедра демографии ВШССН МГУ

# Альтернатива общим демографическим коэффициентам

	Sweden		Kazakhstan	
x	Px	Dx	Px	Dx
0	59727	279	174078	3720
1	229775	42	754758	1220
5	245172	31	879129	396
10	240110	33	808510	298
15	264957	61	720161	561
20	287176	87	622988	673
25	311111	98	733057	752
30	280991	140	732312	965
35	286899	197	612825	1113
40	308238	362	487996	1405
45	320172	643	284799	1226
50	242230	738	503608	2878
55	210785	972	301879	3266
60	216058	1640	374317	5212
65	224479	2752	256247	6866
70	222578	4509	154623	6182
75	184102	6745	149917	8199
80	140667	9587	88716	9013
85	110242	17340	58940	10627
<b>Total</b>	<b>4385469</b>	<b>46256</b>	<b>8698860</b>	<b>64572</b>

**Задание 1.** В каком населении люди, в среднем, будут жить дольше? Как долго? Как долго после выхода на пенсию? Сколько начавших работу доживет до возраста выхода на пенсию?

**Задание 1а.** Дайте объяснение повышенной – по сравнению с другими детскими возрастами – и понижающейся с возрастном младенческой смертности и смертности в первые годы жизни. В чем содержательная разница между вероятностью смерти в возрасте до 1 года и коэффициентом смертности в возрасте 1 один год? Какой из этих двух демографических показателей будет, как правило, выше? Как – при постоянстве уровня смертности в каждом (точном) возрасте – изменится коэффициент смертности в возрастном интервале до 1 года течение некоторого календарного года, если в течение года интенсивность рождения детей резко выросла/сократилась?

# Функции таблицы дожития

$$m_x \approx M_x$$

Возрастной коэффициент смертности

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x) \cdot m_x} \approx \frac{2m_x}{2 + m_x} \quad (x \neq 0, \omega) \quad \text{Вероятность смерти}$$

Вероятность дожития

$$p_x = 1 - q_x$$

Число доживающих

$$l_x = l_{x-1} p_{x-1}$$

$$l_0 = 100000 / 10000 / 1000 / \dots$$

(корень таблицы)

Число умерших

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$L_x = \frac{d_x}{2} \approx 0.5(l_x + l_{x+1}) \quad (x \neq 0, \omega) \quad \text{Число живущих (человеко-лет) в возрасте от x до x+1}$$

$$T_x = L_x + L_{x+1} + L_{x+2} \dots = L_x + T_{x+1} \quad \text{Числа живущих в возрасте x лет и старше}$$

Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

Коэффициент Чанга

$$a_x \approx 0.5 \quad (x \neq 0, \omega)$$

$$a_0 \approx 0.07 + 1.7 \cdot m_0$$

$$a_\omega = e_\omega = \frac{1}{m_\omega}$$

$$T_\omega = L_\omega = l_\omega e_\omega = \frac{l_\omega}{m_\omega}$$

**Задание 2.**  
Построить ТД по  
данным:

x	Mx
0	0.01
1	0.001
2	0.001
3	0.001
4	0.001
5	0.001
6	0.005
7	0.025
8	0.125
9	0.3
10	0.3125

# Таблица дожития: Швеция, женщины,

2012

x	Px	Dx	Mx	qx	px	lx	dx	Lx	Tx	ex	ax
0	59727	279	0.004671	0.004651	0.995349	100000	465	99571	8091985	80.9	0.077941
1	229775	42	0.000183	0.000731	0.999269	99535	73	397994	7992414	80.3	2
5	245172	31	0.000126	0.000632	0.999368	99462	63	497153	7594420	76.4	2.5
10	240110	33	0.000137	0.000687	0.999313	99399	68	496826	7097266	71.4	2.5
15	264957	61	0.00023	0.00115	0.99885	99331	114	496369	6600441	66.4	2.5
20	287176	87	0.000303	0.001514	0.998486	99217	150	495708	6104071	61.5	2.5
25	311111	98	0.000315	0.001574	0.998426	99067	156	494943	5608363	56.6	2.5
30	280991	140	0.000498	0.002488	0.997512	98911	246	493938	5113420	51.7	2.5
35	286899	197	0.000687	0.003427	0.996573	98665	338	492477	4619482	46.8	2.5
40	308238	362	0.001174	0.005855	0.994145	98326	576	490193	4127005	42.0	2.5
45	320172	643	0.002008	0.009991	0.990009	97751	977	486312	3636813	37.2	2.5
50	242230	738	0.003047	0.015118	0.984882	96774	1463	480212	3150501	32.6	2.5
55	210785	972	0.004611	0.022794	0.977206	95311	2173	471124	2670288	28.0	2.5
60	216058	1640	0.007591	0.037246	0.962754	93138	3469	457020	2199165	23.6	2.5
65	224479	2752	0.012259	0.059475	0.940525	89669	5333	435014	1742145	19.4	2.5
70	222578	4509	0.020258	0.096408	0.903592	84336	8131	401355	1307131	15.5	2.5
75	184102	6745	0.036637	0.167816	0.832184	76206	12789	349057	905776	11.9	2.5
80	140667	9587	0.068154	0.29116	0.70884	63417	18465	270924	556718	8.8	2.5
85	110242	17340	0.15729	1	0	44953	44953	285794	285794	6.4	6.35767

# Произвольная шкала возраста

$${}_{\Delta}q_x = \frac{\Delta \cdot {}_{\Delta}m_x}{1 + (\Delta - {}_{\Delta}a_x) \cdot {}_{\Delta}m_x}$$

$$a_x \approx 0.5\Delta \quad (x \neq 0, \omega)$$

**Задание 3.** Рассчитать таблицы дожития по данным для населения Швеции и Казахстана (женщины, 1992). Где и на сколько выше ожидаемая продолжительность жизни при рождении? Каковы вероятность дожития до пенсионного (65) возраста и ожидаемая продолжительность последующей жизни?

**Задание 4.** По построенным таблицам дожития и заданным показателям рождаемости, рассчитать число рождений в стационарном населении. Определить режим воспроизводства населения (суженный, простой, расширенный). Оцените грубо годовой темп роста.

**Задание 5.** По построенным таблицам дожития, оцените величину взноса в солидарную пенсионную систему на одного человека возраста 20-65 лет, в стационарном населении, необходимую для сбалансирования системы, когда люди старше 65 лет получают пенсию в 100000 руб. в год. Определите размер пенсии, соответствующей взносу 100000 руб. в год.

**Задание 6.** По построенным таблицам дожития, оцените величину взноса в накопительную пенсионную систему, с нормой доходности накоплений 2% годовых, на одного человека возраста 20-65 лет, необходимую для сбалансирования системы, когда люди старше 65 лет получают пенсию в 100000 руб. в год. Определите размер пенсии, соответствующей взносу 100000 руб. в год.

# Таблицы дожития с множественным выбытием

$${}_{\Delta}d_x = \sum_i {}_{\Delta}d_x^i$$

$${}_{\Delta}m_x = \sum_i {}_{\Delta}m_x^i$$

$${}_{\Delta}q_x = \sum_i {}_{\Delta}q_x^i$$

$$l_x^i = \sum_{a=x, x+1, \dots} {}_{\Delta}d_a^i$$

$$l_x = \sum_i l_x^i$$

$${}_{\Delta}d_x^i = {}_{\Delta}q_x^i \cdot l_x$$

$${}_{\Delta}q_x^i = \frac{{}_{\Delta} \cdot {}_{\Delta} m_x^i}{1 + ({}_{\Delta} - {}_{\Delta} a_x) \cdot {}_{\Delta} m_x} = {}_{\Delta} q_x \frac{{}_{\Delta} m_x^i}{{}_{\Delta} m_x}$$

# Демографические процессы, моделируемые с помощью техники аналогичной таблице дожития

- Брачность
- Разводимость
- Миграция с места рождения
- Начало работы
- Потеря и поиск работы
- Рождение очередного ребенка
- Демография фирм
- Персонал фирмы, увольнение с работы

# Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни при

рождения

Mx	Sweden	Kazakhstan
0	0.0047	0.0214
1	0.0002	0.0016
5	0.0001	0.0005
10	0.0001	0.0004
15	0.0002	0.0008
20	0.0003	0.0011
25	0.0003	0.0010
30	0.0005	0.0013
35	0.0007	0.0018
40	0.0012	0.0029
45	0.0020	0.0043
50	0.0030	0.0057
55	0.0046	0.0108
60	0.0076	0.0139
65	0.0123	0.0268
70	0.0203	0.0400
75	0.0366	0.0547
80	0.0682	0.1016
85	0.1573	0.1803

**Задание 7.** ОПЖ женщин в 1992 в Швеции (80,9) была выше чем в Казахстане (72,8) на 8,1 года. Разница смертности каких возрастах внесла наибольший вклад в разницу в ОПЖ?

**Задание 8.** Проведите декомпозицию разницы ОПЖ на примере женского населения Швеции и Казахстана в 1992 г.

$$e_0^2 - e_0^1 = \sum_x \delta_x$$

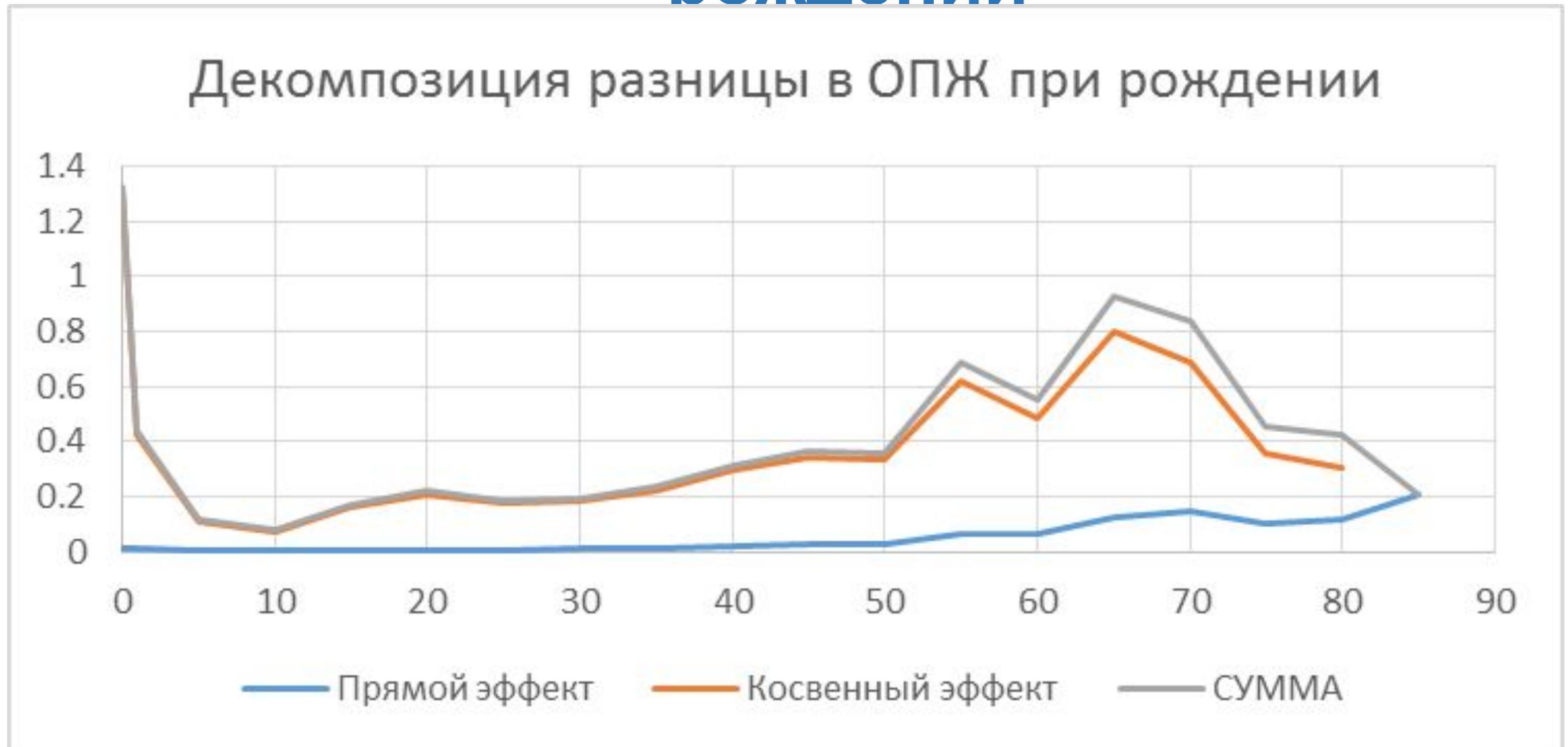
= 0 для  
открытого  
интервала

$$\delta_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} \left( \frac{L_x^2}{l_x^2} - \frac{L_x^1}{l_x^1} \right) + \frac{T_{x+1}^2}{l_0^1} \left( \frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+1}^1}{l_{x+1}^2} \right)$$

Прямой  
эффект  
возраста x

Косвенный эффект  
(взаимодействие)  
возраста x с возрастaми  
старше x

# Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни при рождении



# Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни в произвольном возрасте

**Задание 9.** Проведите декомпозицию разницы ОПЖ в возрасте 65 лет на примере женского населения Швеции и Казахстана в 1992 г.

$$e_a^2 - e_a^1 = \sum_{x \geq a} \delta_x$$

= 0 для открытого интервала

$$\delta_x = \frac{l_x^1}{l_a^1} \left( \frac{L_x^2}{l_x^2} - \frac{L_x^1}{l_x^1} \right) + \frac{T_{x+1}^2}{l_a^1} \left( \frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+1}^1}{l_{x+1}^2} \right)$$

Прямой эффект  
возраста x

Косвенный эффект  
(взаимодействие)  
возраста x с возрастaми  
старше x

**Спасибо!**

**dalkhat@hotmail.com**