

Раздел 6
Основы квантовой статистики и физики
твёрдого тела

Тема 33
Основы зонной теории твёрдого тела

Лекция 2:
Электропроводность металлов

Цель лекции – познакомиться с понятием эффективной массы электрона и с особенностями электропроводности металлов

Вопросы лекции:

1. Эффективная масса электрона в металле
2. Понятие о квантовой теории электропроводности металлов
3. Сверхпроводимость

Литература:

БЭУ п. 33.5; Доп. [1, стр. 450-456].

Техническое обеспечение:

Комплект мультимедийных средств обучения.
База данных анимаций физических процессов.

33.3. Эффективная масса электрона в металле

Уравнение движения электрона в кристалле под действием внешнего поля

Электрон находится в периодическом поле кристалла под действием внешнего электрического поля E .

На электрон действует сила:

$$F = -eE$$
, направленная против сил внешнего поля.

Групповая скорость частицы

Для свободной частицы:

$$W = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dW}{dk}$$

Ускорение:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{dW}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dk} \left(\frac{dW}{dt} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dk} (Fv) = \frac{F}{\hbar^2} \frac{d^2W}{dk^2}$$

$$a = \frac{F}{\hbar^2} \frac{d^2W}{dk^2}$$

Обозначим:

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2W}{dk^2} \right)} \quad (33.1)$$

$$m^* a = F \quad (33.2)$$

Уравнение (33.2) – классическое уравнение динамики для свободной частицы.

Эффективная масса вводится так, чтобы в ней учитывалось действие на электрон внутреннего поля кристалла

Вывод: электрон в поле решетки можно рассматривать как свободную частицу, движущуюся под влиянием только внешнего поля, но при этом под его массой нужно понимать величину (33.1) – эффективная масса электрона.

Введение в зонную теорию эффективной массы электрона позволяет:

- учитывать действие на электроны проводимости не только внешнего поля, но и действие внутреннего поля кристалла;
- рассматривать движение электронов проводимости во внешнем поле как движение свободных частиц.

33.4. Понятие о квантовой теории электропроводности металлов

Классическая теория электропроводности металлов

Предположения:

1. Носители тока в металле – все свободные электроны;
2. Движение отдельных электронов описывается законами классической механики;
3. Электронный газ – идеальный газ, подчиняющийся распределению Максвелла-Больцмана.



Пауль Друде
1863-1906

Удельная проводимость металла:

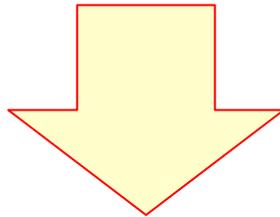
$$\sigma = \frac{ne^2}{2m} \cdot \frac{d\sqrt{\pi m}}{8k} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Удельное сопротивление металла:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \sim \sqrt{T}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \sim \sqrt{T}$$

Опыт – с увеличением температуры удельное сопротивление металла изменяется линейно по T !!! ???



Переход от классической теории Максвелла-Больцмана к квантово-механической модели электронного газа.

Электронный газ – вырожденный газ (не идеальный газ), подчиняющийся распределению Ферми – Дирака.

Расчет удельной проводимости, основанный на квантовой статистике (Зоммерфельд 1927 г.)

Различия:

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle \lambda_F \rangle}{m^* v_F} \quad (33.3)$$

$\langle \lambda_F \rangle$

m^*

v_F

$$v_F = \sqrt{2W_F/m^*} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Практически не зависит от температуры, т. к. нет такой зависимости для энергии Ферми!

Движущемуся в кристалле электрону соответствует волна де Бройля:

$$\lambda_F = \frac{h}{m^* v_F} \approx 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Эта волна взаимодействует с узлами кристаллической решетки, расстояние между которыми

$$r_0 \approx 10^{-10} \text{ м} < \lambda_F$$

Рассеяния волны на узлах решетки не будет, если решетка правильная – строго периодическая (неискаженная) и неподвижная.

Причины нарушения правильности решетки:

- наличие дефектов (примеси, вакансии);
- тепловые колебания решетки (есть всегда при $T > 0$).

Тепловым колебаниям решетки соответствуют упругие волны в кристалле.

Частота этих волн ν – звуковой диапазон.

Такой волне сопоставляем частицу – **фонон**, его энергия

$$W = h\nu$$

Фонон – квазичастица – существует только в среде.

Рассеяние электронной волны в кристалле – рассеяние ее на фононах!

Ослабление волны в среде - закон Бугера

$$J = J_0 e^{-\alpha x}$$

α – коэффициент ослабления интенсивности волны.

На пути $x = 1/\alpha$ интенсивность волны уменьшается в e раз.

Считаем, что средняя длина свободного пробега электрона $\langle \lambda_F \rangle = 1/\alpha$.

Коэффициент α пропорционален концентрации рассеивающих частиц – фононов, а она пропорциональна температуре T .

Точный расчет для решетки:

$$\alpha = \frac{n\pi kT}{Er_0}$$

n – концентрация атомов;

E – модуль Юнга;

r_0 – период решетки.

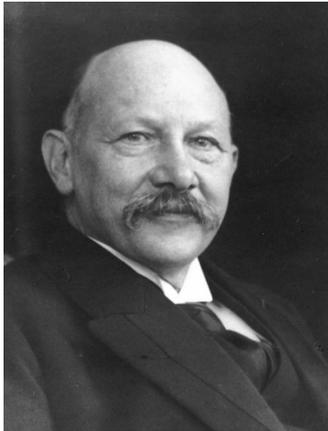
$$\langle \lambda_F \rangle = \frac{1}{\alpha}$$

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle \lambda_F \rangle}{m^* v_F} = \frac{e^2 Er_0}{m^* \pi k T v_F} \quad (33.4)$$

полное согласие с экспериментом!

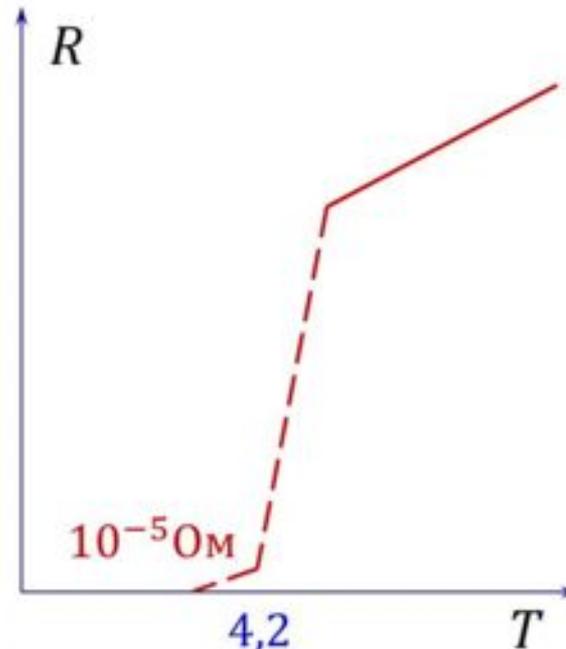
33.5. Сверхпроводимость

Сверхпроводимость – это свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определенного значения (критической температуры).



Камерлинг-Оннес
Хейке
(1853-1926) голландский
физик
Ноб. пр. 1913 г.

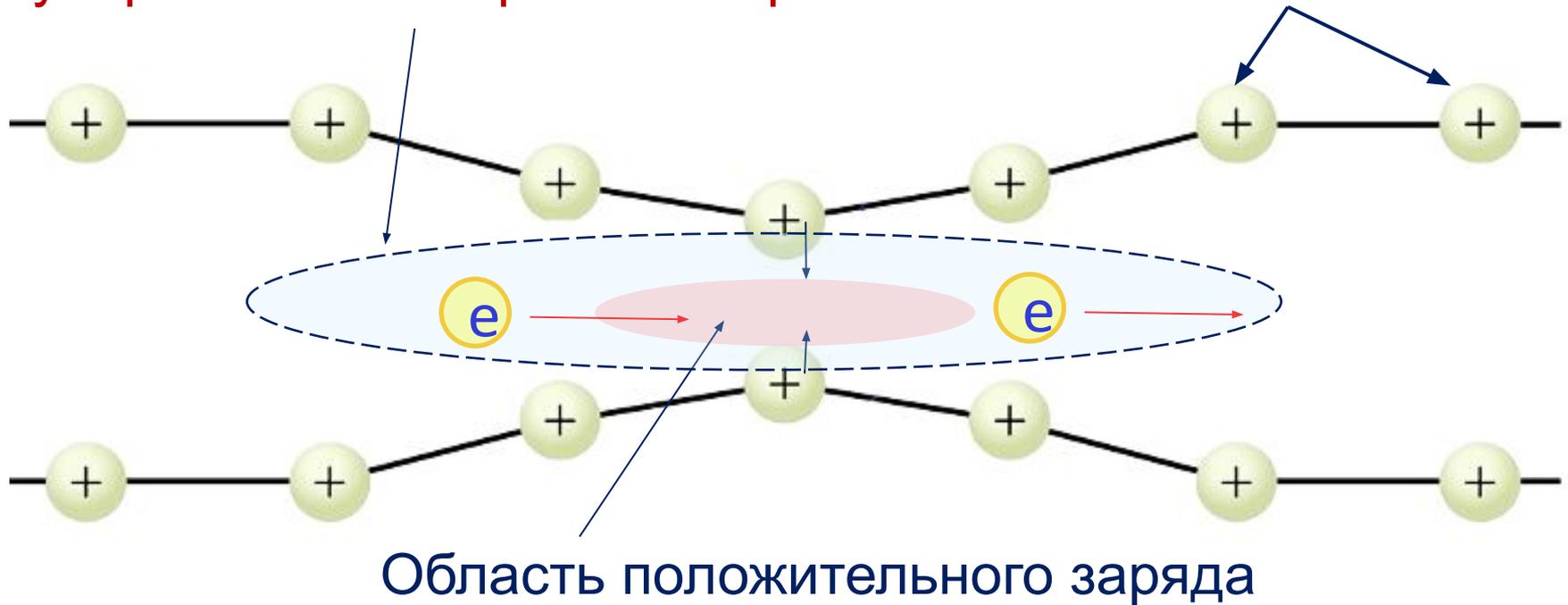
График изменения сопротивления
ртути при ее охлаждении



$T \rightarrow 0K$

Куперовская электронная пара

Узлы кристаллической
решетки (ионы)



Электроны начинают перемещаться между атомами металла парами, практически не теряя энергии в результате соударения с атомами, и электрическое сопротивление сверхпроводника устремляется к нулю.

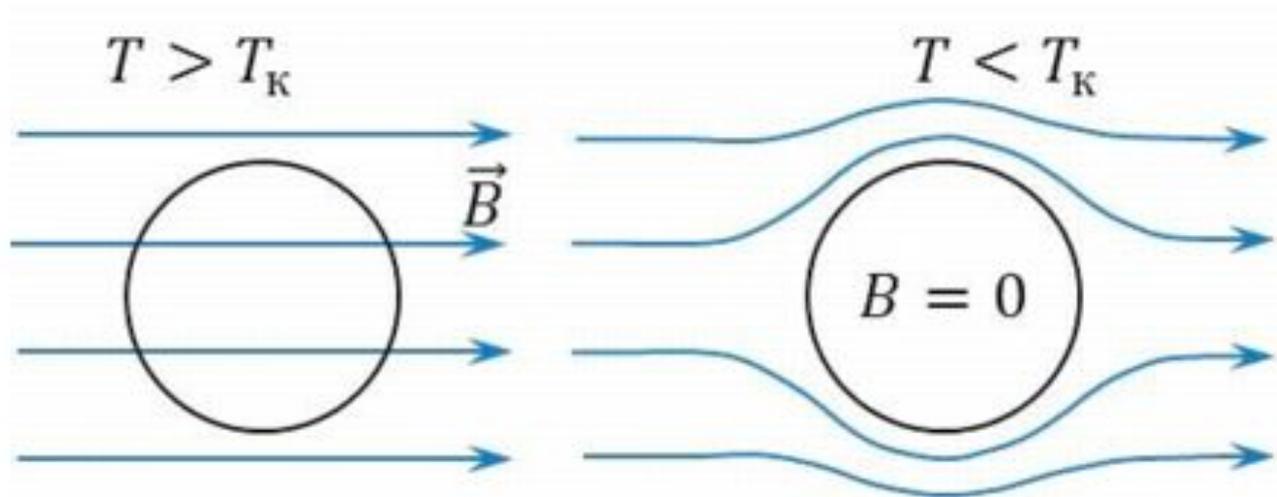
Применение сверхпроводимости

- ✓ При сверхнизких температурах ток проходит в сверхпроводниках практически без потерь.
- ✓ Создание различных кабелей, коммутационных устройств, электродвигателей, турбогенераторов и др.
- ✓ Сверхпроводники идеально подходят для создания электромагнитов. С их помощью создаётся электромагнитное поле в магнитно-резонансном томографе. Это позволяет врачам получать качественные изображения тканей внутренних органов человека в разрезе, хотя на самом деле орган не травмируется.

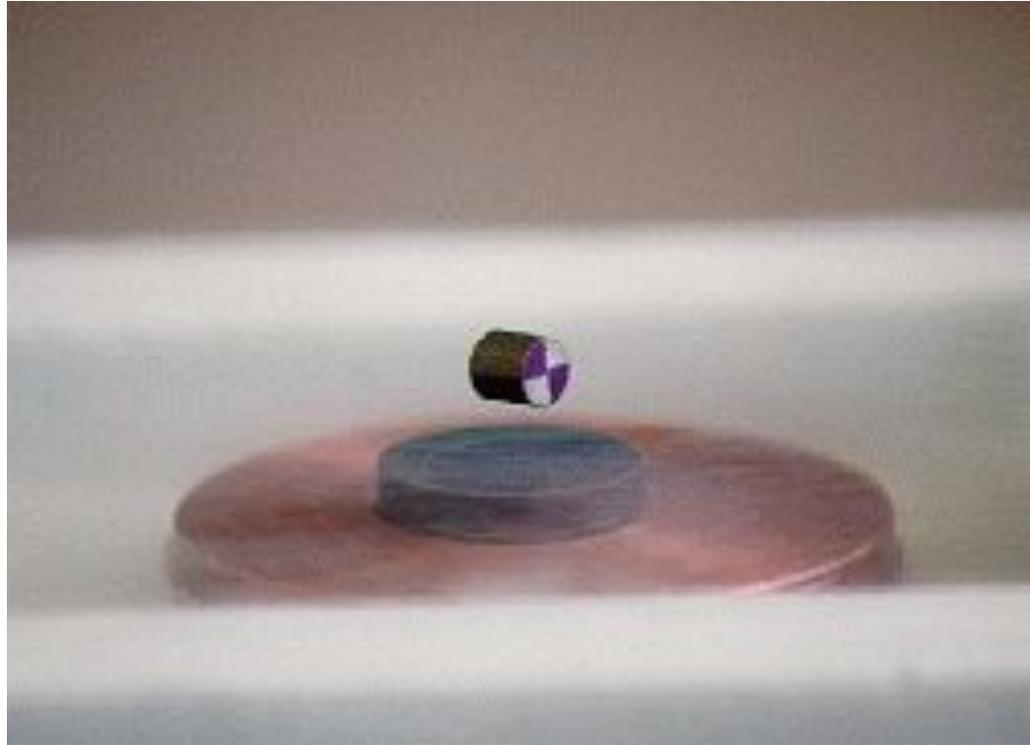
Свойство сверхпроводимости

В сверхпроводящем состоянии магнитное поле внутри сверхпроводника отсутствует!

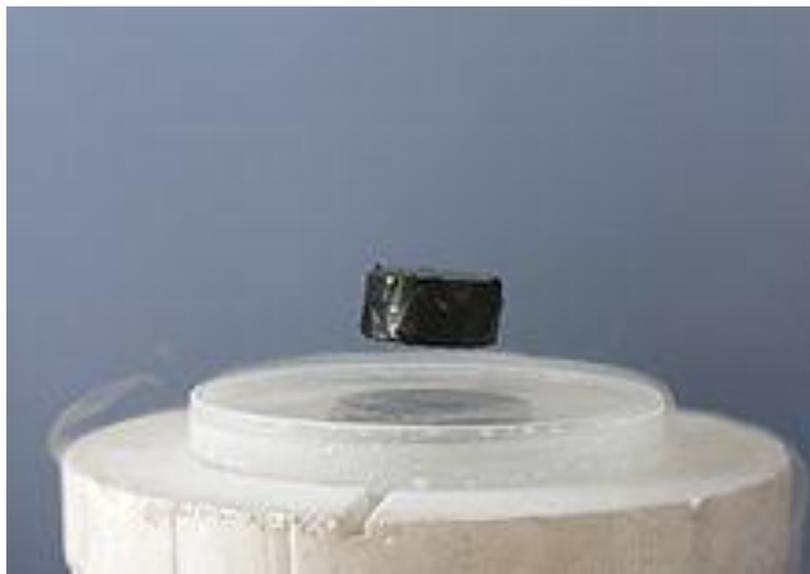
Эффект Мейсснера – при охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры магнитное поле из него вытесняется.



Эффект Мейснера



**Отталкиваясь от неподвижного сверхпроводника,
магнит всплывает сам.**



Магнит, левитирующий над высокотемпературным сверхпроводником, охлаждаемым жидким азотом

Применение:

Экранирование электромагнитных волн;
Создание поездов на магнитной катушке (электромагнитное поле рельсов отталкивается сверхпроводниками, находящимися в подвеске поезда) и т.д.

Теория СП (Н.П. Боголюбов (СССР), Дж. Бардин, Л. Купер, Дж. Шриффер (США) – «теория БКШ»).

Механизм сверхпроводимости отличается от обычной проводимости (движение отдельных электронов под действием поля и столкновение с решеткой).

Качественное физическое объяснение СП

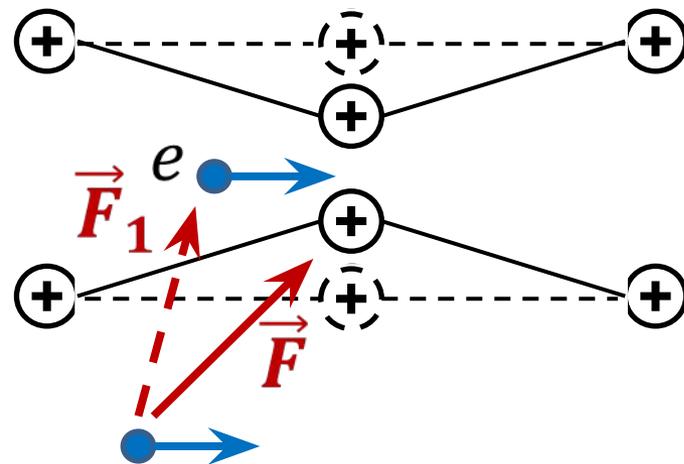
Электронный газ не считается идеальным (электроны взаимодействуют на расстоянии).

В сверхпроводнике между свободными электронами действуют не только кулоновские силы отталкивания, но и силы притяжения.

Они возникают благодаря наличию кристаллической решетки.

Двигающийся электрон притягивает к себе ионы решетки.

Возникает возмущение (поляризация решетки), которое распространяется по решетке – это фонон.



Другой электрон «чувствует» смещение положительного заряда (\vec{F}) – взаимодействует с фононом и поглощает его.

Электроны обмениваются фононами и в определенных условиях возникает сила их взаимного притяжения \vec{F}_1 .

Пара притягивающихся электронов называется куперовской парой (КП).

Электроны в КП имеют противоположные моменты импульса и спины (КП – бозон).

Расстояние между электронами в КП порядка $10^{-6} - 10^{-7}$ м, энергия их связи $10^{-3} - 10^{-4}$ эВ

$$kT \rightarrow T \sim 1^{-10} \text{ К} \quad r_0 \approx 10^{-10} \text{ м}$$

В кристалле существует много КП, которые обмениваются электронами.

Во внешнем поле КП упорядоченно движутся, тормозящийся электрон в паре заменяется другим и в целом торможение движению отсутствует.

Подтверждение такого механизма СП (образование КП):

СП наблюдается у веществ с сильной связью валентных электронов с атомом (решеткой), т. е. в обычных условиях – плохих проводников.

У хороших проводников – медь, серебро, золото и др. состояние СП не наблюдается.