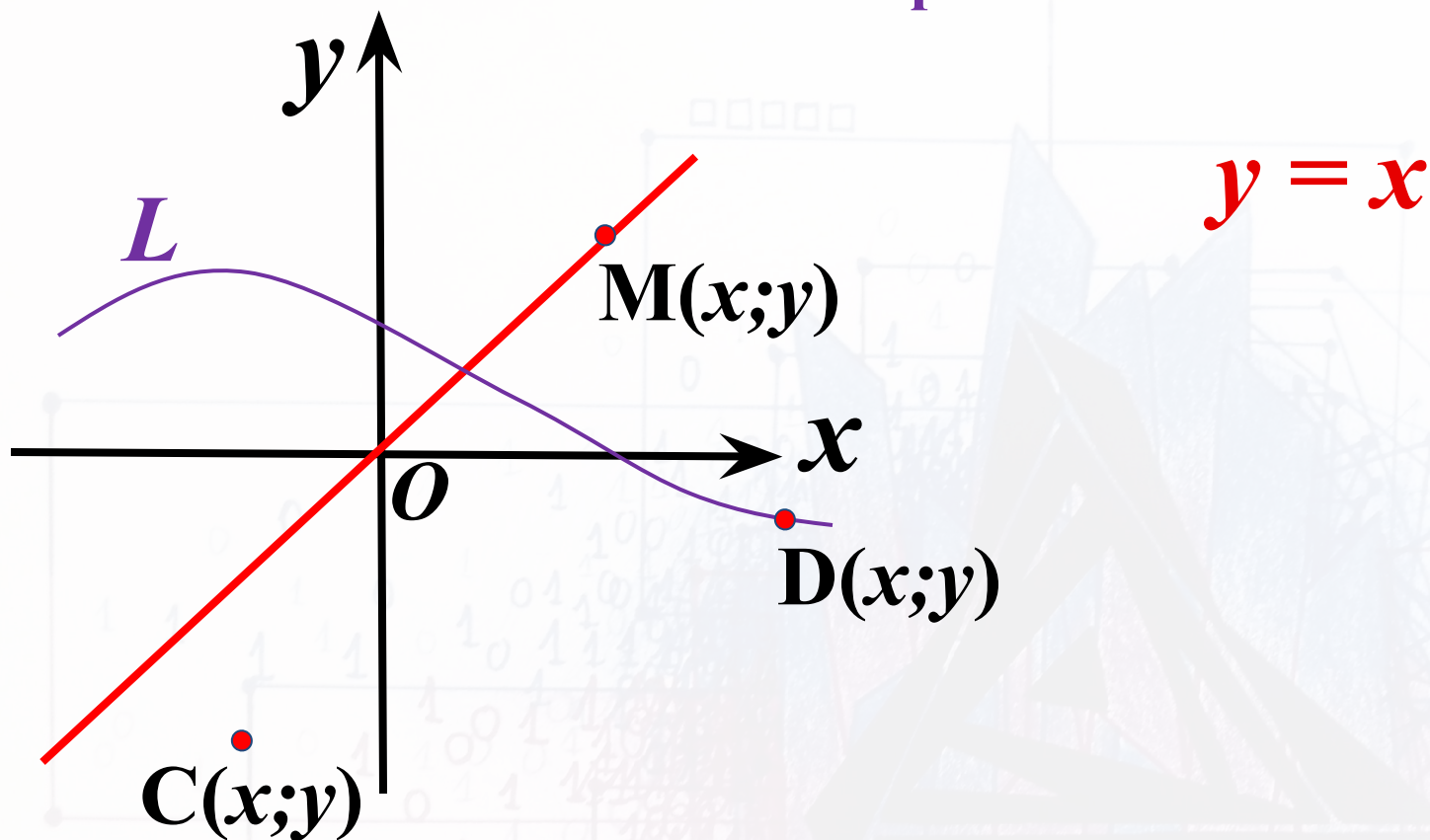


Уравнения прямой и окружности

The background features a complex geometric design. It includes a grid of points connected by lines, forming various shapes and patterns. There are several overlapping translucent shapes, including a large, stylized number '3' in the center. The overall aesthetic is technical and mathematical, with a color palette of purples, blues, and greys. Binary code (0s and 1s) is scattered throughout the background, adding to the digital or mathematical theme.

Уравнение линии на плоскости



- Если точка лежит на данной линии, то ее координаты удовлетворяют уравнению этой линии.
- Координаты любой точки, не лежащей на данной линии, не удовлетворяют ее уравнению.

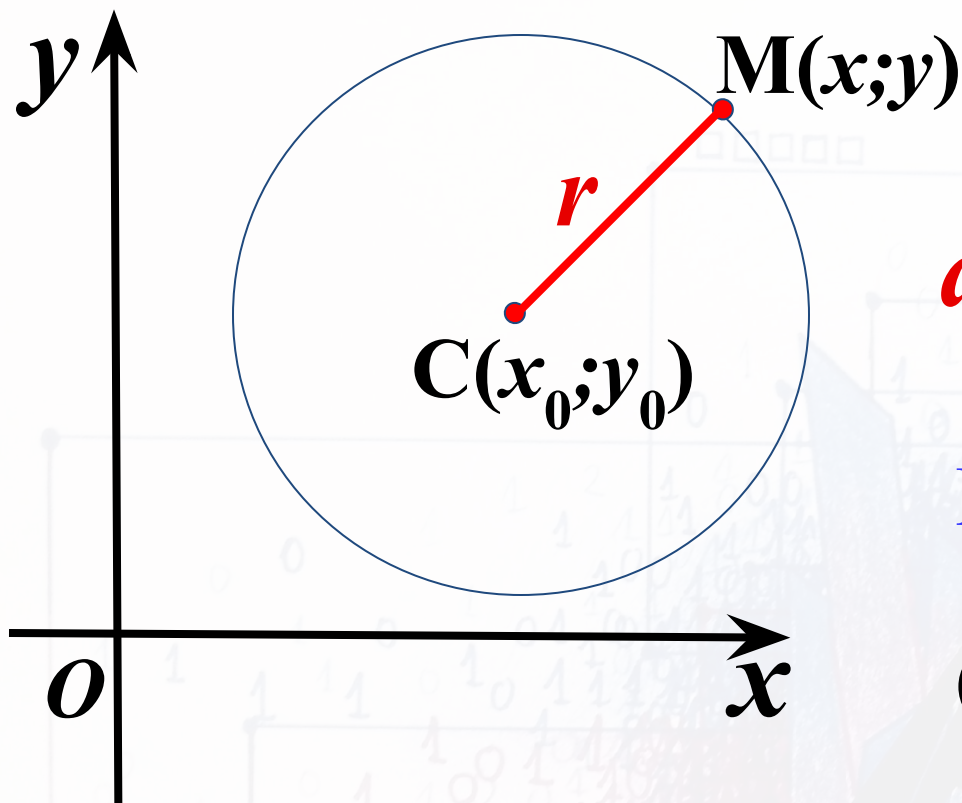
При изучении линий методом координат возникают 2 задачи:

- По геометрическим свойствам данной линии найти её уравнение;
- Обратная задача: по заданному уравнению линии исследовать её геометрические свойства.

Повторение:

1. Дайте определение окружности.
2. Какими параметрами можно задать окружность единственным образом ?
3. Что такое центр и радиус окружности?
4. Как называется отрезок, соединяющий две точки окружности ?
5. Как называется хорда проходящая через центр окружности ?

Уравнение окружности



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

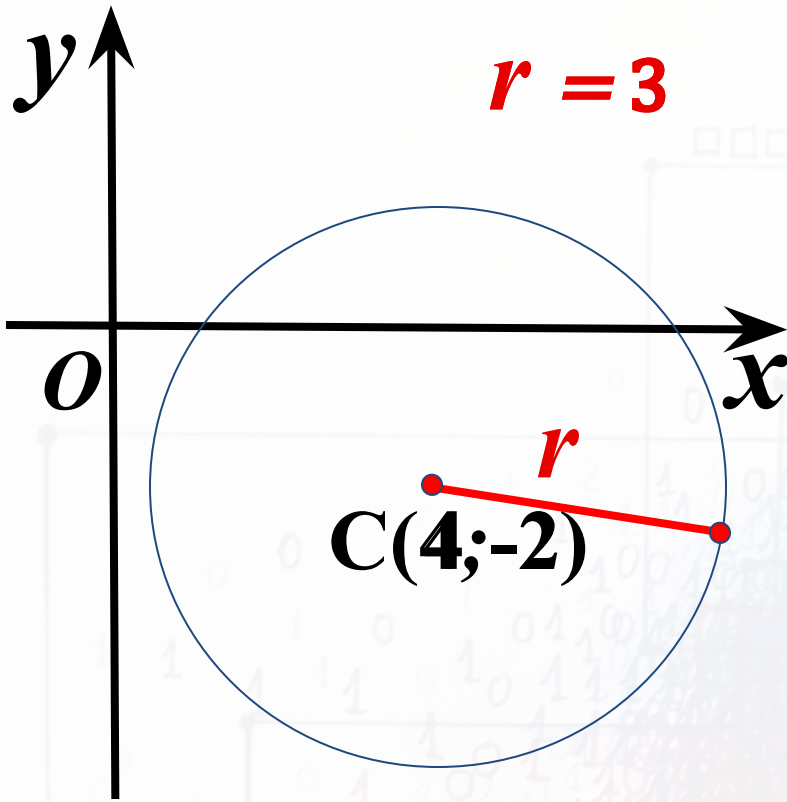
$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

В прямоугольной системе координат

уравнение окружности радиуса r с центром в точке

$C(x_0; y_0)$ имеет вид $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

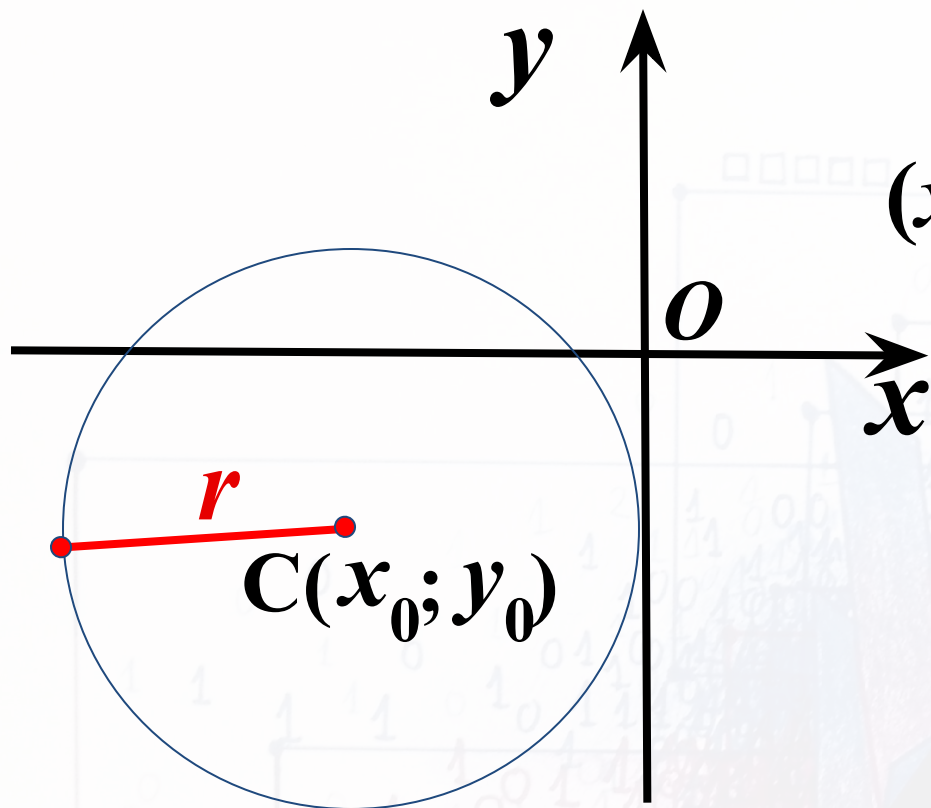


$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

В прямоугольной системе координат

уравнение окружности радиуса r с центром в точке

$C(x_0; y_0)$ имеет вид $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$



$$(x + (-3))^2 + (y + (-2))^2 = 9^2$$

$$r = 3$$

$$C(-3; -2)$$

В прямоугольной системе координат

уравнение окружности радиуса r с центром в точке

$C(x_0; y_0)$ имеет вид $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

№ 960 (а) Какие из точек лежат на окружности?

$x^2 + y^2 = 25$ Центр? $O(0; 0)$ Радиус? $r = 5$

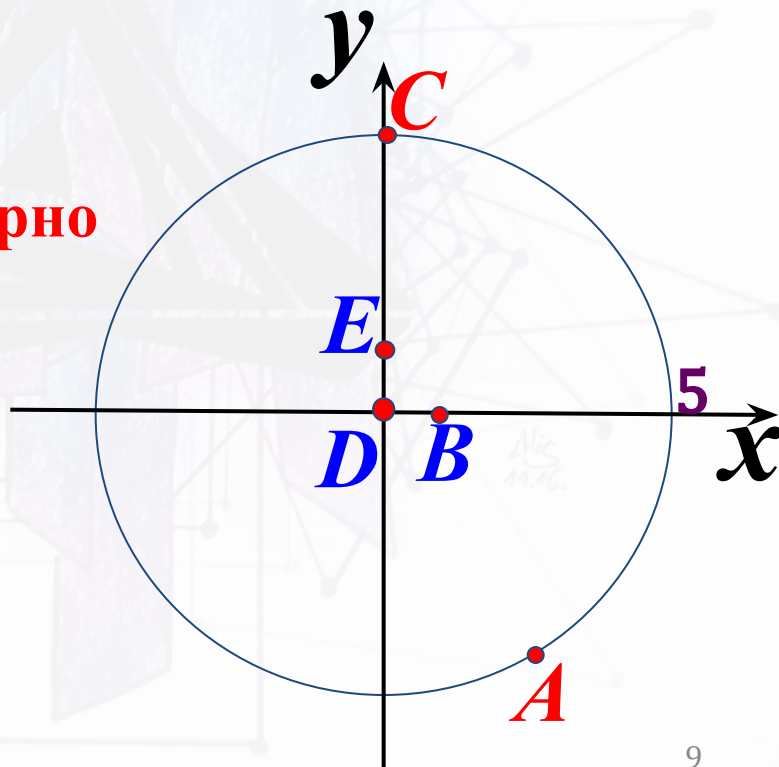
$A(3; -4); \quad 3^2 + (-4)^2 = 25$ Верно

$B(1; 0); \quad 1^2 + 0^2 \leq 25$

$C(0; 5); \quad 0^2 + 5^2 = 25$ Верно

$D(0; 0); \quad 0^2 + 0^2 \leq 25$

$E(0; 1); \quad 0^2 + 1^2 \leq 25$



№ 960 (6) Какие из точек лежат на окружности?

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$$

Центр? $O(1; -3)$

Радиус? $r = 3$

$A(3; -4);$ $(3 - 1)^2 + (-4 + 3)^2 < 9$

$B(1; 0);$ $(1 - 1)^2 + (0 + 3)^2 = 9$ **Верно**

$C(0; 5);$ $(0 - 1)^2 + (5 + 3)^2 > 9$

$D(0; 0);$ $(0 - 1)^2 + (0 + 3)^2 > 9$

$E(0; 1);$ $(0 - 1)^2 + (1 + 3)^2 > 9$

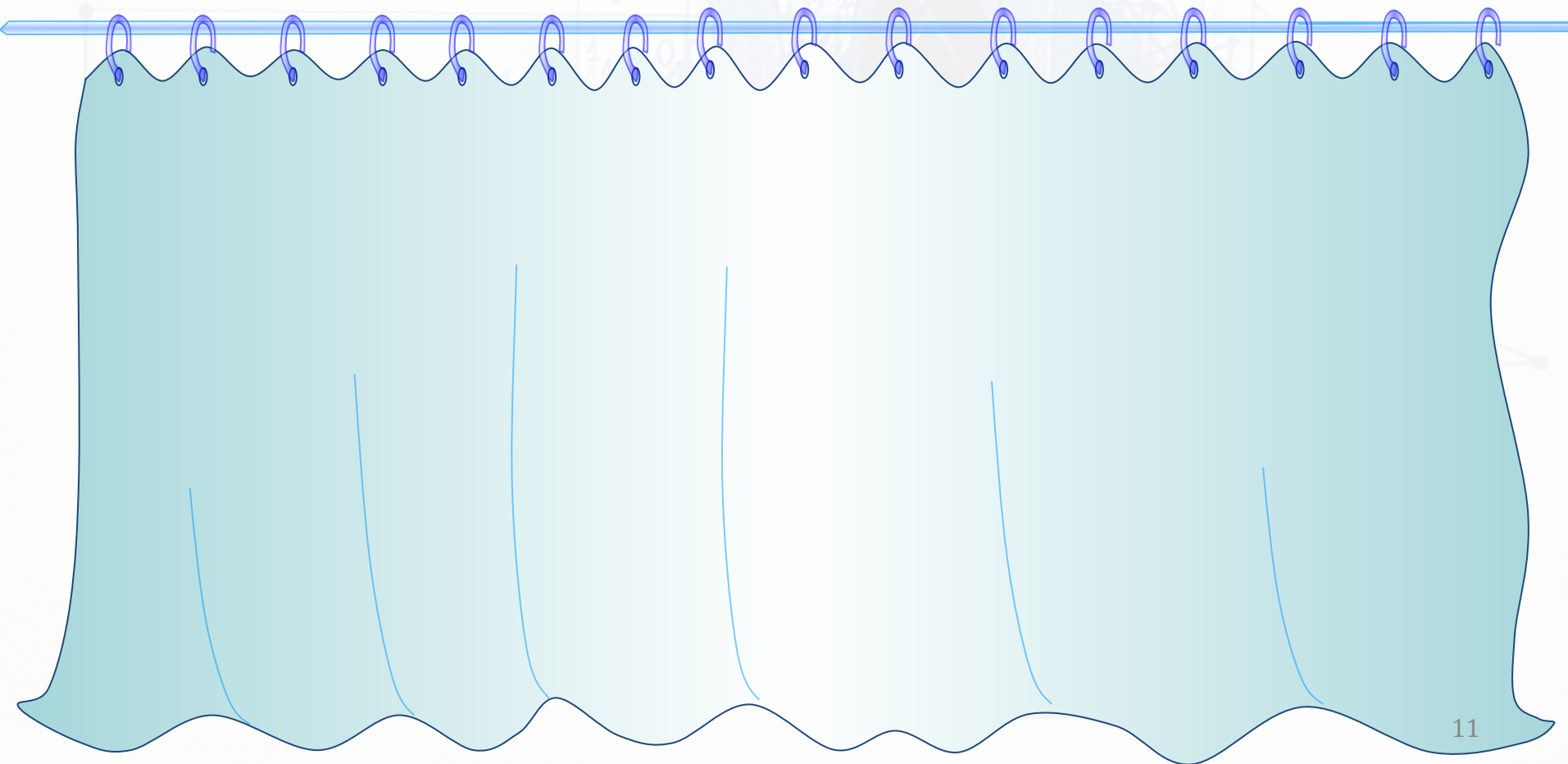
Дана окружность $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 100$

Определите, какие из точек $A(-4; 3)$, $B(5; 1)$, $C(-5; 4)$, $D(10; 5)$

лежат: а) на окружности;

б) внутри круга, ограниченного данной окружностью;

в) вне круга, ограниченного данной окружностью.

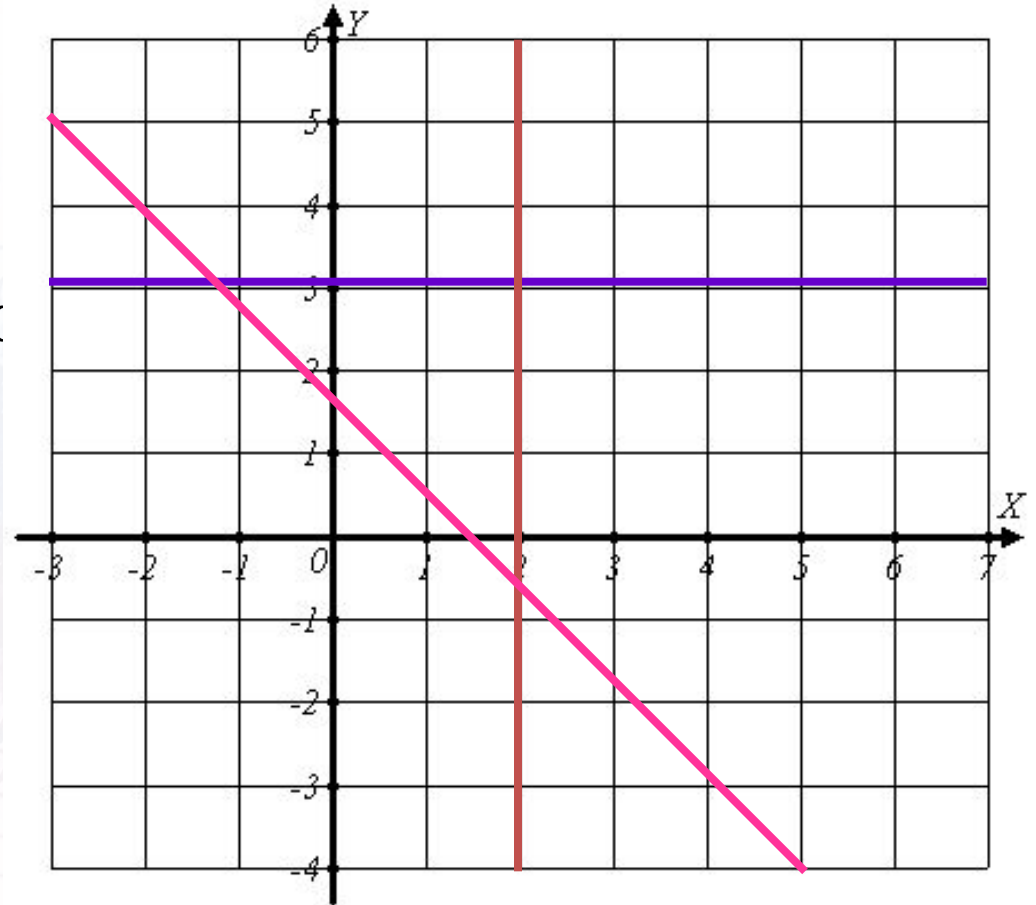


Уравнение прямой

Уравнения прямых

Прямые на координатной плоскости могут располагаться только тремя способами:

- горизонтально
- вертикально
- под наклоном к осям



Уравнение вертикальных прямых

Уравнение вида $x = a$ на координатной плоскости задает множество точек, имеющих одну и ту же абсциссу.

Рассмотрим, например, уравнение:

$$x = 1$$

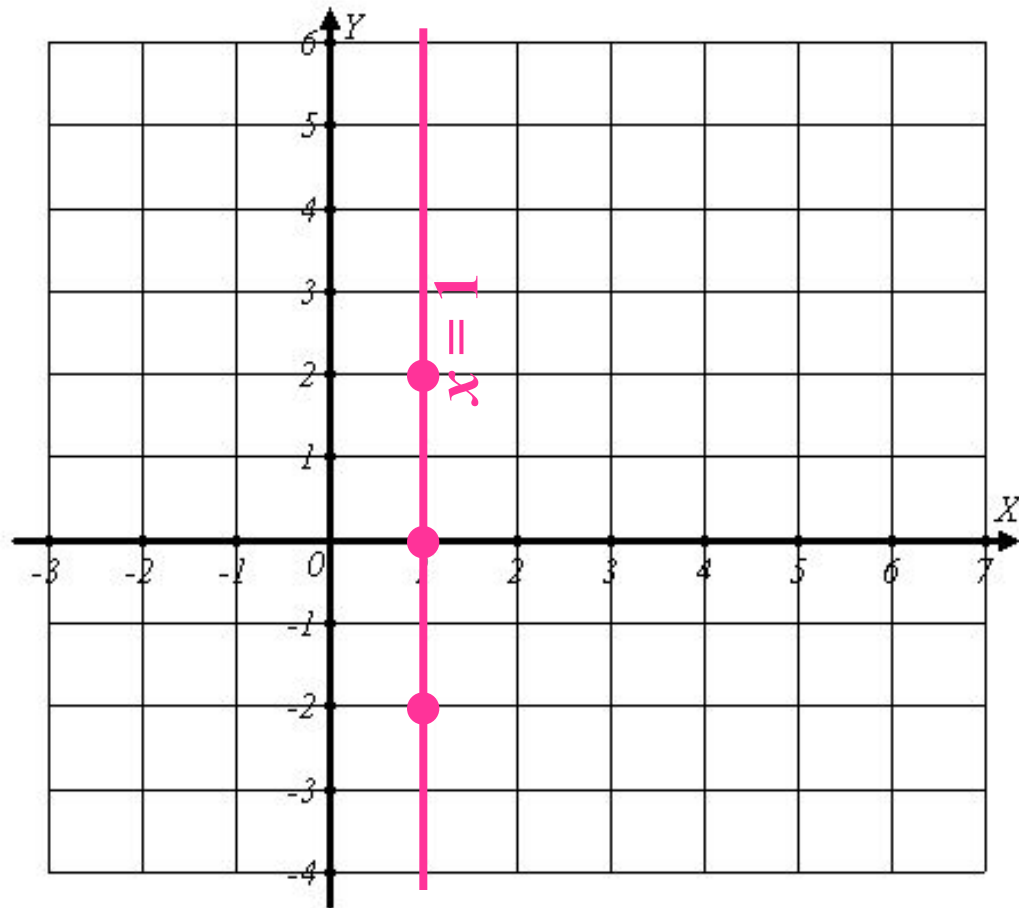
Отметим на координатной плоскости некоторые точки, имеющие абсциссу, равную 1.

Уравнение вертикальных прямых

Например:

$(1; 0)$, $(1; 2)$, $(1; -2)$.

Эти точки лежат на вертикальной прямой, проходящей через точку с абсциссой 1 на оси Ox .



Это значит, что уравнение $x = a$ задает на плоскости вертикальную прямую.

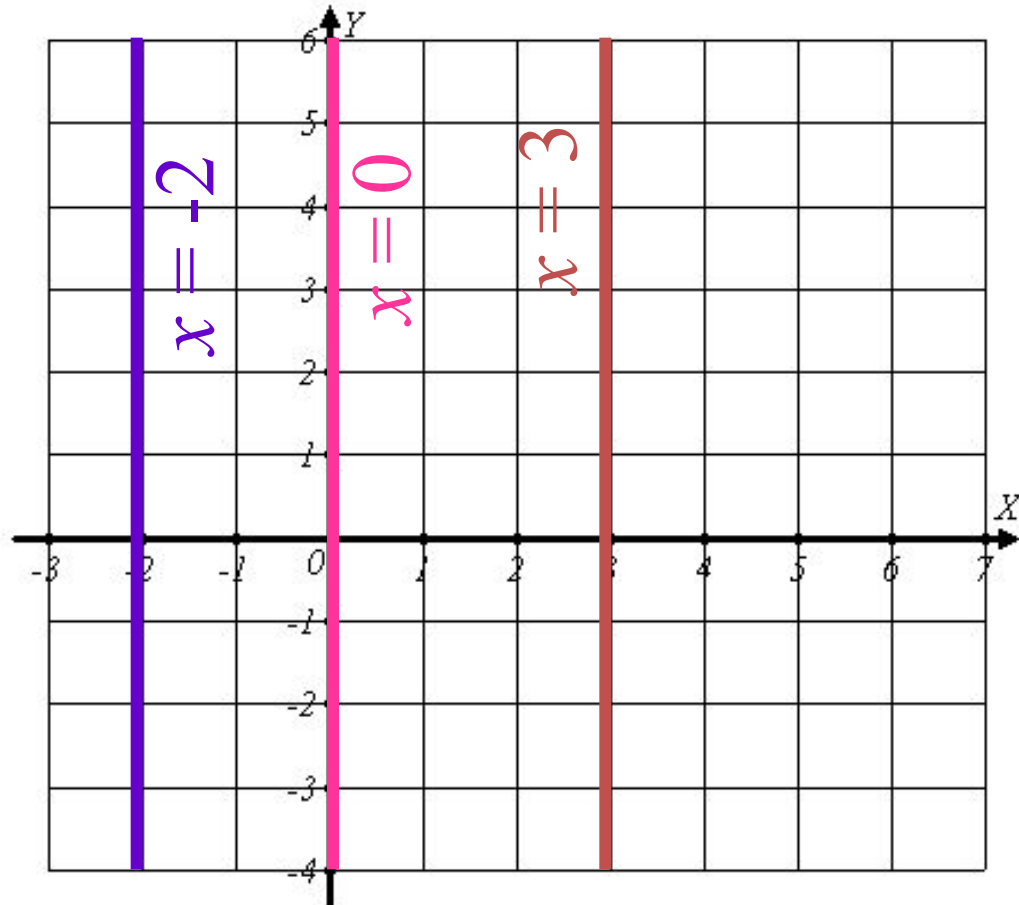
Задание 1

Постройте на координатной плоскости множества точек, соответствующих уравнениям:

1) $x = 3$

2) $x = -2$

3) $x = 0$



Уравнение горизонтальных прямых

Уравнение вида $y = b$ на координатной плоскости задает множество точек, имеющих одну и ту же **ординату**.

Рассмотрим, например, уравнение:

$$y = 1$$

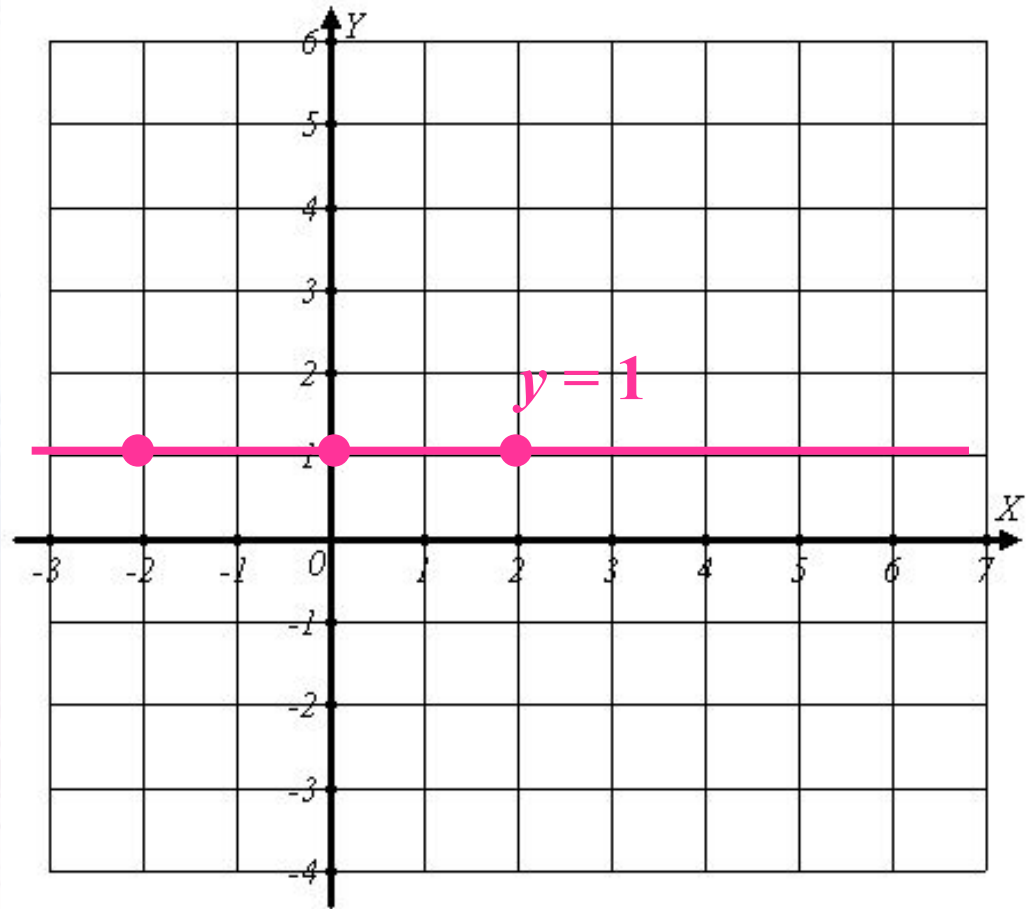
Отметим на координатной плоскости некоторые точки, имеющие ординату, равную 1.

Уравнение горизонтальных прямых

Например:

$(0; 1)$, $(2; 1)$, $(-2; 1)$.

Эти точки лежат на вертикальной прямой, проходящей через точку с абсциссой 1 на оси OX .



Это значит, что уравнение $y = b$ задает на плоскости горизонтальную прямую.

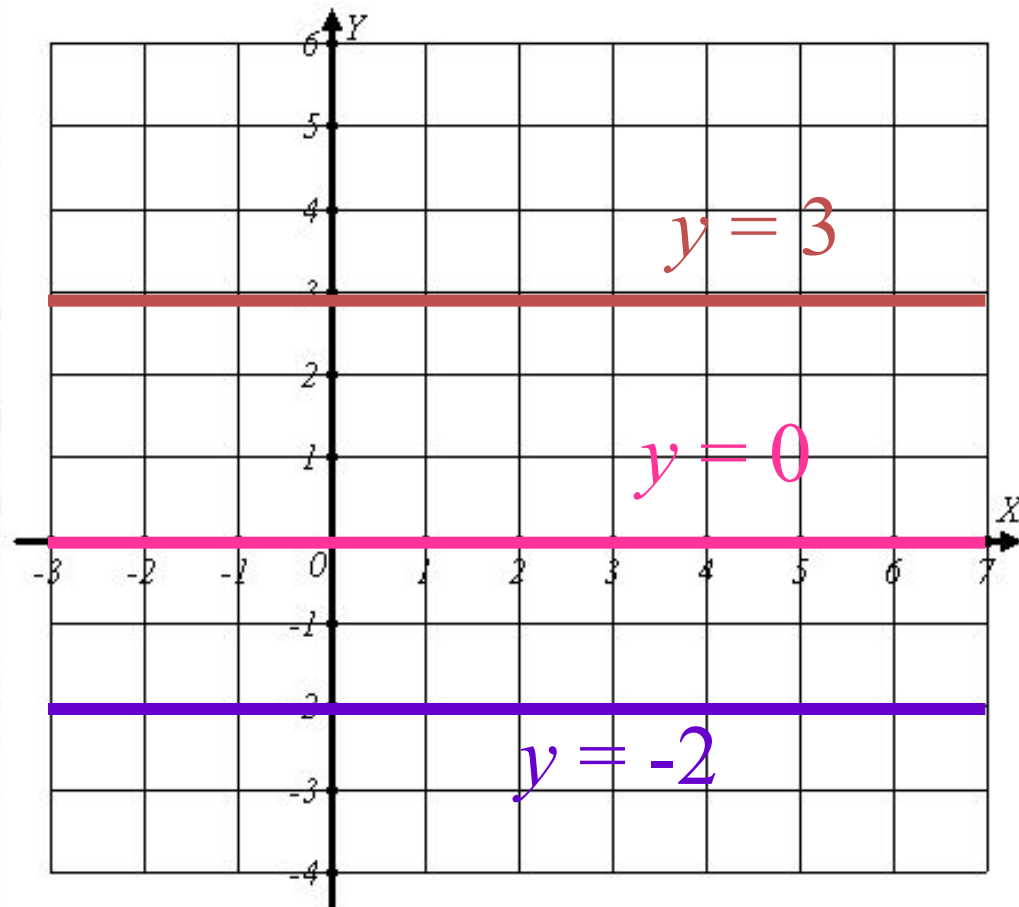
Задание 2

Постройте на координатной плоскости множества точек, соответствующих уравнениям:

1) $y = 3$

2) $y = -2$

3) $y = 0$



Каноническое уравнение прямых

Мы привыкли к тому, что на координатной плоскости прямая – это график линейной функции, которая задана уравнением вида:

$$y = kx + b$$

Рассмотрим следующее уравнение прямой:

**Каноническая
запись**

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

$$6y = -4x + 3$$

$$4x + 6y - 3 = 0$$

Каноническое уравнение прямых

В общем виде:

$$Ax + By + C = 0$$

В канонической записи уравнения прямых принято использовать целые коэффициенты.

Выполним обратную операцию:

$$By = -Ax - C$$

$$k = -\frac{A}{B}$$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \quad \text{То есть:}$$

$$b = -\frac{C}{B}$$

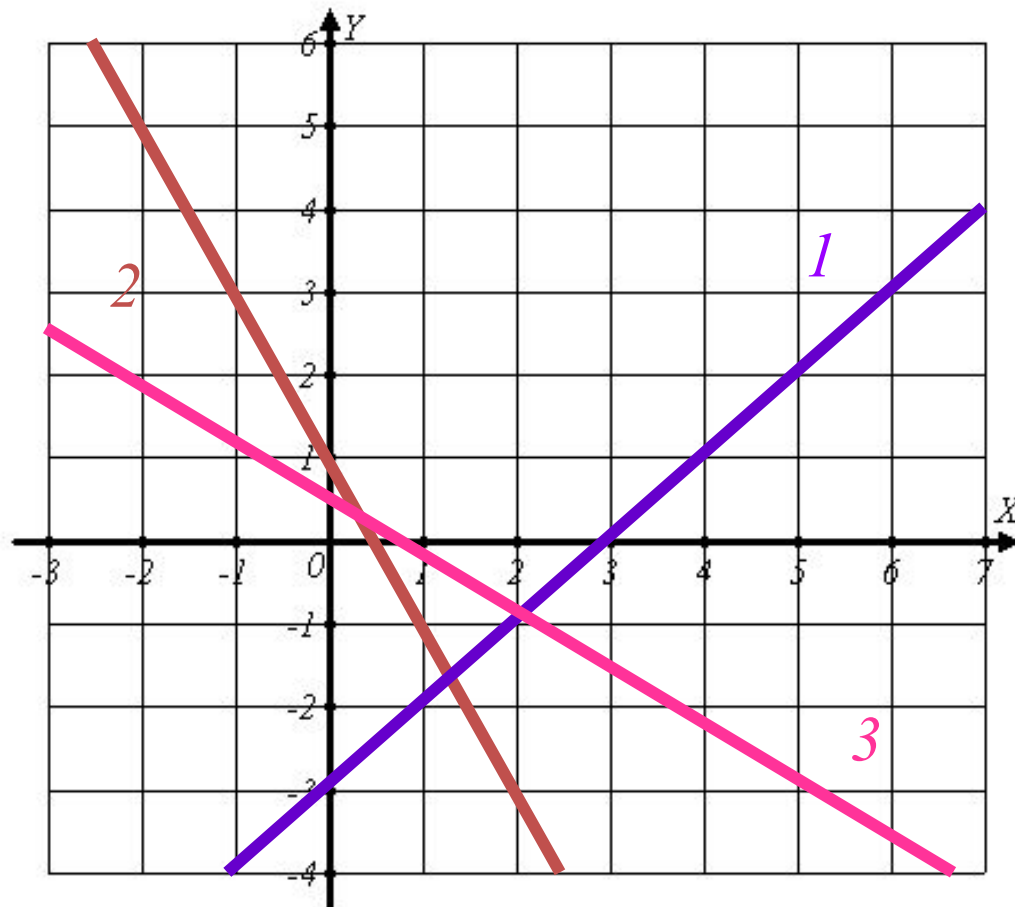
Задание 3

Постройте на координатной плоскости множества точек, соответствующих уравнениям:

1) $y = x - 3$

2) $y = -2x + 1$

3) $4x + 6y - 3 = 0$



Условие параллельности прямых

Пусть заданы уравнения прямых:

$$l: y = k_1x + b_1 \quad m: y = k_2x + b_2$$

$$l \parallel m, \text{ если } k_1 = k_2$$

Например:

$$a: y = 2x + 5 \quad b: y = 2x - 7$$

$$k_1 = k_2 = 2, \text{ то есть } a \parallel b$$

Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки

Запишем уравнение прямой, проходящей через точки A и B :

$$y = kx + b$$

$$A(x_A; y_A), \quad B(x_B; y_B),$$

Если прямая проходит через точки A и B , то координаты этих точек можно подставить в уравнение прямой:

$$\begin{cases} A: y_A = kx_A + b \\ B: y_B = kx_B + b \end{cases}$$

Получаем систему линейных уравнений с неизвестными k и b . Решив ее, находим значения k и b .

Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки

Запишем уравнение прямой, проходящей через точки :

$$y = kx + b$$

$$A(-2; 1), \quad B(2; 3),$$

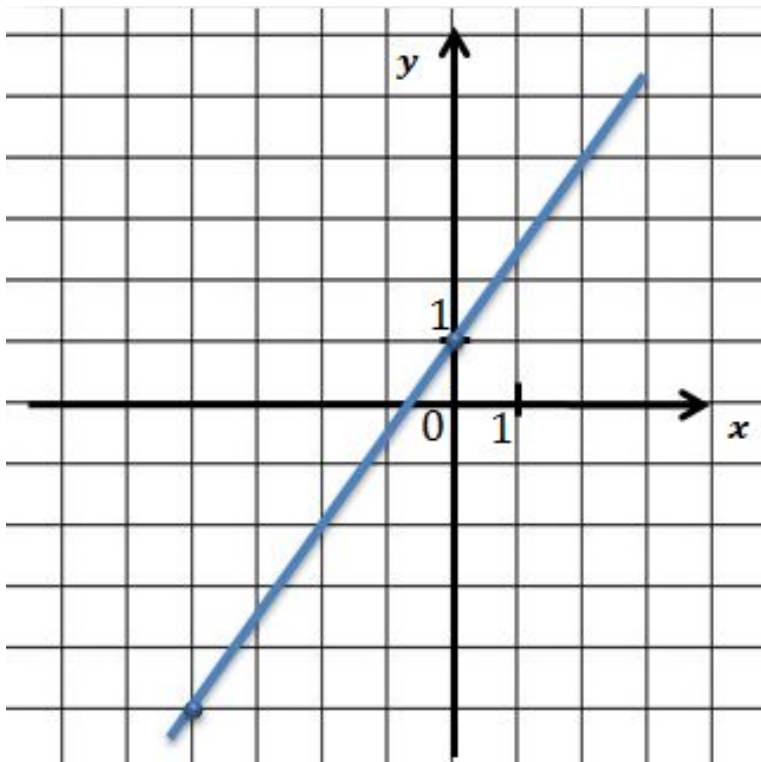
Подставим координаты в уравнение прямой:

$$\begin{cases} A: 1 = k \cdot (-2) + b \\ B: 3 = k \cdot 2 + b \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = -2k + b \\ 3 = 2k + b \end{cases} \quad \begin{cases} k = 0,5 \\ b = 2 \end{cases}$$

Решаем систему линейных уравнений с неизвестными k и b .

Ответ: $y = 0,5x + 2$

Задача. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(0; 1)$ $B(-4; -5)$



$$1,5x - y + 1 = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 1 + c = 0 \\ a \cdot (-4) + b \cdot (-5) + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + c = 0 \\ -4a - 5b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -c \\ -4a + 5c + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -c \\ a = 1,5c \end{cases}$$

$$1,5cx - cy + c = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

- Предположим, что в этом уравнении коэффициент $b \neq 0$

$$by = -c - ax$$

$$y = -\frac{c}{b} - \frac{a}{b}x$$

$$k = -\frac{a}{b}, \quad d = -\frac{c}{b}$$

Тогда получим уравнение $y = kx + d$

Домашнее задание

№ 972(б), 973, 977, 978

Благодарю за внимание