Средняя линия. Средняя линия в трапеции. Равносторонний треугольник.

Nº15,17.

### План

- > Средняя линия треугольника
- > Средняя линия трапеции
- > Правильный треугольник
- Формула высоты, медианы и биссектрисы правильного треугольника
- Формула радиуса вписанной окружности правильного треугольника
- Формула радиуса описанной окружности правильного треугольника
- > Свойство медиан

# СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

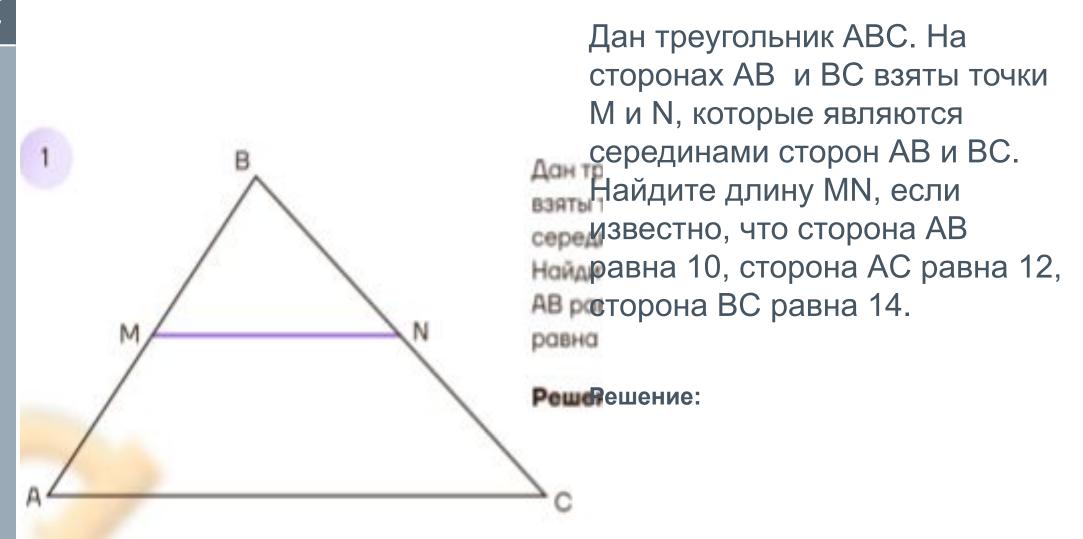
ТРЕУГОЛЬНИК

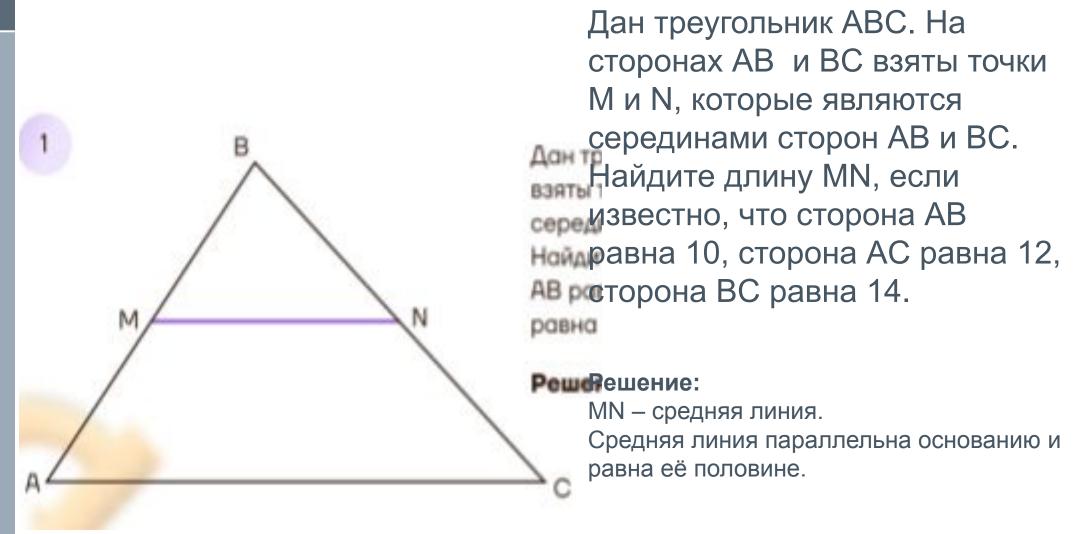
### СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

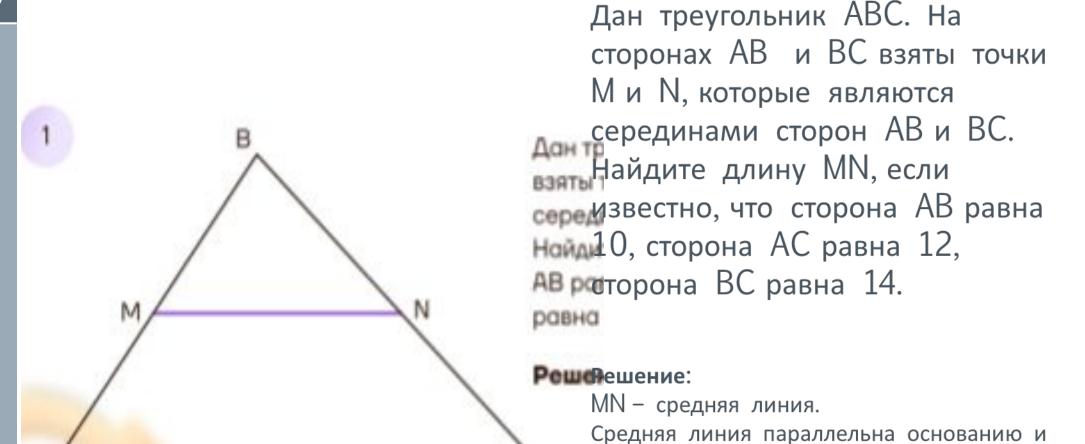
- **> Треугольник** фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, соединённых последовательно.
- **> Средняя линия треугольника** отрезок, соединяющий середины двух сторон.



# ЗАДАНИЕ №15 ИЗ ОГЭ



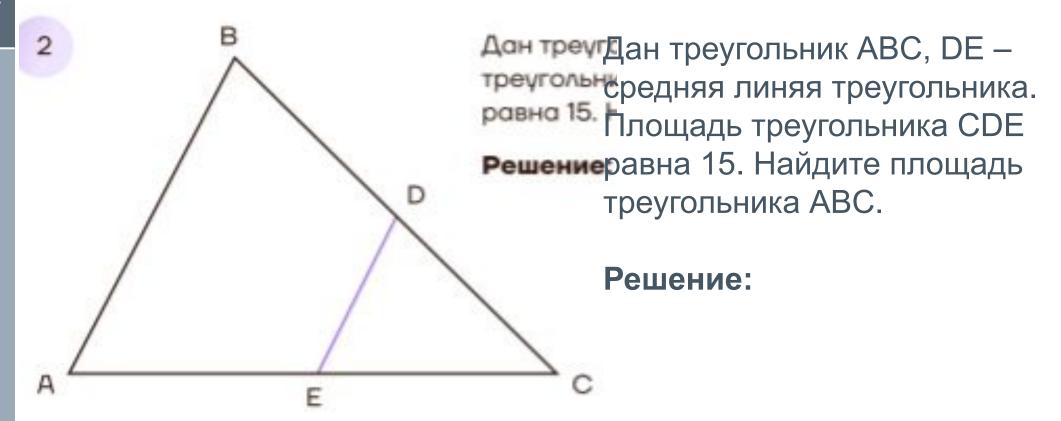


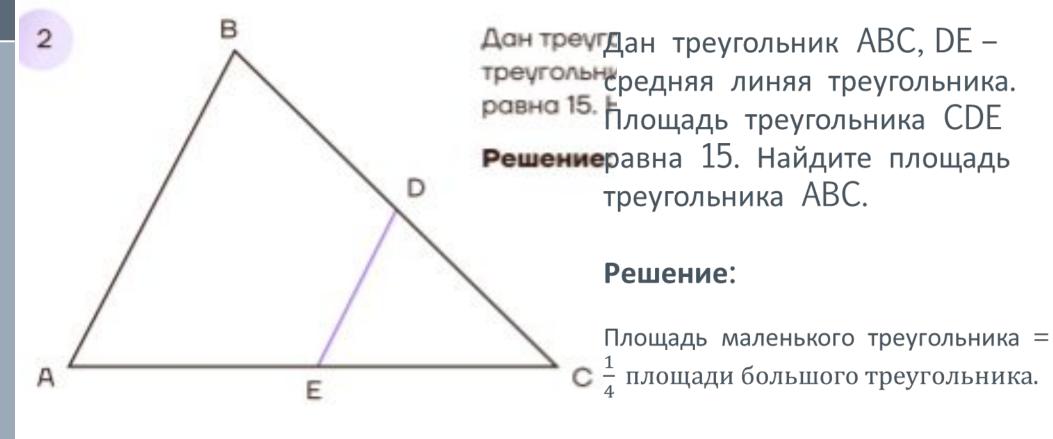


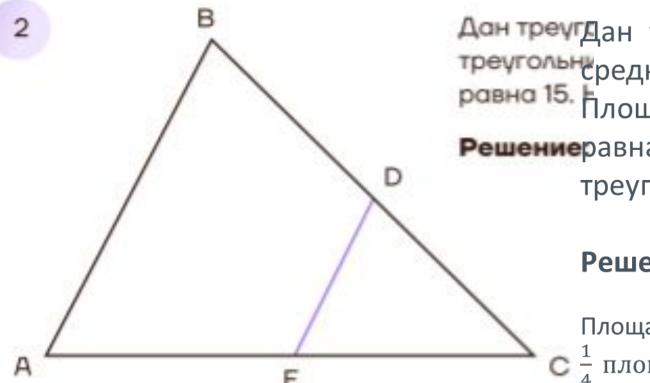
$$MN = \frac{1}{2} \cdot 12$$
$$MN = 6$$

равна её половине.

Ответ: 6







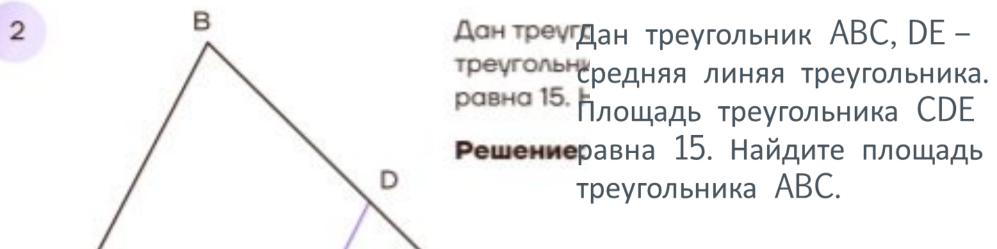
Дан треугольник ABC, DE треугольноредняя линяя треугольника. равна 15. Площадь треугольника CDE Решениеравна 15. Найдите площадь треугольника АВС.

#### Решение:

Площадь маленького треугольника =  $\mathbb{C}^{\frac{1}{4}}$  площади большого треугольника.

$$SCDE = 15$$
  $SABC = ?$ 

$$SCDE = 15$$
  $SABC = x$ 



#### Решение:

Площадь маленького треугольника =  $C^{\frac{1}{4}}$  площади большого треугольника.

$$SCDE = 15$$
  $SABC = ?$ 

$$SABC = 3$$

$$SCDE = 15$$
  $SABC = x$ 

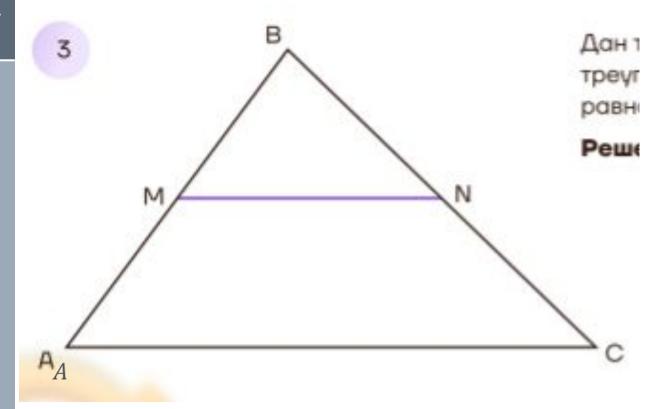
$$SABC = x$$

$$x = 15:\frac{1}{4}$$

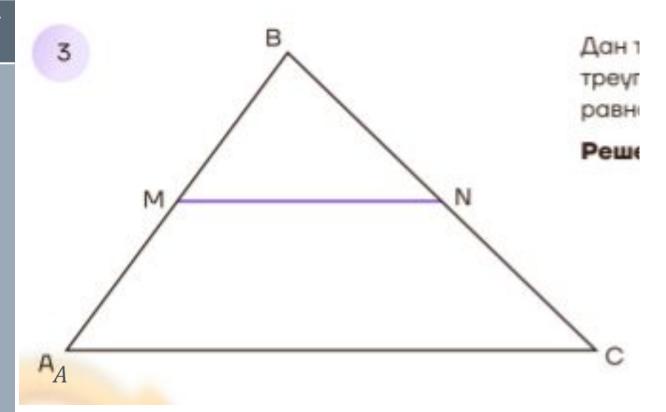
 $\frac{1}{4}x = 15$ 

$$x = 60$$

Ответ: 60

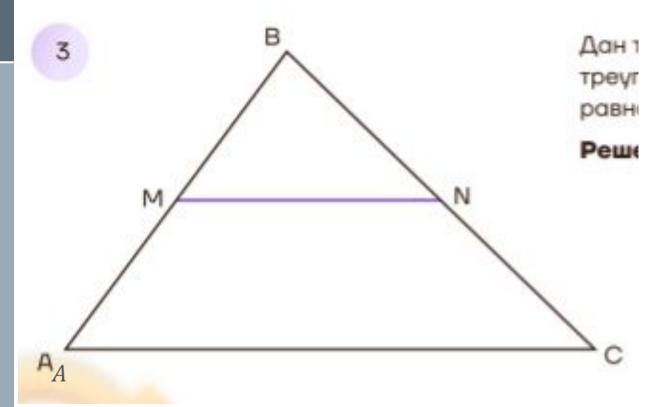


Дан треугольник ABC. MN – средняя линия треугольника. Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь трапеции AMNC.



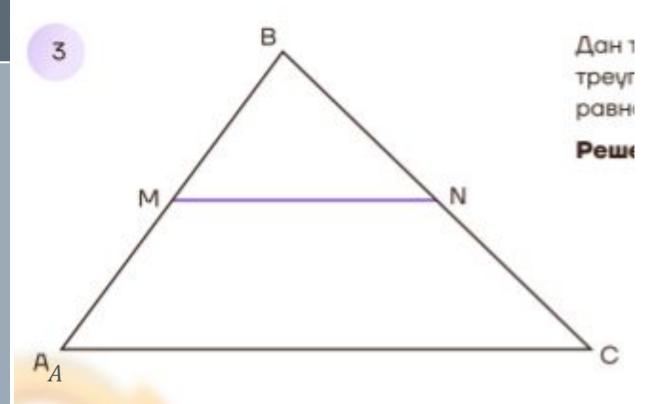
Дан треугольник ABC. MN – средняя линия треугольника. Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь трапеции AMNC.

$$SMBN = \frac{1}{4}SABC$$



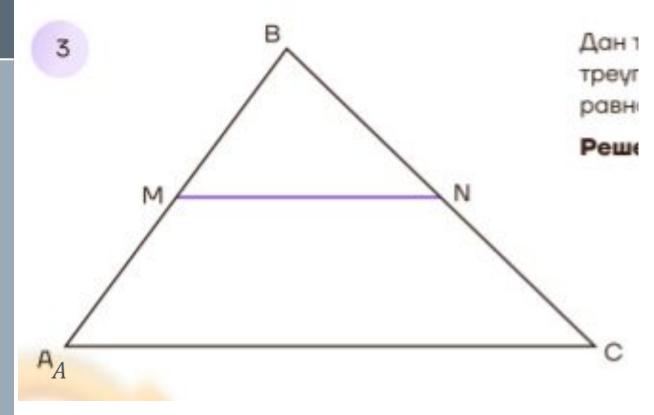
Дан треугольник ABC. MN – средняя линия треугольника. Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь трапеции AMNC.

$$SMBN = \frac{1}{4} SABC$$
$$SMBN = \frac{1}{4} \cdot 40$$



Дан треугольник ABC. MN – средняя линия треугольника. Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь трапеции AMNC.

SMBN = 
$$\frac{1}{4}$$
 SABC  
SMBN =  $\frac{1}{4} \cdot 40$   
SMBN = 10  
SAMNC = SABC - SMBN



Дан треугольник ABC. MN – средняя линия треугольника. Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь трапеции AMNC.

#### Решение:

$$SMBN = \frac{1}{4}SABC$$

$$SMBN = \frac{1}{4} \cdot 40$$

$$SMBN = 10$$

$$SAMNC = SABC - SMBN$$

$$SAMNC = 40 - 10$$

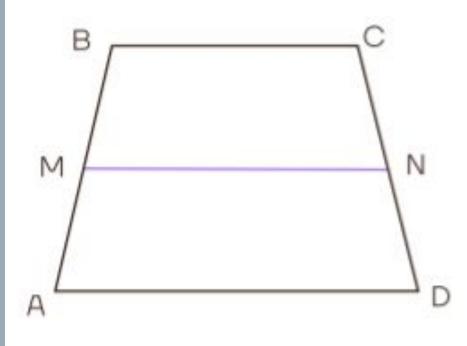
$$SAMNC = 30$$

Ответ: 30.

# СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

ТРАПЕЦИЯ

# СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



**Трапеция** - четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, две — нет.

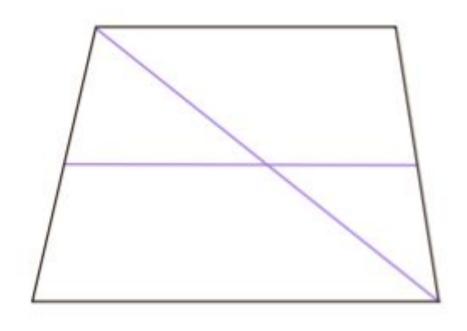
**Средняя линия трапеции** – отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

Средняя линия трапеции параллельна основаниям: MN II BC II AD

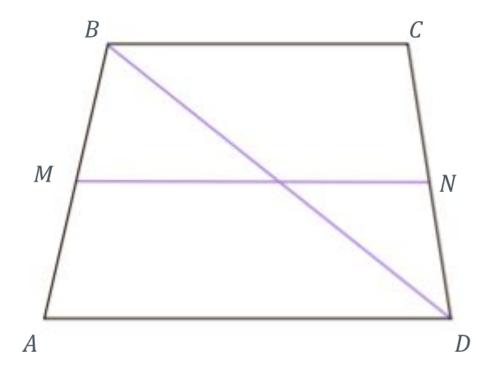
ФОРМУЛА СРЕДНЕЙ ЛИНИИ:

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

# ЗАДАНИЕ №17 ИЗ ОГЭ



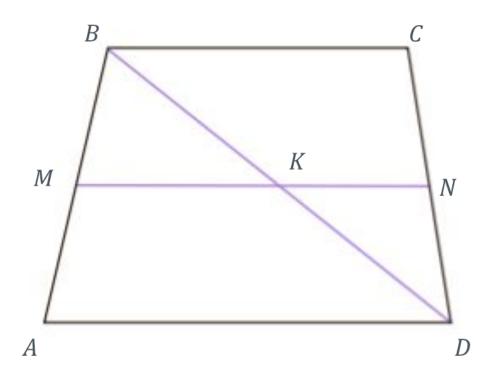
Дана трапеция, основания которой равны 16 и 20. В трапеции проведена диагональ. Найдите наименьший из отрезков, на которые делит диагональ среднюю линию.



Дана трапеция, основания которой равны 16 и 20. В трапеции проведена диагональ. Найдите наименьший из отрезков, на которые делит диагональ среднюю линию.

#### Решение:

В трапеции ABCD есть 2 треугольника: ABD и BCD. Можем найти средние линии каждого треугольника и узнать наименьшую.



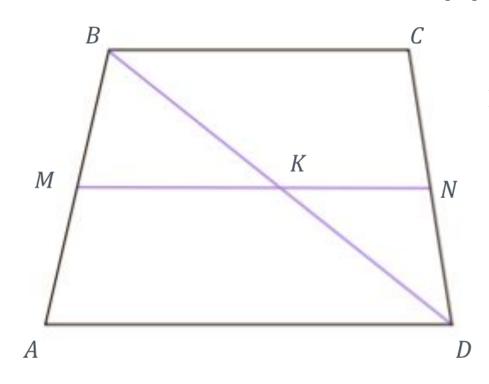
Дана трапеция, основания которой равны 16 и 20. В трапеции проведена диагональ. Найдите наименьший из отрезков, на которые делит диагональ среднюю линию.

#### Решение:

В трапеции ABCD есть 2 треугольника: ABD и BCD.

Можем найти средние линии каждого треугольника и узнать наименьшую.

$$MK = \frac{AD}{2}$$
$$KN = \frac{BC}{2}$$



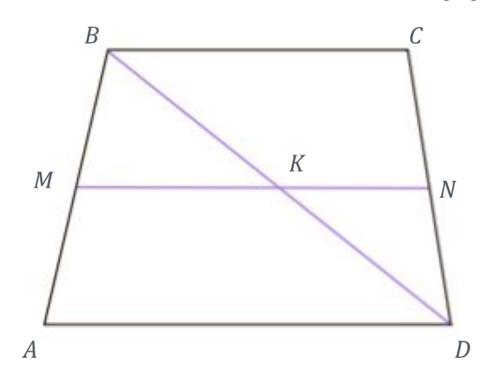
Дана трапеция, основания которой равны 16 и 20. В трапеции проведена диагональ. Найдите наименьший из отрезков, на которые делит диагональ среднюю линию.

#### Решение:

В трапеции ABCD есть 2 треугольника: ABD и BCD.

Можем найти средние линии каждого треугольника и узнать наименьшую.

MK = 
$$\frac{AD}{2}$$
 MK =  $\frac{20}{2}$  = 10  
KN =  $\frac{BC}{2}$  KN =  $\frac{16}{2}$  = 8



Дана трапеция, основания которой равны 16 и 20. В трапеции проведена диагональ. Найдите наименьший из отрезков, на которые делит диагональ среднюю линию.

#### Решение:

В трапеции ABCD есть 2 треугольника: ABD и BCD.

Можем найти средние линии каждого треугольника и узнать наименьшую.

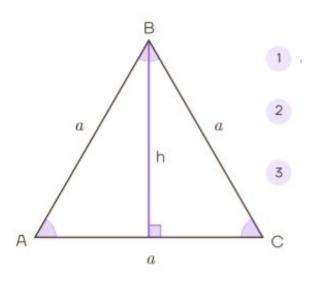
MK = 
$$\frac{AD}{2}$$
 MK =  $\frac{20}{2}$  = 10  
KN =  $\frac{BC}{2}$  KN =  $\frac{16}{2}$  = 8

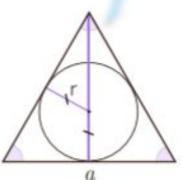
Наименьший отрезок – KN. Его длина и будет ответом.

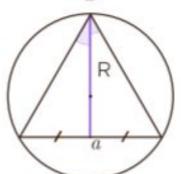
OTBET: 8

# РАВНОСТОРОНИИ ТРЕУГОЛЬНИК

## РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК







1. 
$$AB = BC = CA = a -$$

2. 
$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^{\circ}$$

3. 
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$
 (h — высота равностороннего треугольника, а а — сторона равностороннего треугольника)

ФОРМУЛА НЕ ДАЁТСЯ НА ОГЭ. НАДО ЗАПОМНИТЬ.

4. 
$$r = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$
, где r – радиус ВПИСАННОЙ окружности, а - сторона равностороннего треугольника

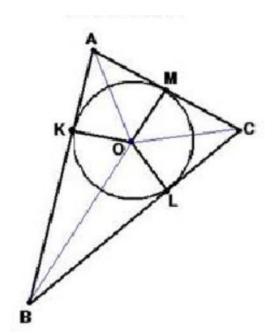
ФОРМУЛА НЕ ДАЁТСЯ НА ОГЭ. НАДО ЗАПОМНИТЬ.

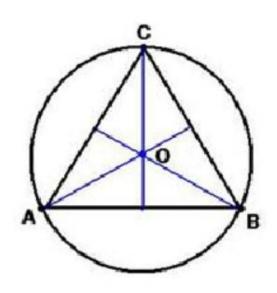
5. 
$$R = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$
, где  $R$  – радиус ОПИСАННОЙ окружности, а - сторона равностороннего треугольника.

ФОРМУЛА НЕ ДАЁТСЯ НА ОГЭ. НАДО ЗАПОМНИТЬ.

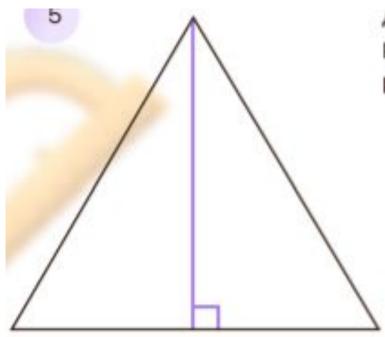
### ОКРУЖНОСТЬ.

- > Вписанная окружность окружность, которая касается всех СТОРОН фигуры.
- Описанная окружность окружность, которая проходит через все ВЕРШИНЫ фигуры.





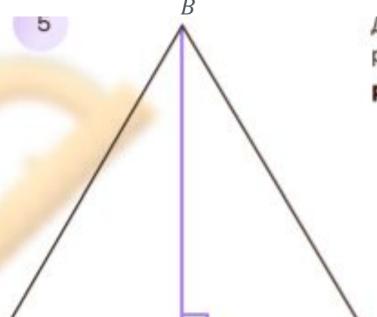
# ЗАДАНИЕ №15 ИЗ ОГЭ



Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $16\sqrt{3}$ . Найди высоту этого треугольника.

 $\boldsymbol{A}$ 

# ЗАДАНИЕ №5



H

Д

Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $6\sqrt{3}$ . Найди высоту этого треугольника.

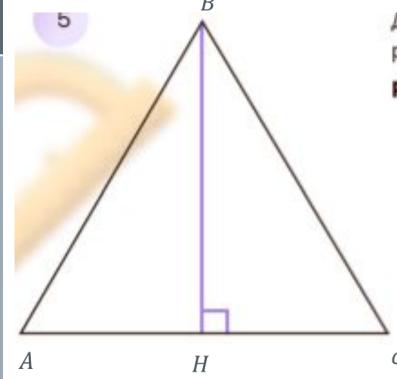
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Д

Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $6\sqrt{3}$ . Найди высоту этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{1}$$

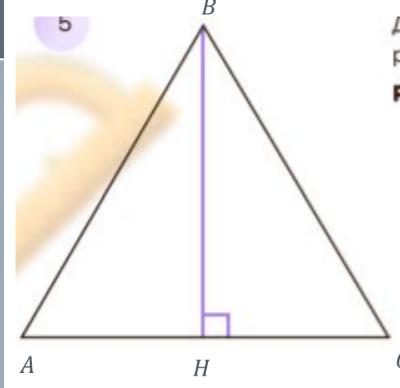


Д

Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $6\sqrt{3}$ . Найди высоту этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{1}$$
$$h = \frac{16}{2} = 8$$



 $\boldsymbol{A}$ 

H

## ЗАДАНИЕ №5

Д

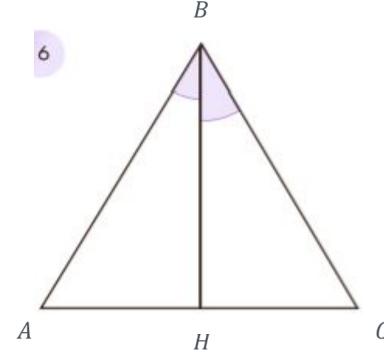
Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $6\sqrt{3}$ . Найди высоту этого треугольника.

#### Решение:

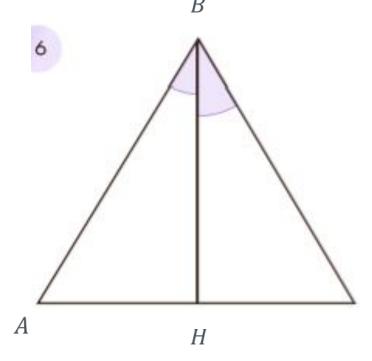
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{1}$$
$$h = \frac{16}{2} = 8$$

Ответ:8



Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

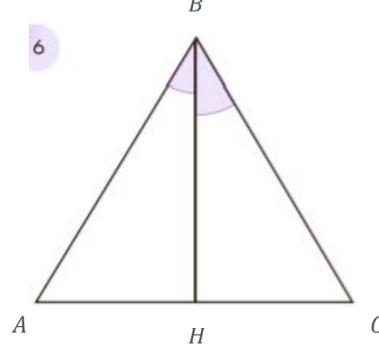


Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

#### Решение:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

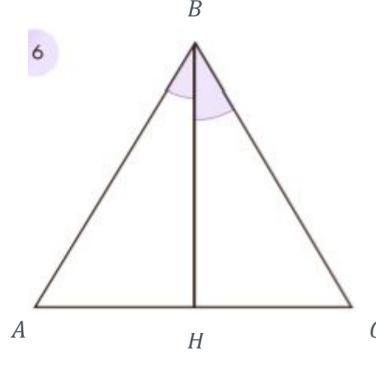
C.



Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

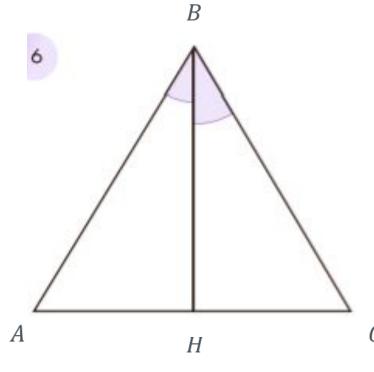
$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 5\sqrt{3}$$



Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 5\sqrt{3}$$
$$a = 5\sqrt{3} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$



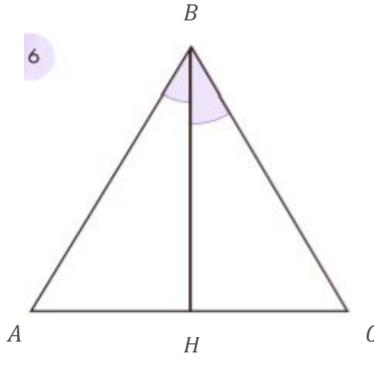
Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 5\sqrt{3}$$

$$a = 5\sqrt{3} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 10$$



Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $5\sqrt{3}$ . Найди сторону этого треугольника.

#### Решение:

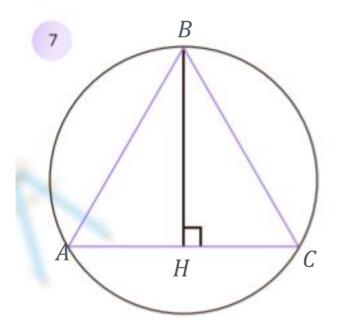
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 5\sqrt{3}$$

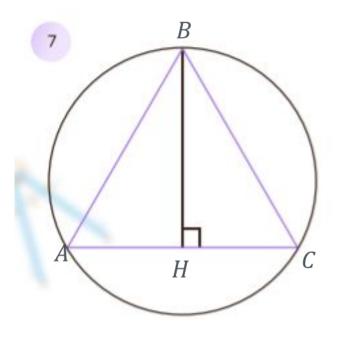
$$a = 5\sqrt{3} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 10$$

Ответ: 10

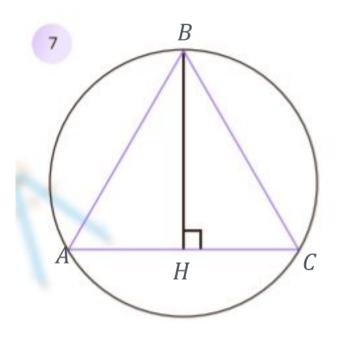


Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.



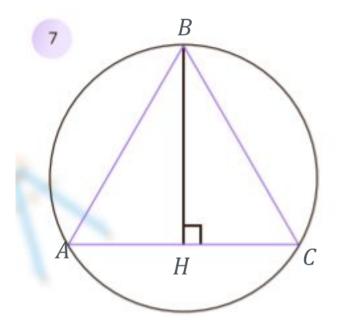
Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$



Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$
$$\frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$



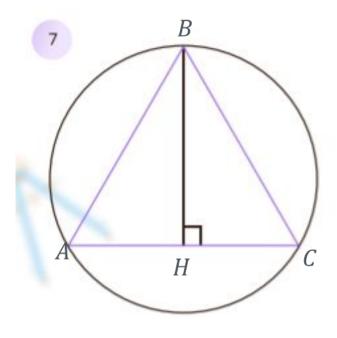
Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$

$$a = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

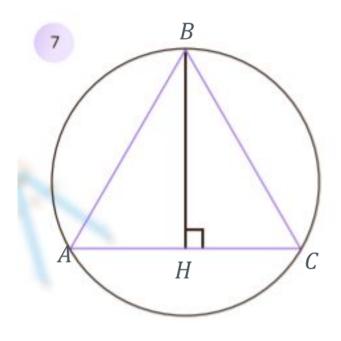
Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$

$$a = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$



Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

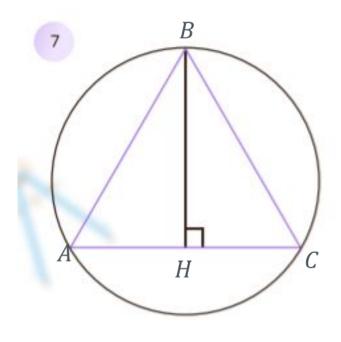
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{24}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$

$$a = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$



Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{24}{\sqrt{3}}$$

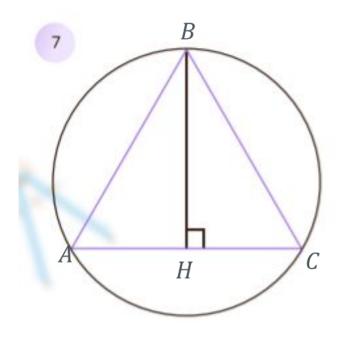
$$h = 12$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$

$$a = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$



h = 12

Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен 8. Найди высоту этого треугольника.

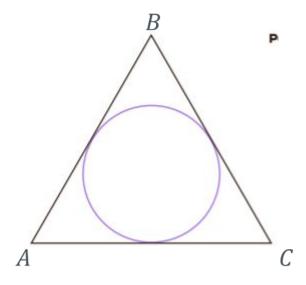
#### Решение:

$$a = \frac{\sqrt{3}}{3}a = 8$$

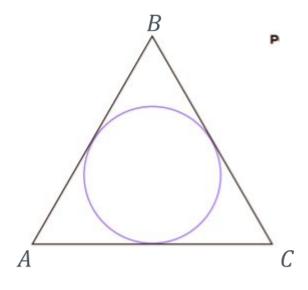
$$a = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

Ответ: 12

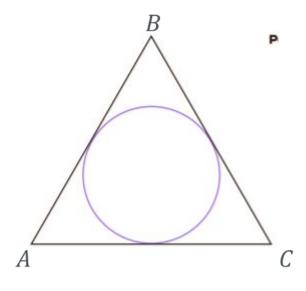


В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $9\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.



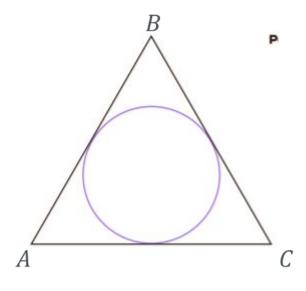
В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $9\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$



В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $9\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$
$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 9\sqrt{3}$$
$$a = \frac{9\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$



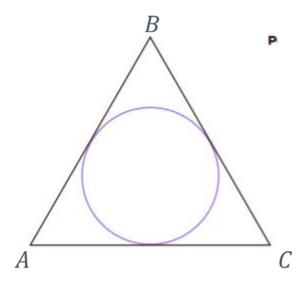
В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $9\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 9\sqrt{3}$$

$$a = \frac{9\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$a = 54$$



В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $9\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.

#### Решение:

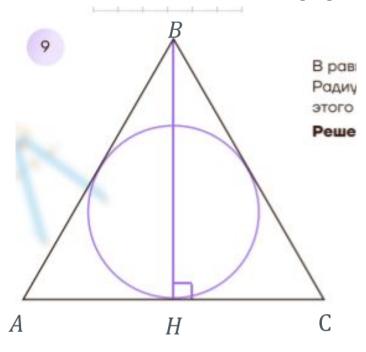
$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 9\sqrt{3}$$

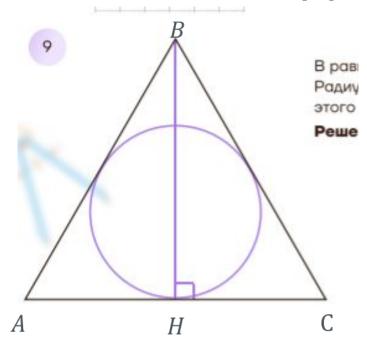
$$a = \frac{9\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$a = 54$$

Ответ: 54

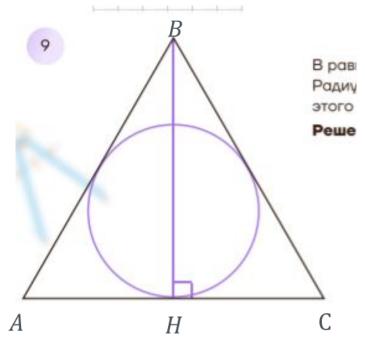


В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.



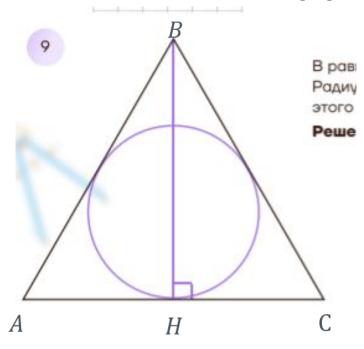
В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$



В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$
$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 12$$

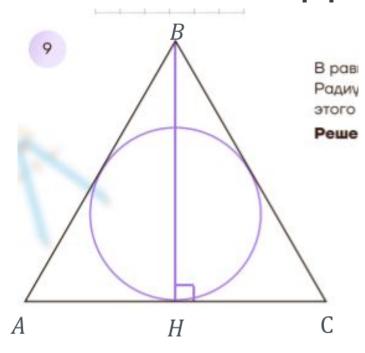


В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 12$$

$$a = \frac{12}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$



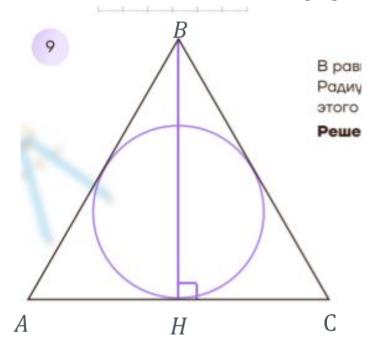
В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 12$$

$$a = \frac{12}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{72}{\sqrt{3}}$$



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{72}{\sqrt{3}}$$

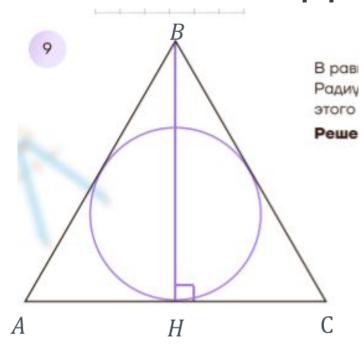
В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 12$$

$$a = \frac{12}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{72}{\sqrt{3}}$$



В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен 12. Найди высоту этого треугольника.

#### Решение:

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a = 12$$

$$a = \frac{12}{1} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{72}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

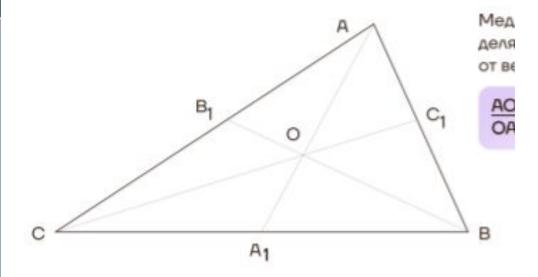
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{72}{\sqrt{3}}$$

$$h = 36$$

Ответ: 36

# СВОЙСТВО МЕДИАН

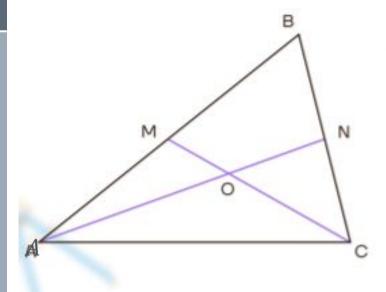
## Свойство медиан



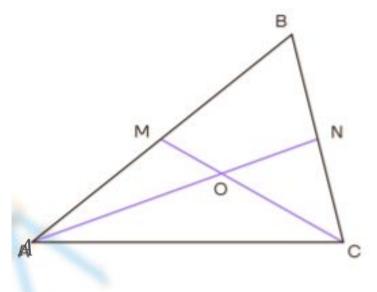
Медианы в точке пересечения делятся в отношении 2 к 1, считая от вершины.

**Медиана** – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны, делящий стороны пополам.

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{CO}{OC_1} = \frac{2}{1}$$



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.



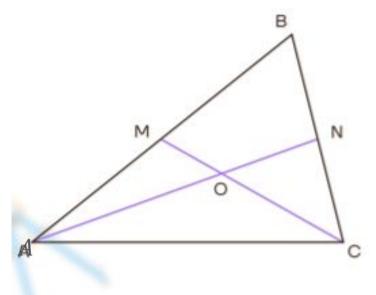
Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

ON = x

AO = 2x

AN = 27



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

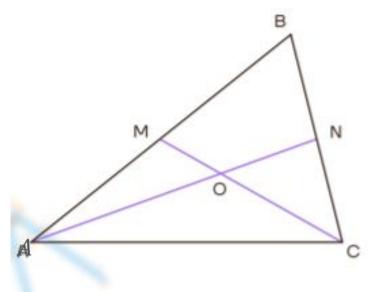
ON = x

AO = 2x

AN = 27

AN = AO + ON

27 = 2x + x



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

ON = x

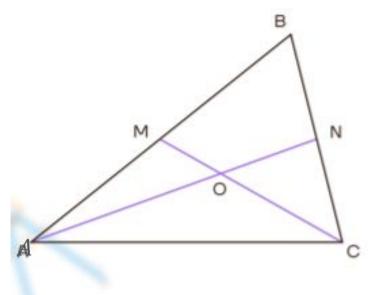
AO = 2x

AN = 27

AN = AO + ON

27 = 2x + x

3x = 27



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

ON = x

AO = 2x

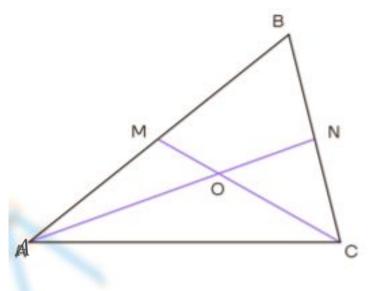
AN = 27

AN = AO + ON

27 = 2x + x

3x = 27

X = 9 - ON



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

ON = x

AO = 2x

AN = 27

AN = AO + ON

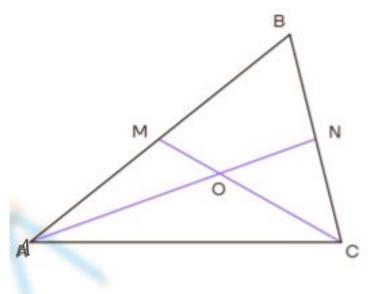
27 = 2x + x

3x = 27

X = 9 - ON

AO = 2x

 $AO = 9 \cdot 2$ 



Точки М и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN = 27, CM = 18. Найдите AO.

#### Решение:

ON = x

AO = 2x

AN = 27

AN = AO + ON

27 = 2x + x

3x = 27

X = 9 - ON

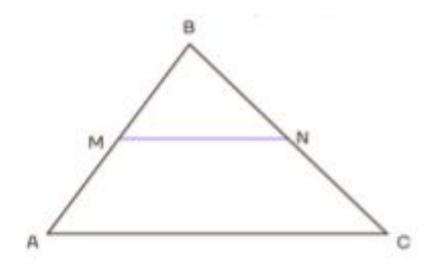
AO = 2x

 $AO = 9 \cdot 2$ 

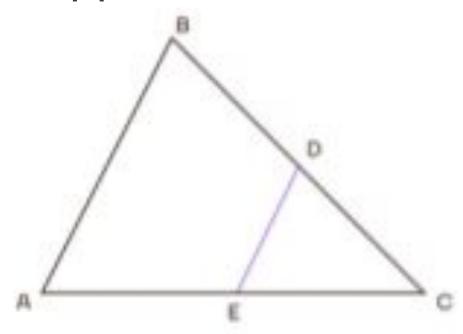
AO = 18

Ответ: 18.

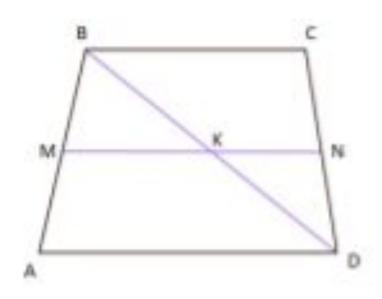
## ДОМАШНЯЯ РАБОТА



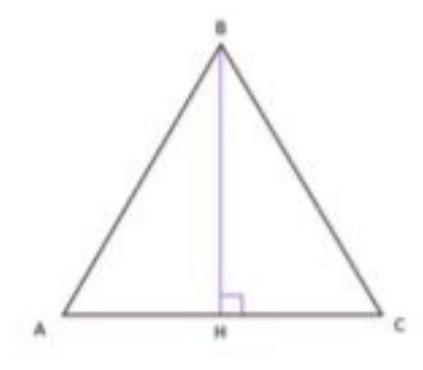
Дан треугольник ABC. На сторонах AB и BC взяты точки M и N, которые являются серединами сторон AB и BC соответственно. Найдите длину MN, если известно, что сторона AB равна 24, сторона AC равна 28, сторона BC равна 32.



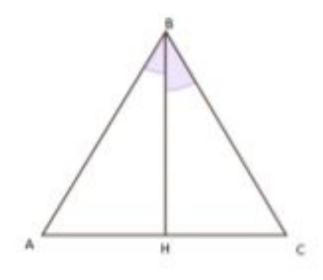
Дан треугольник ABC. DE – средняя линяя треугольника. Площадь треугольника CDE равна 21. Найдите площадь треугольника ABC.



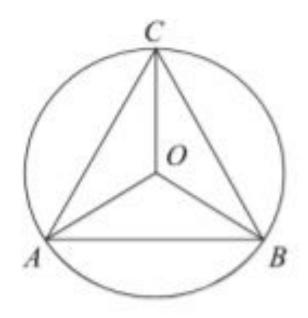
Дана трапеция, основания которой равны 22 и 34. В трапеции проведена диагональ. Найди меньший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции диагональ.



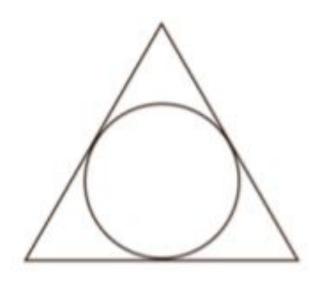
Дан равносторонний треугольник, сторона которого равна  $24\sqrt{3}$  . Найди высоту этого треугольника.



Известно, что биссектриса равностороннего треугольника равна  $12\sqrt{3}$  . Найди сторону этого треугольника.



Около равностороннего треугольника описали окружность. Радиус этой окружности равен  $7\sqrt{3}$  . Найди сторону этого треугольника.



В равносторонний треугольник вписали окружность. Радиус этой окружности равен  $15\sqrt{3}$ . Найди длину стороны этого треугольника.