

ОСНОВЫ ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА: ТАБЛИЦЫ ДОЖИТИЯ (СМЕРТНОСТИ)

Д.ф.-м.н., доцент Эдиев Д.М.

Кафедра демографии ВШССН МГУ

Альтернатива общим демографическим коэффициентам

| | Sweden | | Kazakhstan | |
|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|
| x | Px | Dx | Px | Dx |
| 0 | 59727 | 279 | 174078 | 3720 |
| 1 | 229775 | 42 | 754758 | 1220 |
| 5 | 245172 | 31 | 879129 | 396 |
| 10 | 240110 | 33 | 808510 | 298 |
| 15 | 264957 | 61 | 720161 | 561 |
| 20 | 287176 | 87 | 622988 | 673 |
| 25 | 311111 | 98 | 733057 | 752 |
| 30 | 280991 | 140 | 732312 | 965 |
| 35 | 286899 | 197 | 612825 | 1113 |
| 40 | 308238 | 362 | 487996 | 1405 |
| 45 | 320172 | 643 | 284799 | 1226 |
| 50 | 242230 | 738 | 503608 | 2878 |
| 55 | 210785 | 972 | 301879 | 3266 |
| 60 | 216058 | 1640 | 374317 | 5212 |
| 65 | 224479 | 2752 | 256247 | 6866 |
| 70 | 222578 | 4509 | 154623 | 6182 |
| 75 | 184102 | 6745 | 149917 | 8199 |
| 80 | 140667 | 9587 | 88716 | 9013 |
| 85 | 110242 | 17340 | 58940 | 10627 |
| Total | 4385469 | 46256 | 8698860 | 64572 |

Задание 1. В каком населении люди, в среднем, будут жить дольше? Как долго? Как долго после выхода на пенсию? Сколько начавших работу доживет до возраста выхода на пенсию?

Задание 1а. Дайте объяснение повышенной – по сравнению с другими детскими возрастами – и понижающейся с возрастном младенческой смертности и смертности в первые годы жизни. В чем содержательная разница между вероятностью смерти в возрасте до 1 года и коэффициентом смертности в возрасте 1 один год? Какой из этих двух демографических показателей будет, как правило, выше? Как – при постоянстве уровня смертности в каждом (точном) возрасте – изменится коэффициент смертности в возрастном интервале до 1 года течение некоторого календарного года, если в течение года интенсивность рождения детей резко выросла/сократилась?

Функции таблицы дожития

$$m_x \approx M_x$$

Возрастной коэффициент смертности

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x) \cdot m_x} \approx \frac{2m_x}{2 + m_x} \quad (x \neq 0, \omega) \quad \text{Вероятность смерти}$$

$$p_x = 1 - q_x$$

Вероятность дожития

$$l_x = l_{x-1} p_{x-1}$$

Число доживающих

$$l_0 = 100000 / 10000 / 1000 / \dots$$

(корень таблицы)

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Число умерших

$$L_x = \frac{d_x}{2} \approx 0.5(l_x + l_{x+1}) \quad (x \neq 0, \omega) \quad \text{Число живущих (человеко-лет) в возрасте от x до x+1}$$

$$T_x = L_x + L_{x+1} + L_{x+2} \dots = L_x + T_{x+1} \quad \text{Числа живущих в возрасте x лет и старше}$$

Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

Коэффициент Чанга

$$a_x \approx 0.5 \quad (x \neq 0, \omega)$$

$$a_0 \approx 0.07 + 1.7 \cdot m_0$$

$$a_\omega = e_\omega = \frac{1}{m_\omega}$$

$$T_\omega = L_\omega = l_\omega e_\omega = \frac{l_\omega}{m_\omega}$$

Задание 2.
Построить ТД по
данным:

| x | Mx |
|----|--------|
| 0 | 0.01 |
| 1 | 0.001 |
| 2 | 0.001 |
| 3 | 0.001 |
| 4 | 0.001 |
| 5 | 0.001 |
| 6 | 0.005 |
| 7 | 0.025 |
| 8 | 0.125 |
| 9 | 0.3 |
| 10 | 0.3125 |

Таблица дожития: Швеция, женщины,

2012

| x | Px | Dx | Mx | qx | px | lx | dx | Lx | Tx | ex | ax |
|----|--------|-------|----------|----------|----------|--------|-------|--------|---------|------|----------|
| 0 | 59727 | 279 | 0.004671 | 0.004651 | 0.995349 | 100000 | 465 | 99571 | 8091985 | 80.9 | 0.077941 |
| 1 | 229775 | 42 | 0.000183 | 0.000731 | 0.999269 | 99535 | 73 | 397994 | 7992414 | 80.3 | 2 |
| 5 | 245172 | 31 | 0.000126 | 0.000632 | 0.999368 | 99462 | 63 | 497153 | 7594420 | 76.4 | 2.5 |
| 10 | 240110 | 33 | 0.000137 | 0.000687 | 0.999313 | 99399 | 68 | 496826 | 7097266 | 71.4 | 2.5 |
| 15 | 264957 | 61 | 0.00023 | 0.00115 | 0.99885 | 99331 | 114 | 496369 | 6600441 | 66.4 | 2.5 |
| 20 | 287176 | 87 | 0.000303 | 0.001514 | 0.998486 | 99217 | 150 | 495708 | 6104071 | 61.5 | 2.5 |
| 25 | 311111 | 98 | 0.000315 | 0.001574 | 0.998426 | 99067 | 156 | 494943 | 5608363 | 56.6 | 2.5 |
| 30 | 280991 | 140 | 0.000498 | 0.002488 | 0.997512 | 98911 | 246 | 493938 | 5113420 | 51.7 | 2.5 |
| 35 | 286899 | 197 | 0.000687 | 0.003427 | 0.996573 | 98665 | 338 | 492477 | 4619482 | 46.8 | 2.5 |
| 40 | 308238 | 362 | 0.001174 | 0.005855 | 0.994145 | 98326 | 576 | 490193 | 4127005 | 42.0 | 2.5 |
| 45 | 320172 | 643 | 0.002008 | 0.009991 | 0.990009 | 97751 | 977 | 486312 | 3636813 | 37.2 | 2.5 |
| 50 | 242230 | 738 | 0.003047 | 0.015118 | 0.984882 | 96774 | 1463 | 480212 | 3150501 | 32.6 | 2.5 |
| 55 | 210785 | 972 | 0.004611 | 0.022794 | 0.977206 | 95311 | 2173 | 471124 | 2670288 | 28.0 | 2.5 |
| 60 | 216058 | 1640 | 0.007591 | 0.037246 | 0.962754 | 93138 | 3469 | 457020 | 2199165 | 23.6 | 2.5 |
| 65 | 224479 | 2752 | 0.012259 | 0.059475 | 0.940525 | 89669 | 5333 | 435014 | 1742145 | 19.4 | 2.5 |
| 70 | 222578 | 4509 | 0.020258 | 0.096408 | 0.903592 | 84336 | 8131 | 401355 | 1307131 | 15.5 | 2.5 |
| 75 | 184102 | 6745 | 0.036637 | 0.167816 | 0.832184 | 76206 | 12789 | 349057 | 905776 | 11.9 | 2.5 |
| 80 | 140667 | 9587 | 0.068154 | 0.29116 | 0.70884 | 63417 | 18465 | 270924 | 556718 | 8.8 | 2.5 |
| 85 | 110242 | 17340 | 0.15729 | 1 | 0 | 44953 | 44953 | 285794 | 285794 | 6.4 | 6.35767 |

Произвольная шкала возраста

$${}_{\Delta}q_x = \frac{\Delta \cdot {}_{\Delta}m_x}{1 + (\Delta - {}_{\Delta}a_x) \cdot {}_{\Delta}m_x}$$

$$a_x \approx 0.5\Delta \quad (x \neq 0, \omega)$$

Задание 3. Рассчитать таблицы дожития по данным для населения Швеции и Казахстана (женщины, 1992). Где и на сколько выше ожидаемая продолжительность жизни при рождении? Каковы вероятность дожития до пенсионного (65) возраста и ожидаемая продолжительность последующей жизни?

Задание 4. По построенным таблицам дожития и заданным показателям рождаемости, рассчитать число рождений в стационарном населении. Определить режим воспроизводства населения (суженный, простой, расширенный). Оцените грубо годовой темп роста.

Задание 5. По построенным таблицам дожития, оцените величину взноса в солидарную пенсионную систему на одного человека возраста 20-65 лет, в стационарном населении, необходимую для сбалансирования системы, когда люди старше 65 лет получают пенсию в 100000 руб. в год. Определите размер пенсии, соответствующей взносу 100000 руб. в год.

Задание 6. По построенным таблицам дожития, оцените величину взноса в накопительную пенсионную систему, с нормой доходности накоплений 2% годовых, на одного человека возраста 20-65 лет, необходимую для сбалансирования системы, когда люди старше 65 лет получают пенсию в 100000 руб. в год. Определите размер пенсии, соответствующей взносу 100000 руб. в год.

Таблицы дожития с множественным выбытием

$${}_{\Delta}d_x = \sum_i {}_{\Delta}d_x^i$$

$${}_{\Delta}m_x = \sum_i {}_{\Delta}m_x^i$$

$${}_{\Delta}q_x = \sum_i {}_{\Delta}q_x^i$$

$$l_x^i = \sum_{a=x, x+1, \dots} {}_{\Delta}d_a^i$$

$$l_x = \sum_i l_x^i$$

$${}_{\Delta}d_x^i = {}_{\Delta}q_x^i \cdot l_x$$

$${}_{\Delta}q_x^i = \frac{{}_{\Delta} \cdot {}_{\Delta} m_x^i}{1 + ({}_{\Delta} - {}_{\Delta} a_x) \cdot {}_{\Delta} m_x} = {}_{\Delta} q_x \frac{{}_{\Delta} m_x^i}{{}_{\Delta} m_x}$$

Демографические процессы, моделируемые с помощью техники аналогичной таблице дожития

- Брачность
- Разводимость
- Миграция с места рождения
- Начало работы
- Потеря и поиск работы
- Рождение очередного ребенка
- Демография фирм
- Персонал фирмы, увольнение с работы

Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни при

рождения

| Mx | Sweden | Kazakhstan |
|----|--------|------------|
| 0 | 0.0047 | 0.0214 |
| 1 | 0.0002 | 0.0016 |
| 5 | 0.0001 | 0.0005 |
| 10 | 0.0001 | 0.0004 |
| 15 | 0.0002 | 0.0008 |
| 20 | 0.0003 | 0.0011 |
| 25 | 0.0003 | 0.0010 |
| 30 | 0.0005 | 0.0013 |
| 35 | 0.0007 | 0.0018 |
| 40 | 0.0012 | 0.0029 |
| 45 | 0.0020 | 0.0043 |
| 50 | 0.0030 | 0.0057 |
| 55 | 0.0046 | 0.0108 |
| 60 | 0.0076 | 0.0139 |
| 65 | 0.0123 | 0.0268 |
| 70 | 0.0203 | 0.0400 |
| 75 | 0.0366 | 0.0547 |
| 80 | 0.0682 | 0.1016 |
| 85 | 0.1573 | 0.1803 |

Задание 7. ОПЖ женщин в 1992 в Швеции (80,9) была выше чем в Казахстане (72,8) на 8,1 года. Разница смертности каких возрастах внесла наибольший вклад в разницу в ОПЖ?

Задание 8. Проведите декомпозицию разницы ОПЖ на примере женского населения Швеции и Казахстана в 1992 г.

$$e_0^2 - e_0^1 = \sum_x \delta_x$$

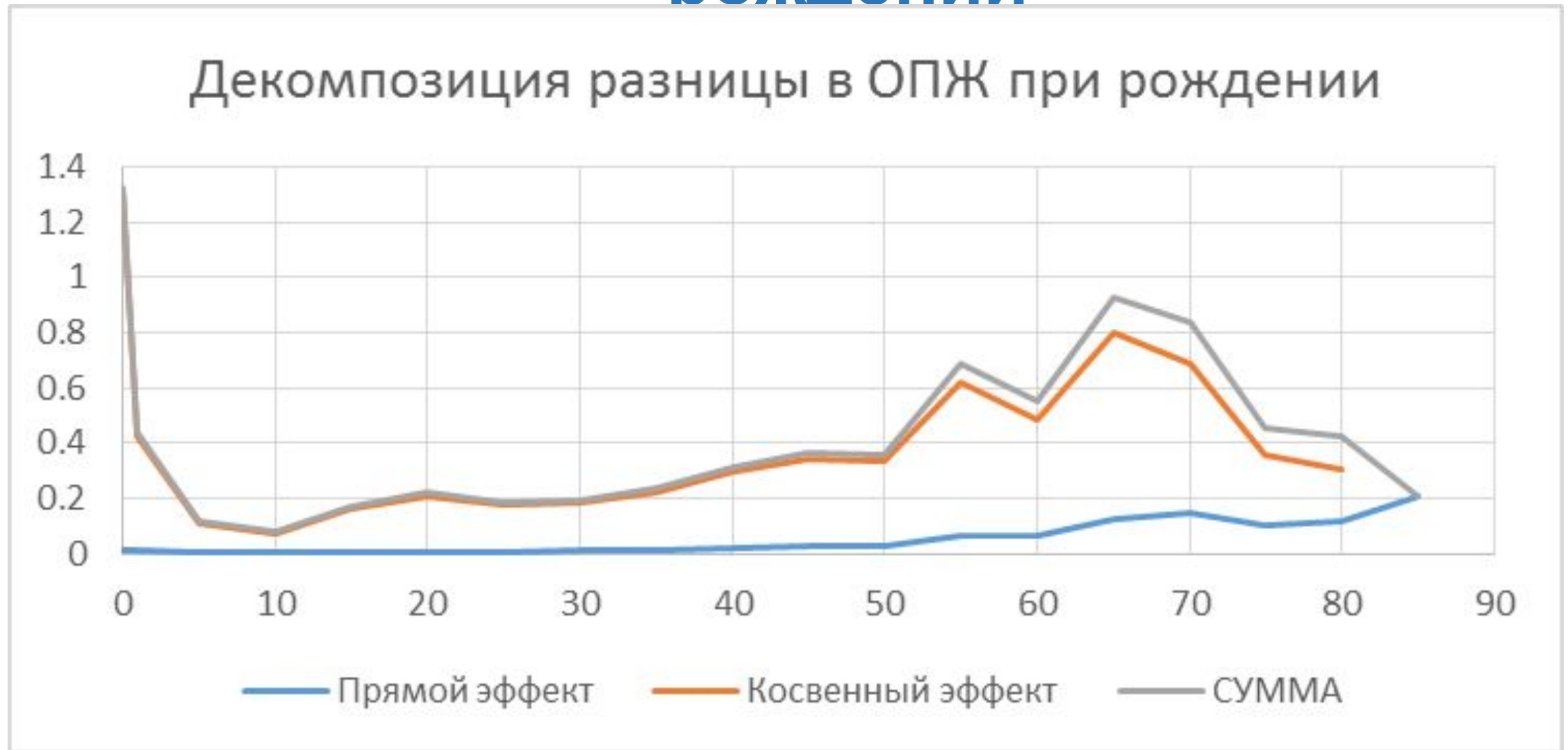
= 0 для
открытого
интервала

$$\delta_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} \left(\frac{L_x^2}{l_x^2} - \frac{L_x^1}{l_x^1} \right) + \frac{T_{x+1}^2}{l_0^1} \left(\frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+1}^1}{l_{x+1}^2} \right)$$

Прямой
эффект
возраста x

Косвенный эффект
(взаимодействие)
возраста x с возрастaми
старше x

Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни при рождении



Декомпозиция разницы в значениях ожидаемой продолжительности жизни в произвольном возрасте

Задание 9. Проведите декомпозицию разницы ОПЖ в возрасте 65 лет на примере женского населения Швеции и Казахстана в 1992 г.

$$e_a^2 - e_a^1 = \sum_{x \geq a} \delta_x$$

= 0 для открытого интервала

$$\delta_x = \frac{l_x^1}{l_a^1} \left(\frac{L_x^2}{l_x^2} - \frac{L_x^1}{l_x^1} \right) + \frac{T_{x+1}^2}{l_a^1} \left(\frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+1}^1}{l_{x+1}^2} \right)$$

Прямой эффект
возраста x

Косвенный эффект
(взаимодействие)
возраста x с возрастaми
старше x

Спасибо!

dalkhat@hotmail.com