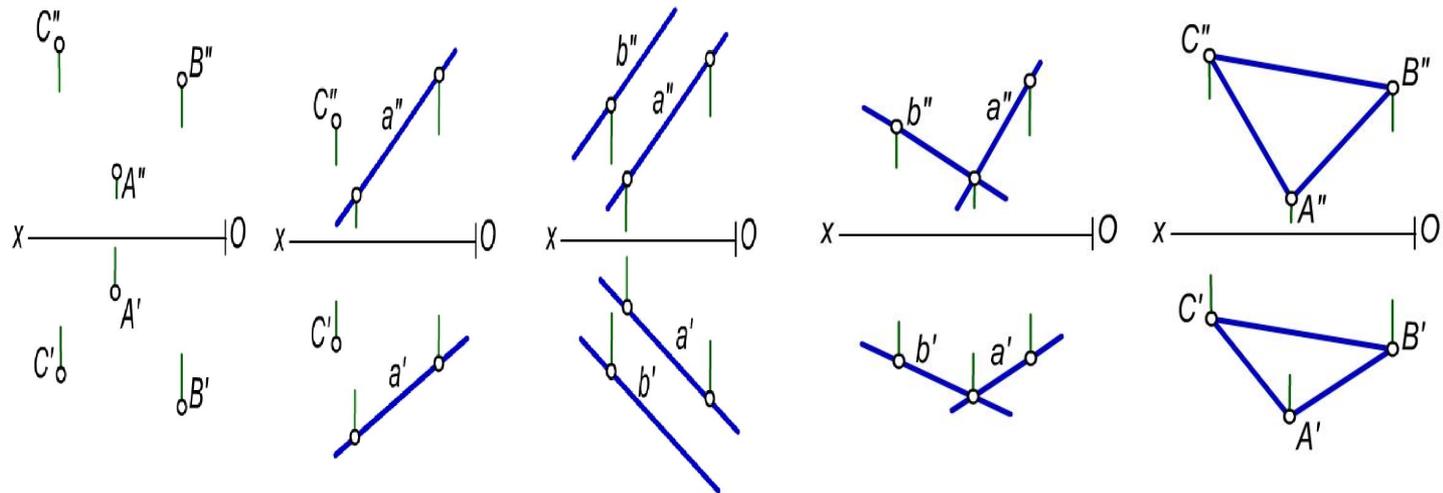
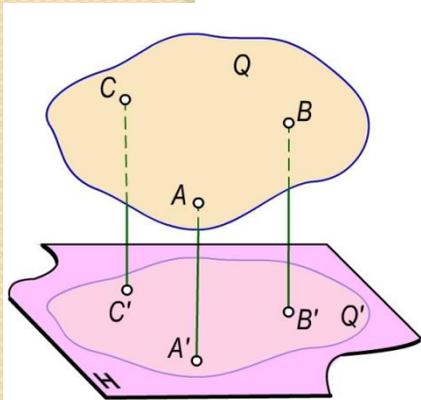


3-лекция

Тема: «ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ»

1. Задание плоскости на эюре
2. Плоскости общего положения.
3. Плоскости частного положения.
4. Следы плоскости.

Задание плоскости на эюре

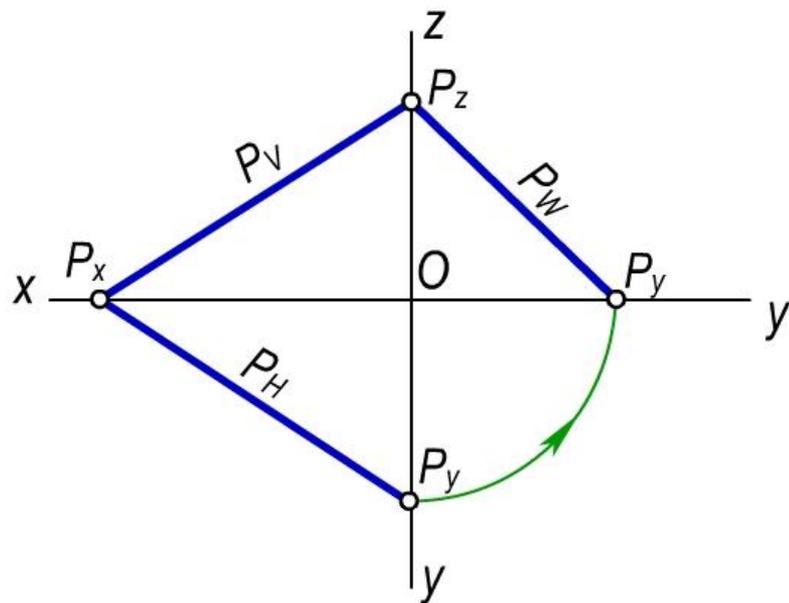
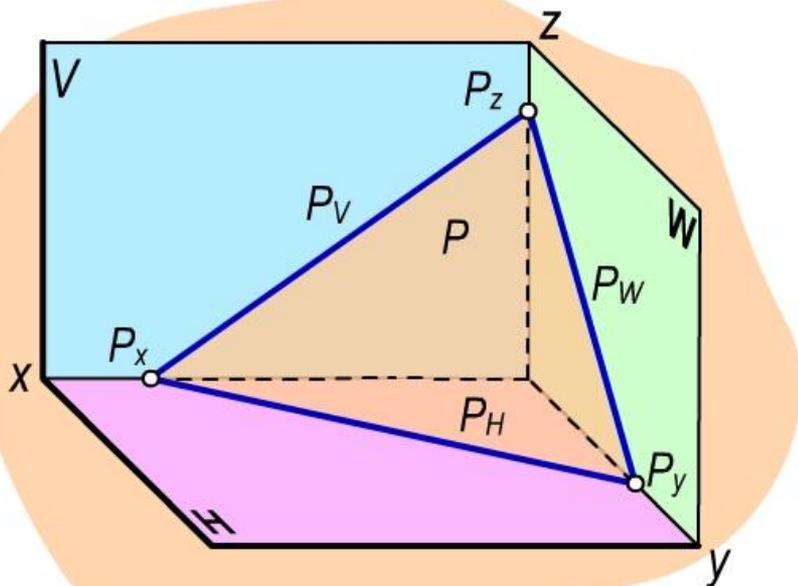


В зависимости от положения плоскости по отношению к плоскостям проекций она может занимать как **общее**, так и **частные положения**.

1. Плоскость не перпендикулярная ни одной плоскости проекций называется **плоскостью общего положения**.

Такая плоскость пересекает все плоскости проекций и имеет **три следа**:

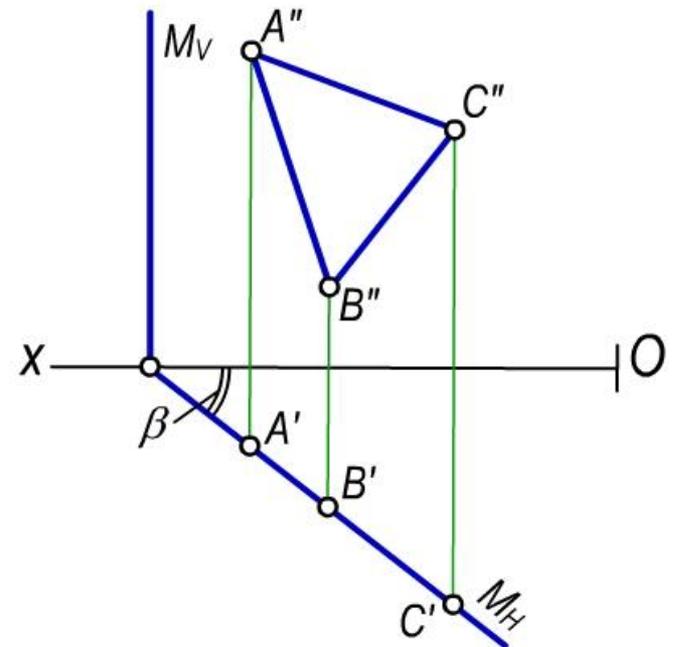
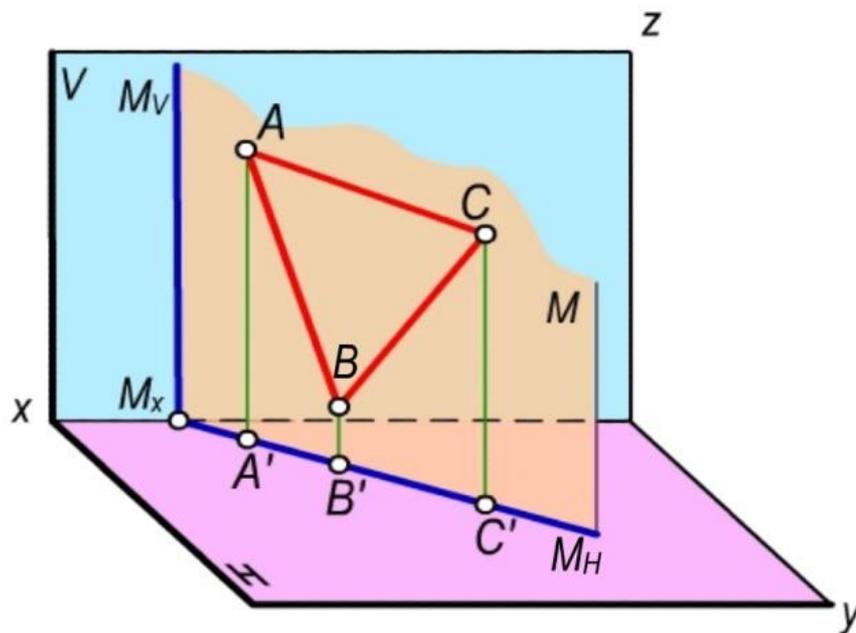
- **горизонтальный** - P_H ;
- **фронтальный** - P_V ;
- **профильный** - P_W .



Плоскости **перпендикулярные плоскостям проекций** – занимают частное положение в пространстве и называются **проецирующими**.

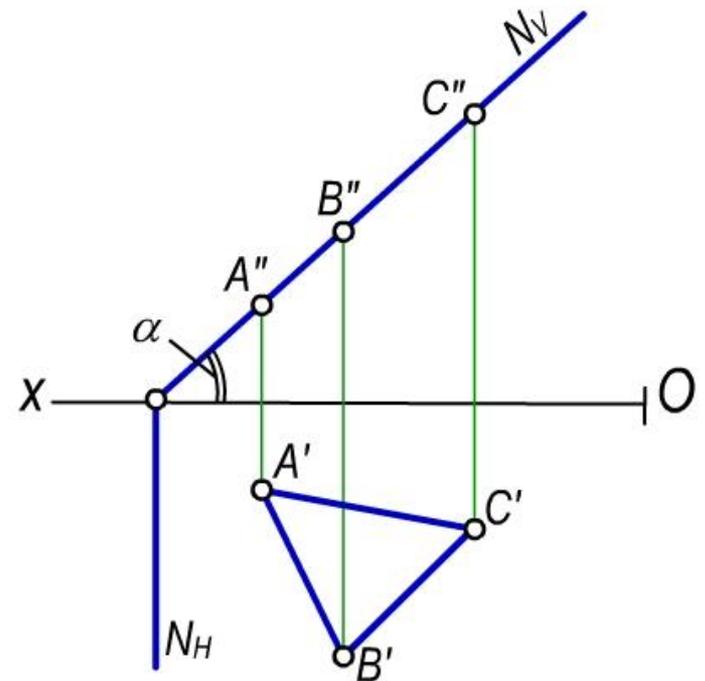
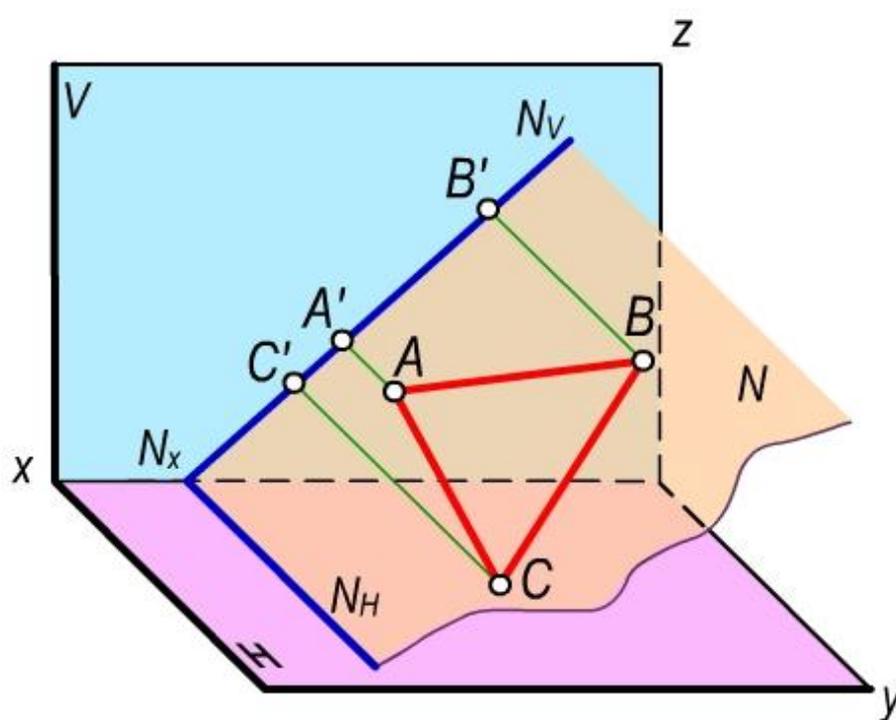
В зависимости от того, какой плоскости проекций перпендикулярна заданная плоскость, различают:

1. Плоскость перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций ($M \perp H$), называется **горизонтально-проецирующей плоскостью**. Горизонтальные проекции всех точек любых фигур в этой плоскости **совпадают с горизонтальным следом**.

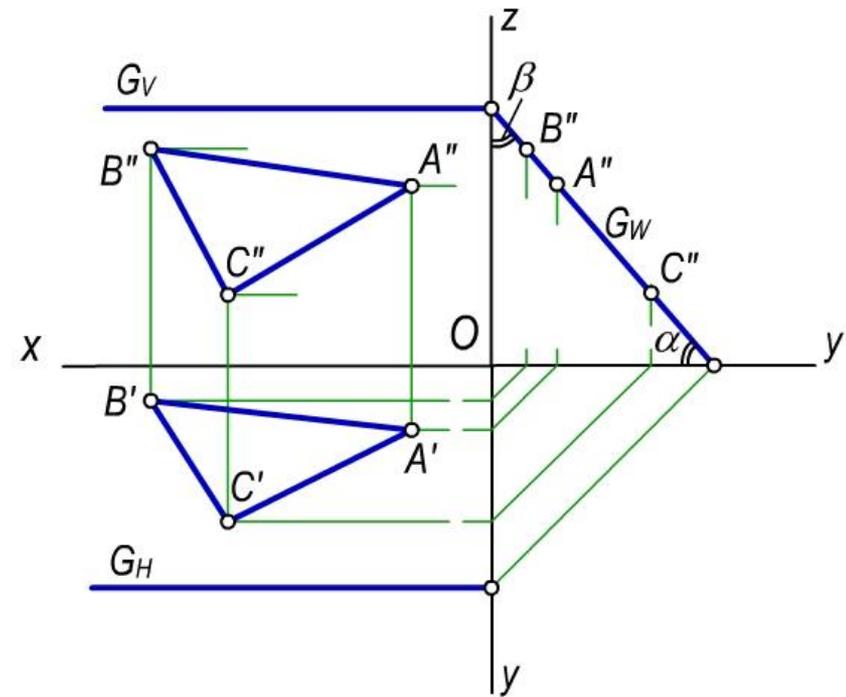
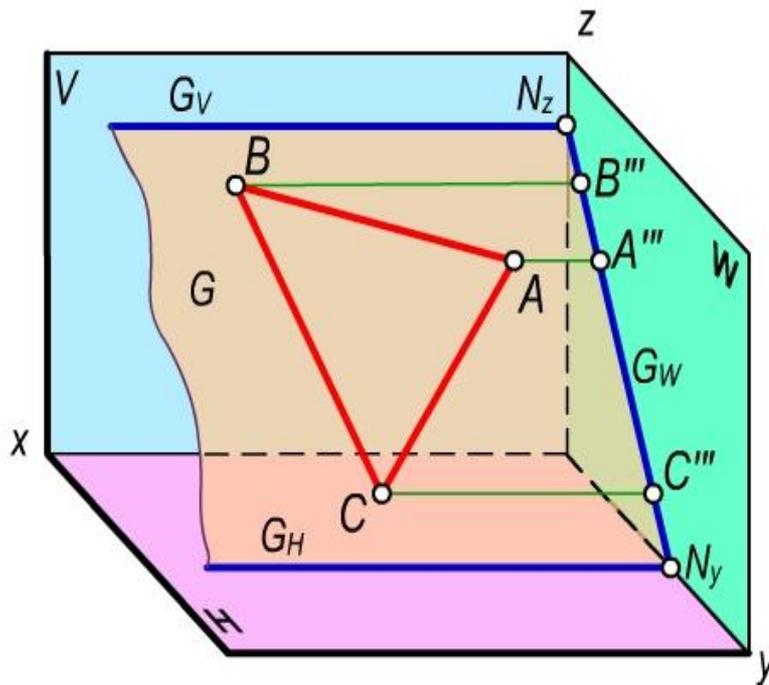


2. Плоскость перпендикулярная фронтальной плоскости проекций называется- **фронтально-проецирующей плоскостью** - $N \perp V$.

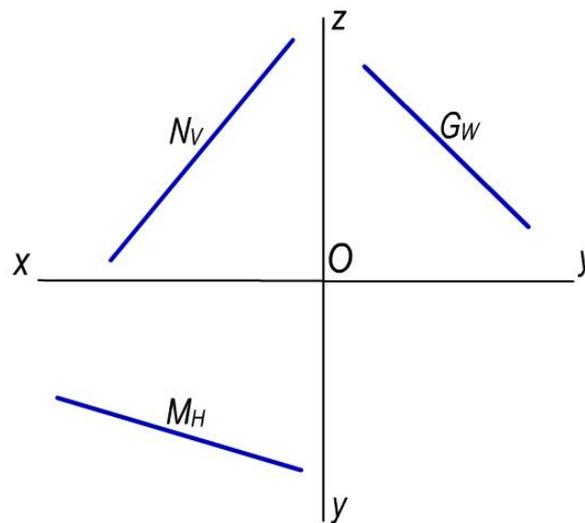
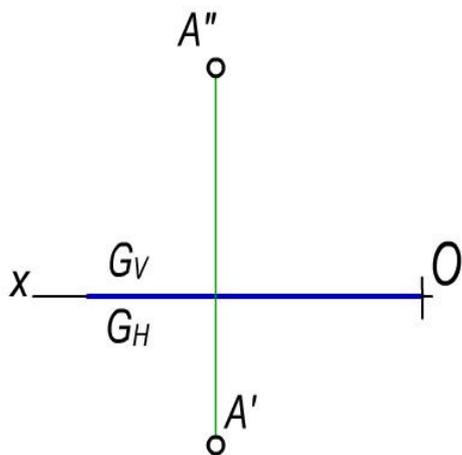
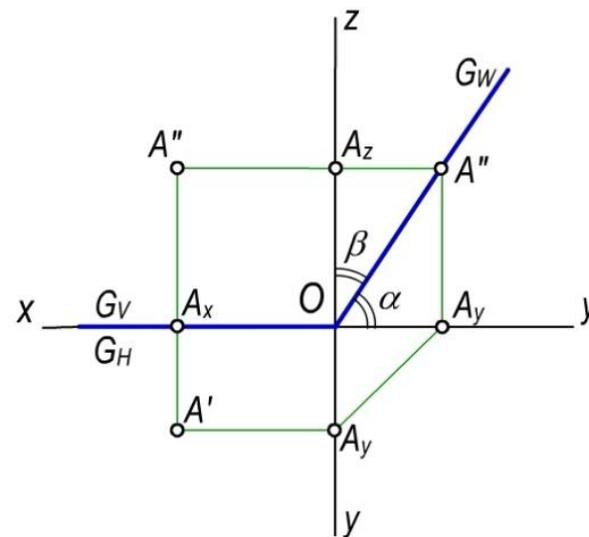
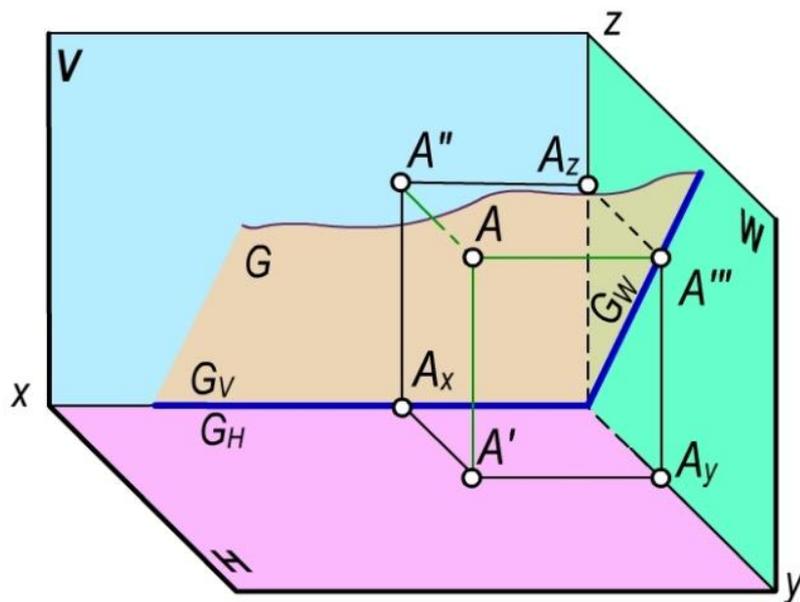
Фронтальной проекцией плоскости α является прямая линия, совпадающая со следом N_V .



3. Плоскость перпендикулярная профильной плоскости называется **профильно-проецирующей плоскостью - $G \perp W$** .



Частным случаем **профильно-проецирующей плоскости** является **биссекторная** плоскость.

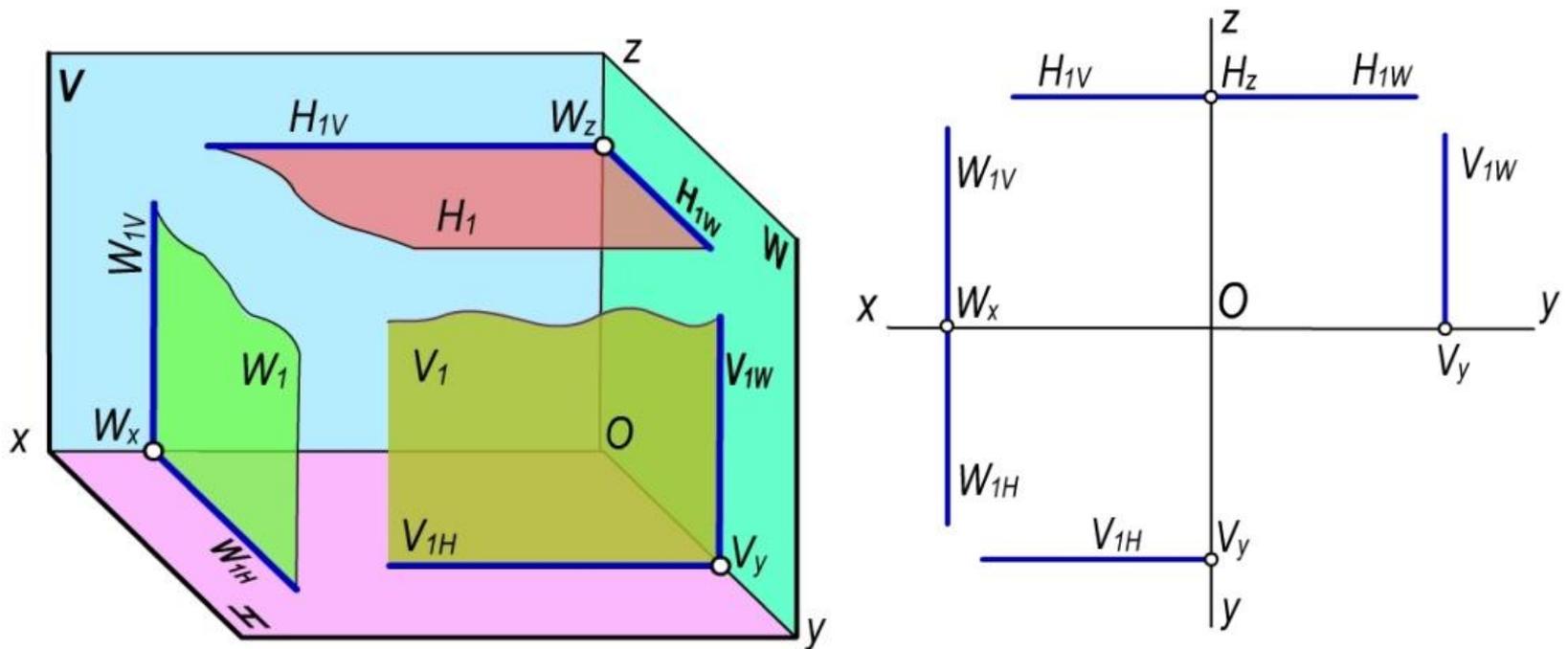


Плоскости параллельные плоскостям проекций – занимают частное положение в пространстве и называются **плоскостями уровня**.

В зависимости от того, какой плоскости параллельны исследуемая плоскость, различают:

1. **Горизонтальная плоскость** - плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций ($H_1 // H$).

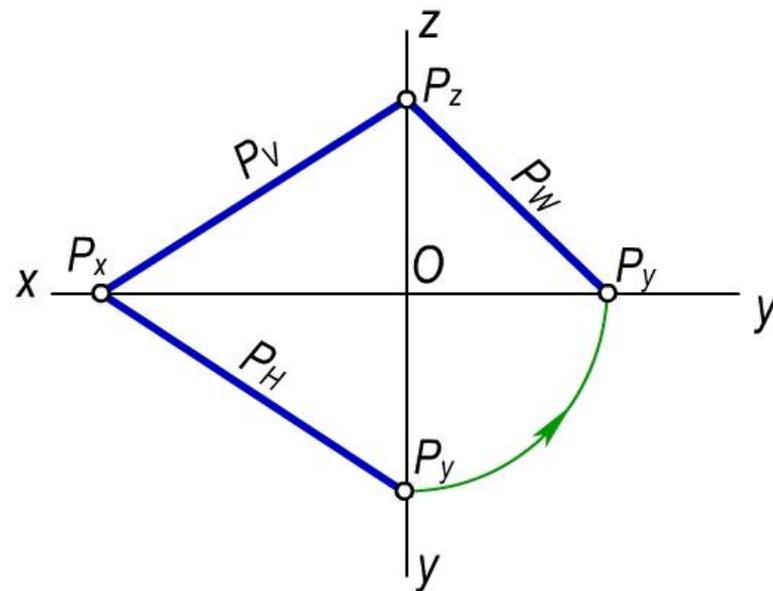
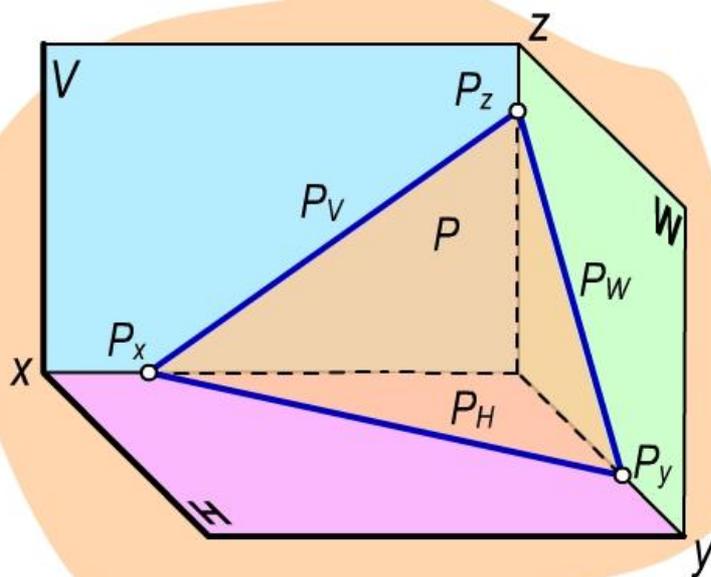
Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость H без искажения, а на плоскости V и W в прямые -следы плоскости H_{1V} и H_{1W} .



- **2. Фронтальная плоскость** - плоскость параллельная фронтальной плоскости проекций ($V_1 // V$), ($V_1 \perp H$, $V_1 \perp W$).
- Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость V без искажения, а на плоскости H и W в прямые - следы плоскости $V_1 H$ и $V_1 W$.
- **3. Профильная плоскость** - плоскость параллельная профильной плоскости проекций ($W_1 // W$), ($W_1 \perp H$, $W_1 \perp V$).
- Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость W без искажения, а на плоскости H и V в прямые - следы плоскости $W_1 H$ и $W_1 V$.

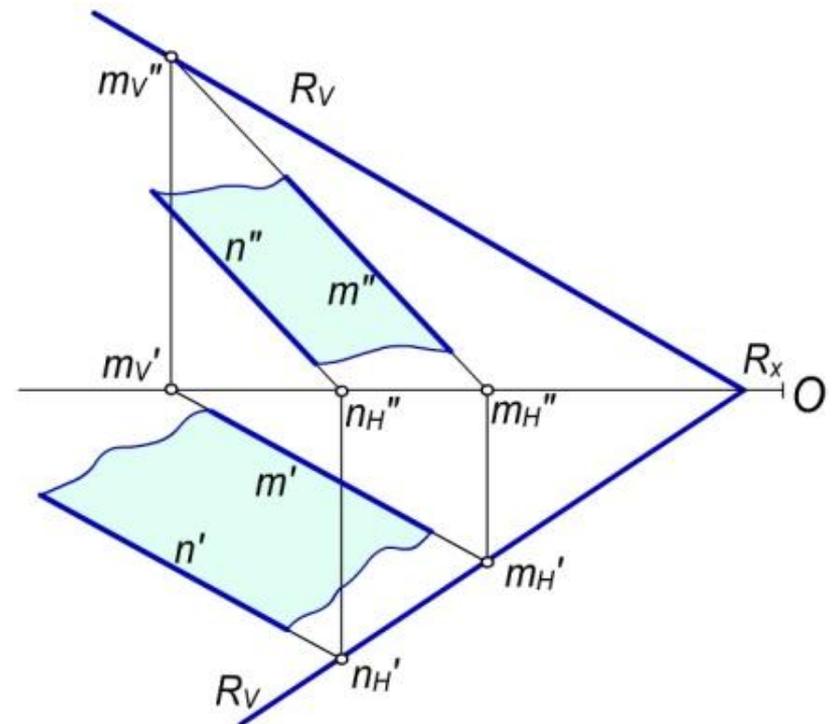
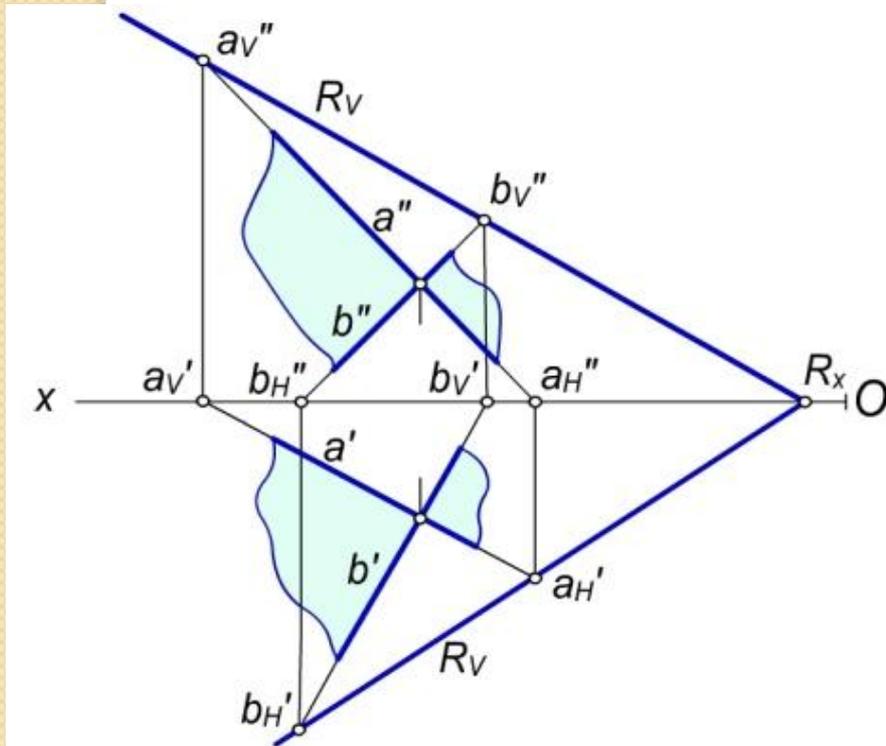
● СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

- **Следом плоскости** называется линия пересечения плоскости с плоскостями проекций.
- В зависимости от того с какой из плоскостей проекций пересекается данная, различают:
- **горизонтальный;**
- **фронтальный;**
- **профильный** следы плоскости.



Построение следов плоскости

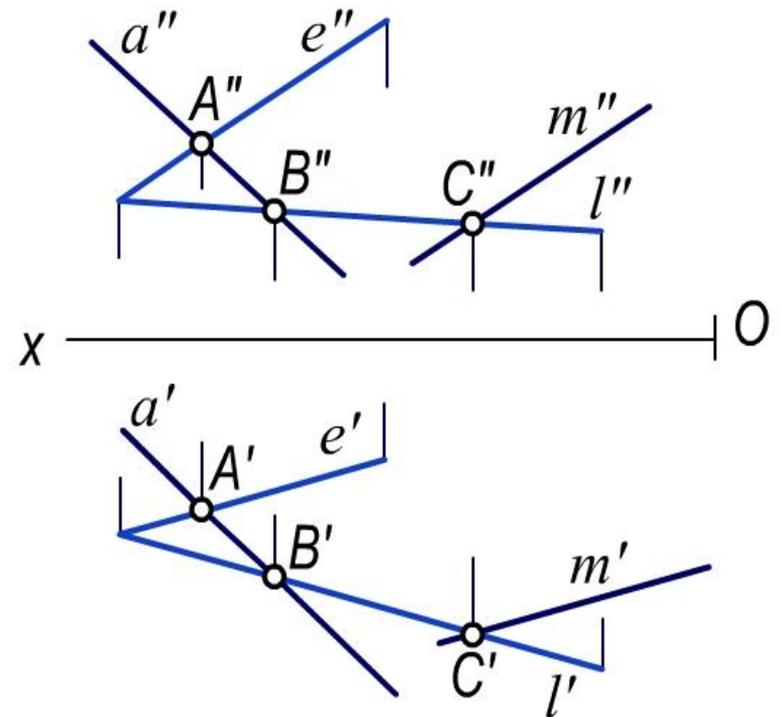
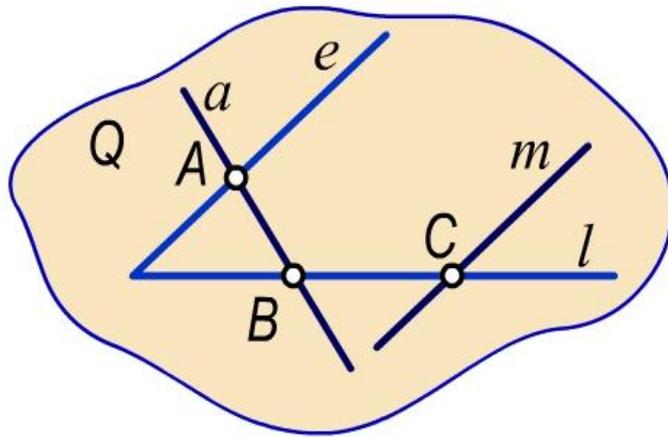
Фронтальный след плоскости R_V , построен, как прямая соединяющая две точки av'' и bv'' , являющиеся фронтальными следами соответствующих прямых, принадлежащих плоскости α .



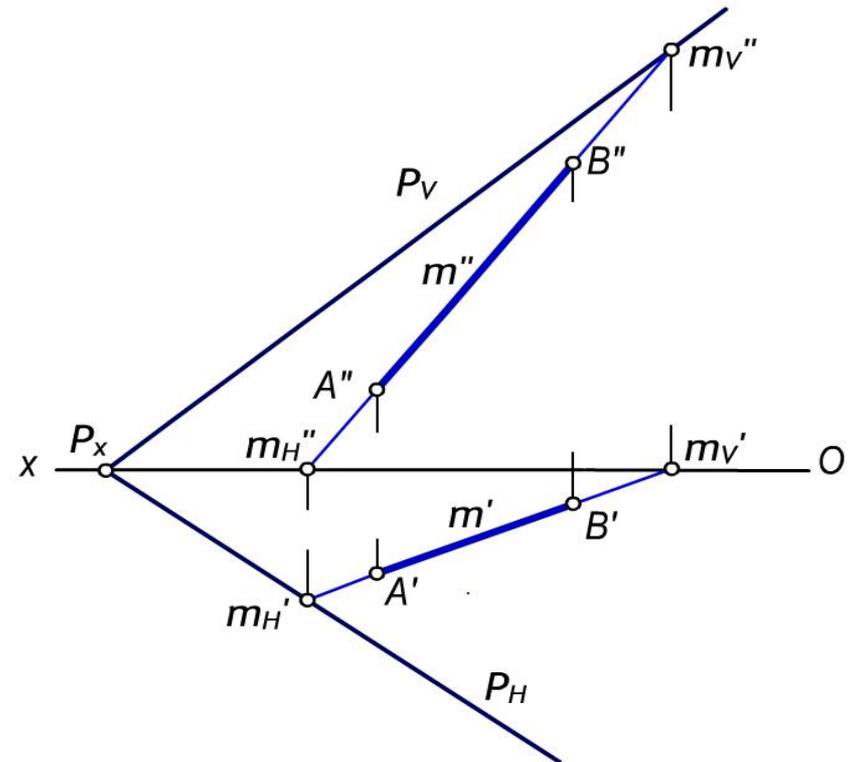
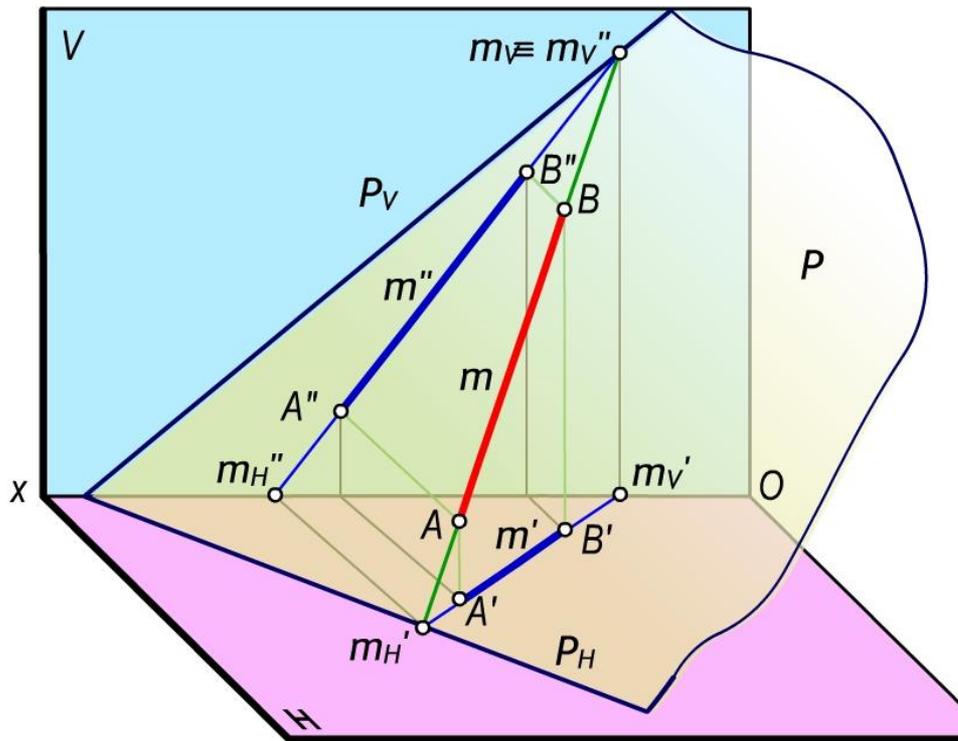
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

- Таким образом возможны три случая относительного расположения прямой и плоскости:
- Прямая принадлежит плоскости ($a \subset P$);
- Прямая параллельна плоскости ($a \parallel P$);
- Прямая пересекает плоскость ($a \cap P$), частный случай – прямая перпендикулярна плоскости ($a \perp P$).
- Рассмотрим каждый случай.

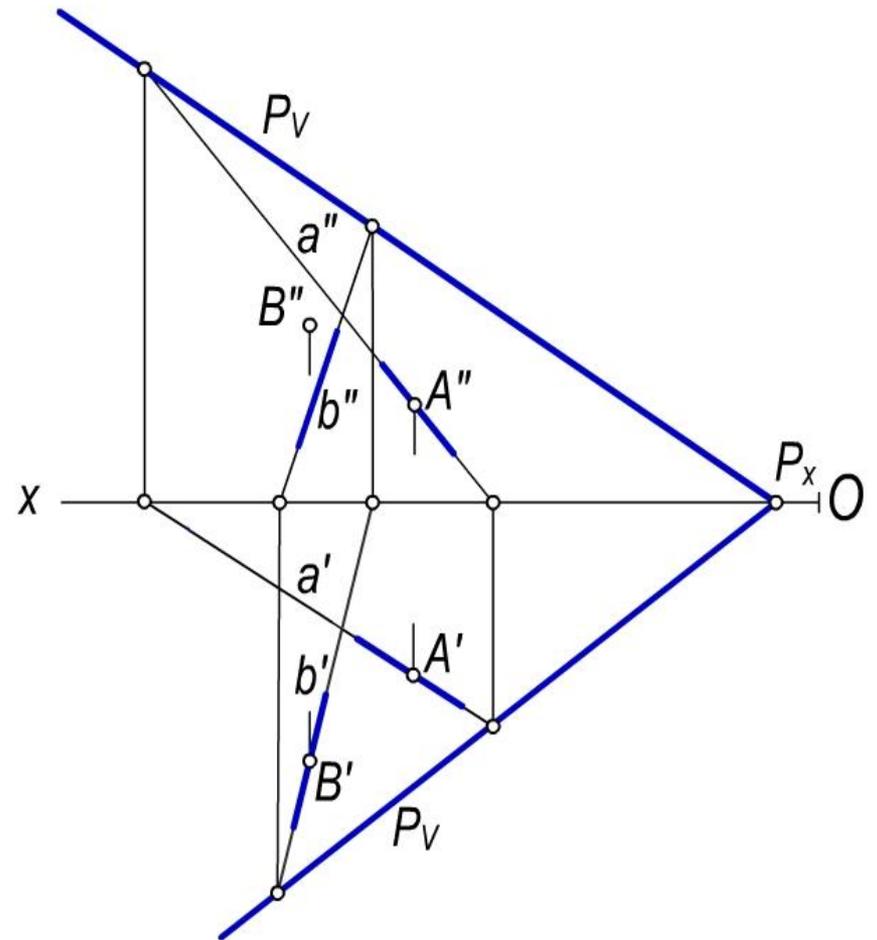
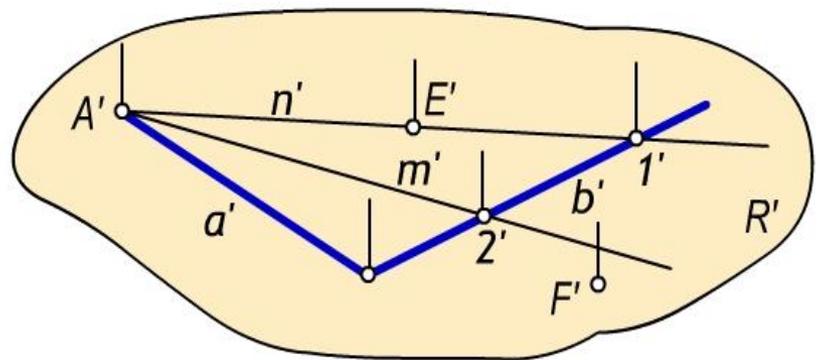
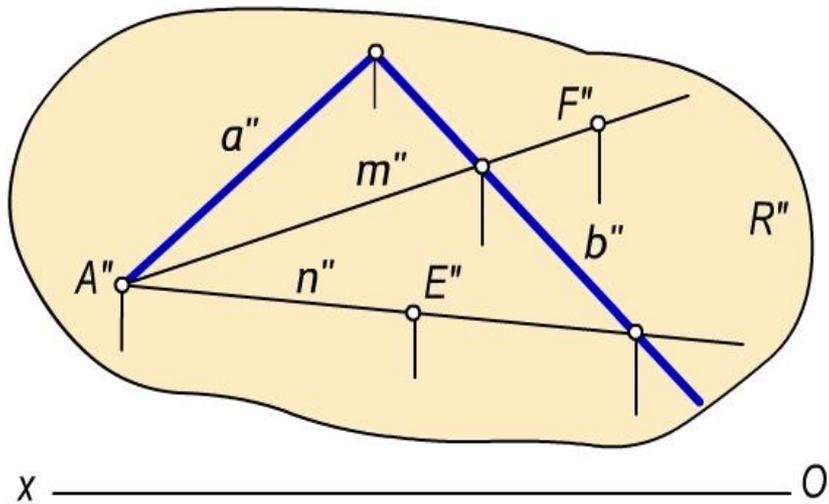
- **Прямая линия, принадлежащая плоскости**
- **Аксиома 1.** Прямая **принадлежит** плоскости, если две её точки принадлежат той же плоскости.
- **Аксиома 2.** Прямая **принадлежит** плоскости, если имеет с плоскостью одну общую точку и параллельна какой-либо прямой расположенной в этой плоскости.



- **Задача.** Дана плоскость $P(P_H, P_V)$ и одна проекция прямой m'' .
- Требуется найти **недостающие проекции прямой m** если известно, что она принадлежит плоскости, заданной своими следами.



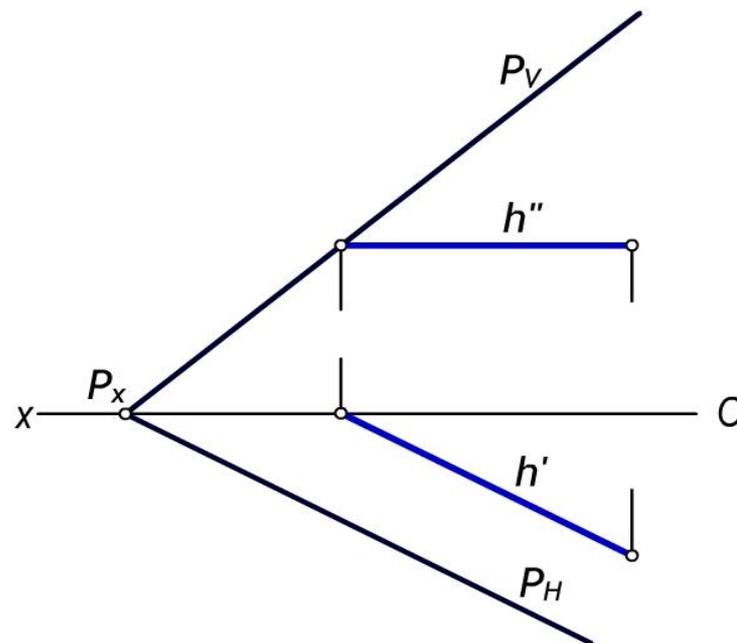
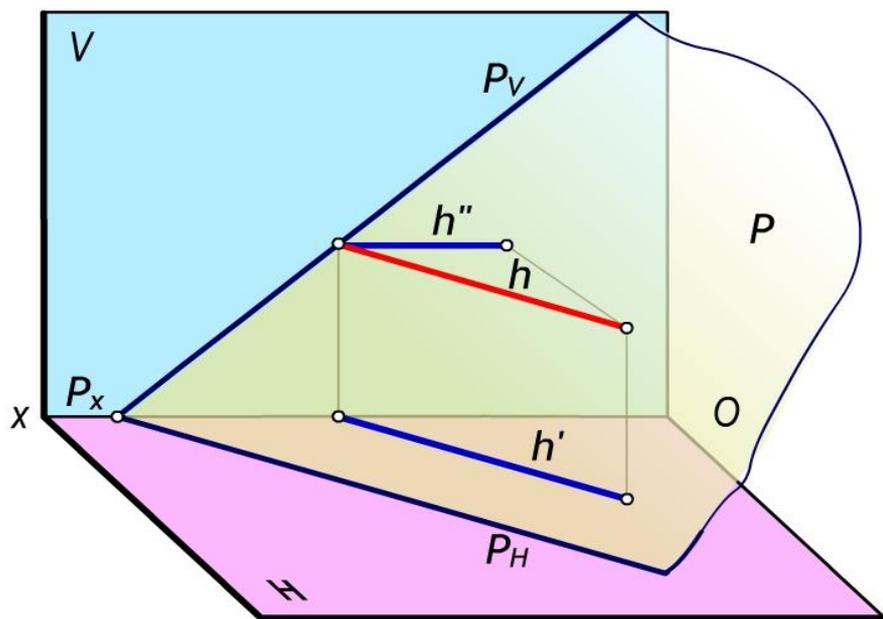
- Задача.** Через точку E провести прямую m если известно, что она принадлежит плоскости заданной пересекающимися прямыми a и b .



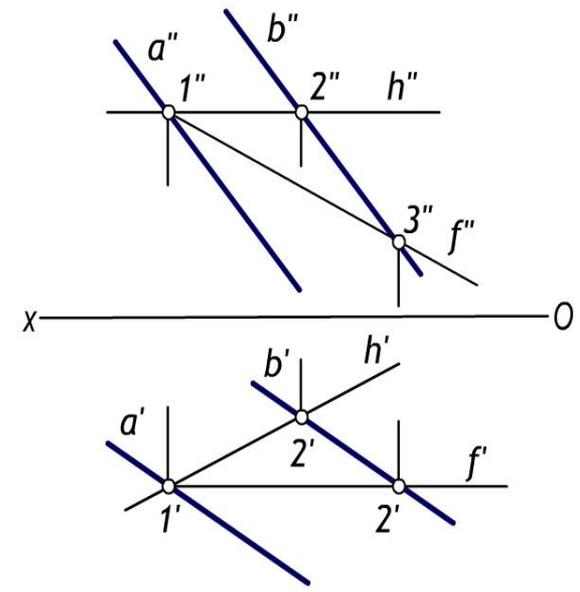
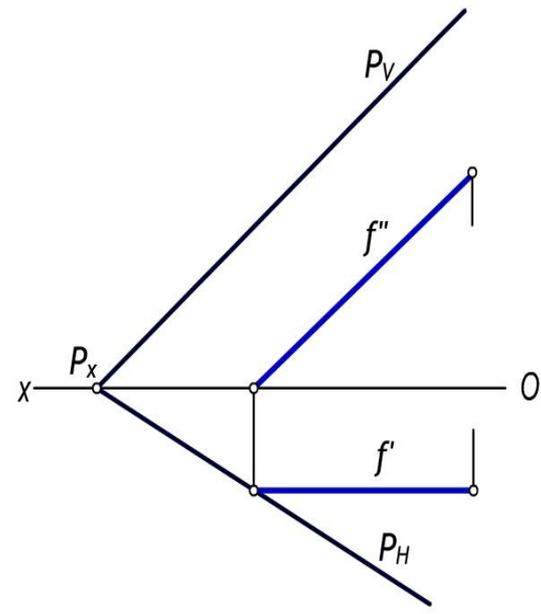
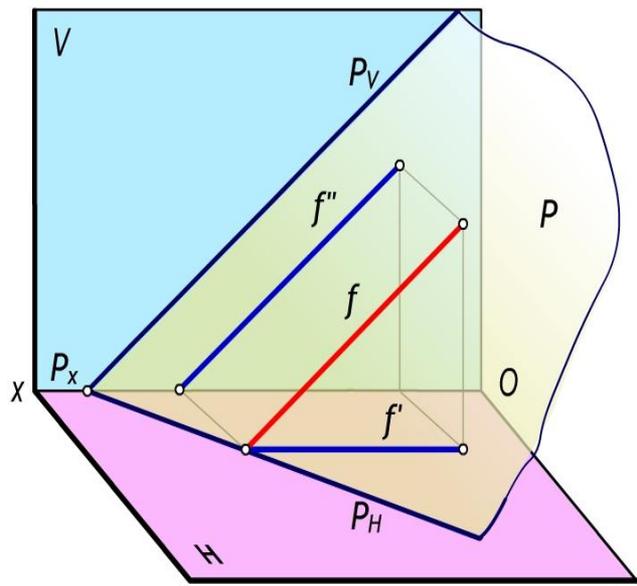
- **Главные линии плоскости**

- Среди прямых линий, принадлежащих плоскости, особое место занимают прямые, занимающие **частное положение в пространстве**:

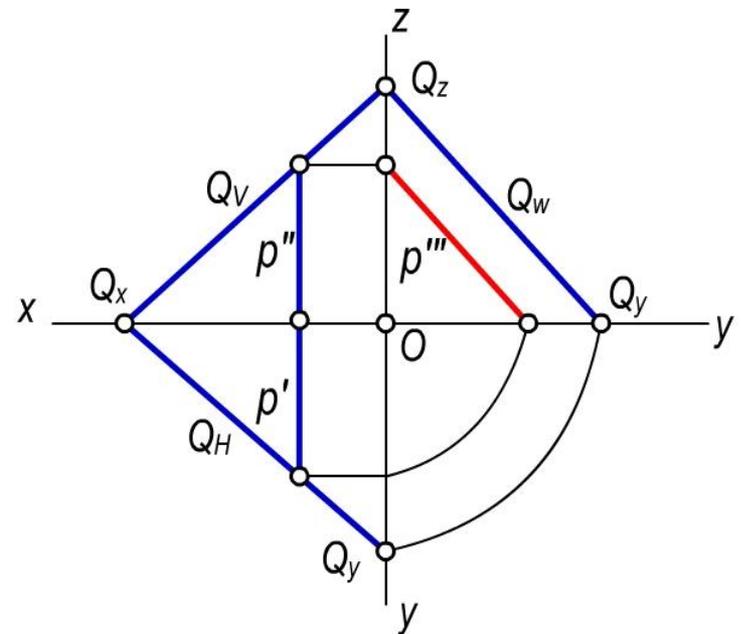
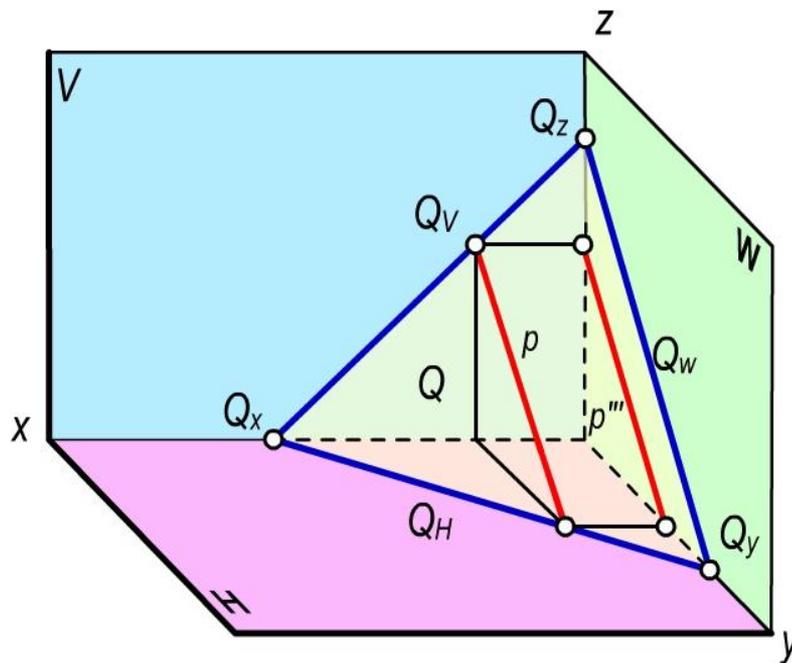
- 1. **Горизонтали h** - прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций ($h \in P, h \parallel H, h'' \parallel O_x, h''' \parallel O_y$).



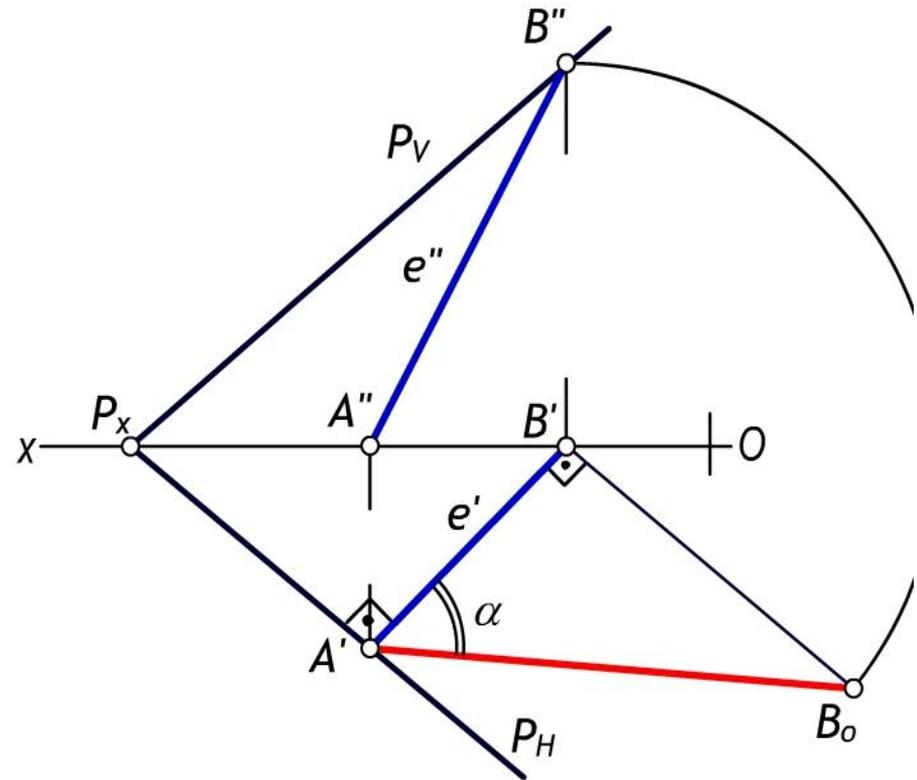
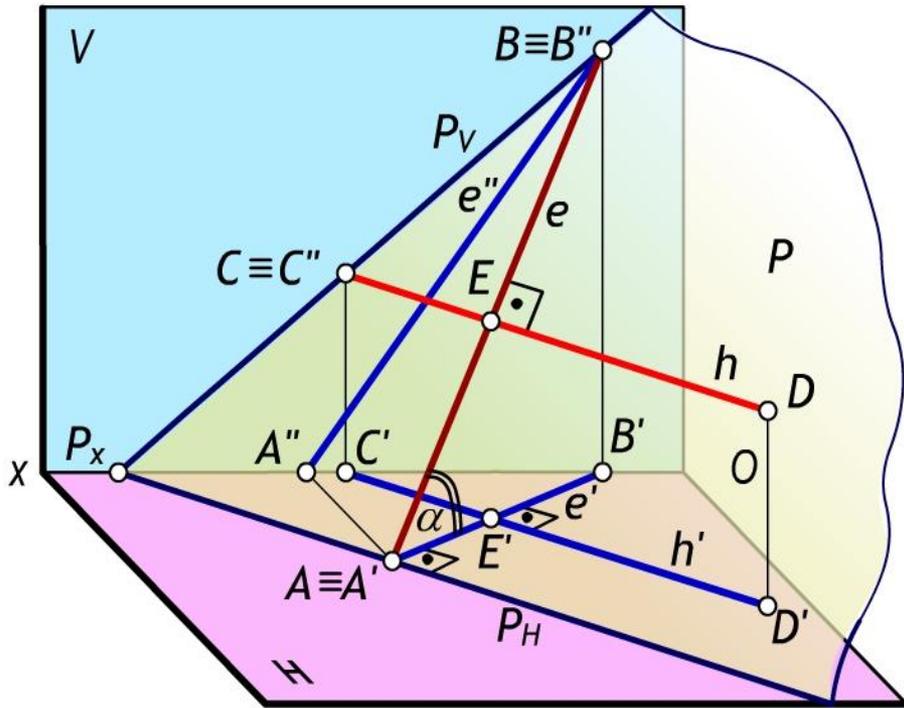
- 2. **Фронталы f** - прямые, расположенные в плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций
 $(f \in P, f // V, f' // Ox, f'' // Oz)$.

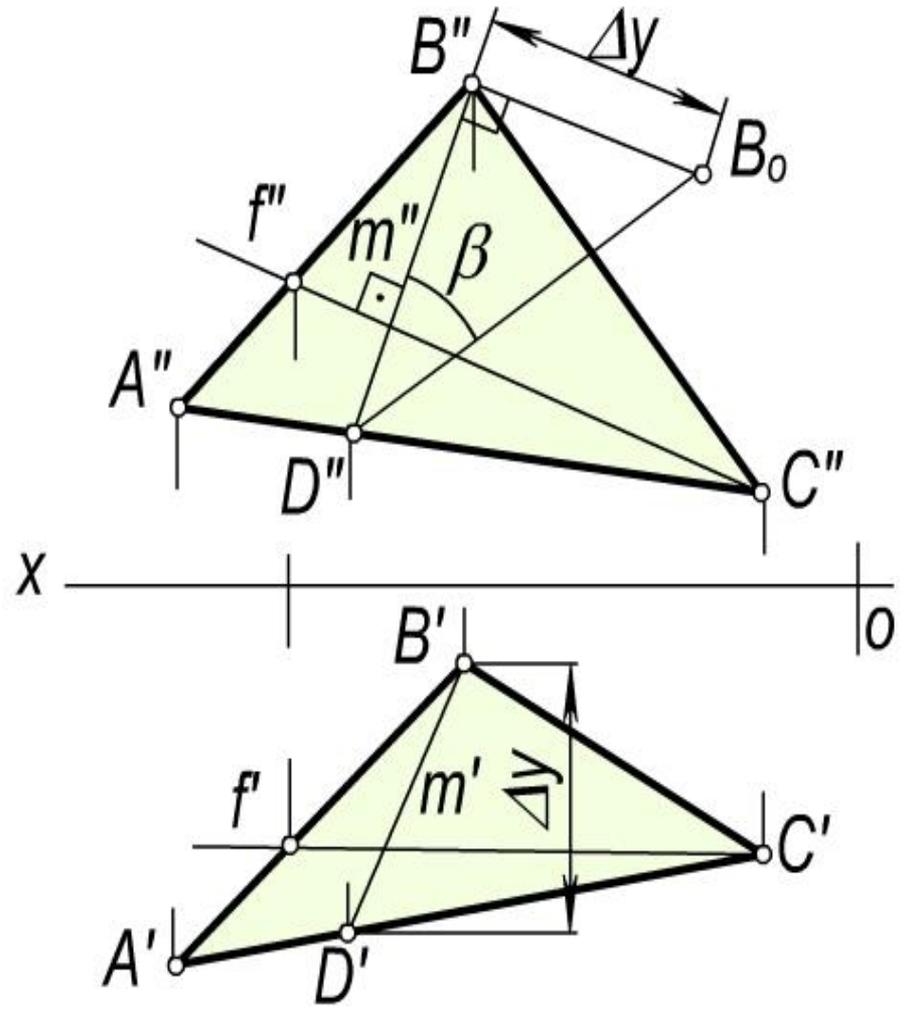
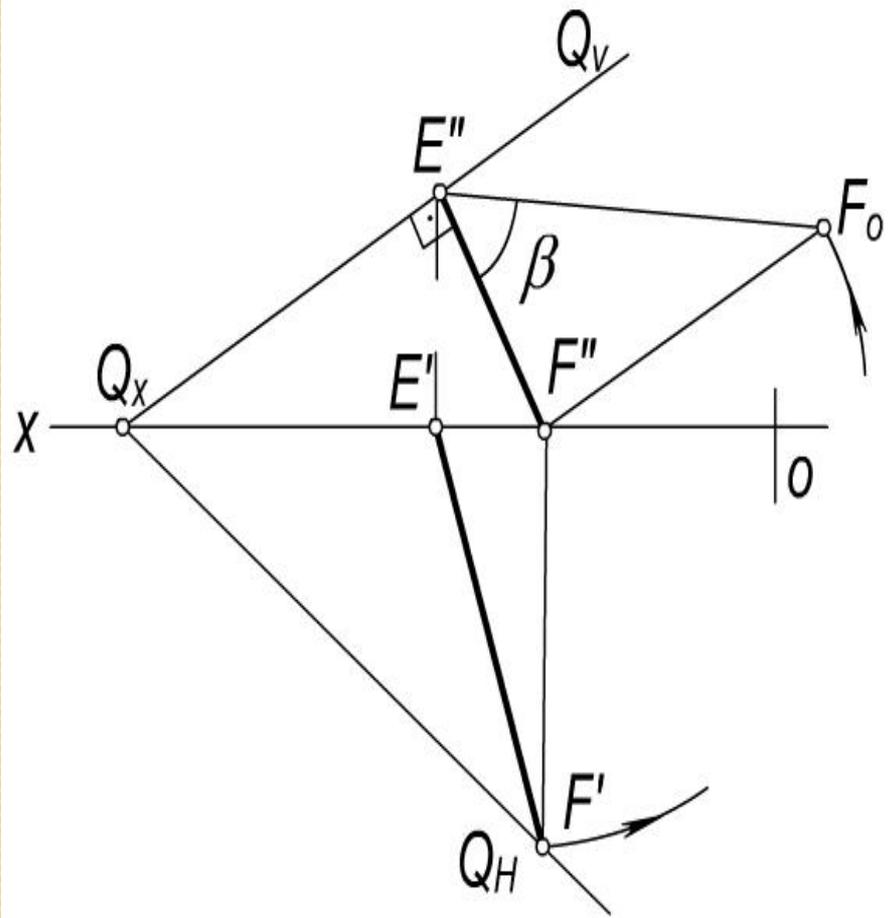


- 3. **Профильные прямые p** - прямые, которые находятся в данной плоскости и **параллельны профильной плоскости проекций** ($p \in W, p \parallel W, p' \perp Ox, p'' \perp Oz$).
- Следует заметить, что **следы** плоскости можно отнести тоже к **главным линиям**. **Горизонтальный след** - это **горизонталь плоскости**, **фронтальный** - **фронталь** и **профильный** - **профильная линия** плоскости



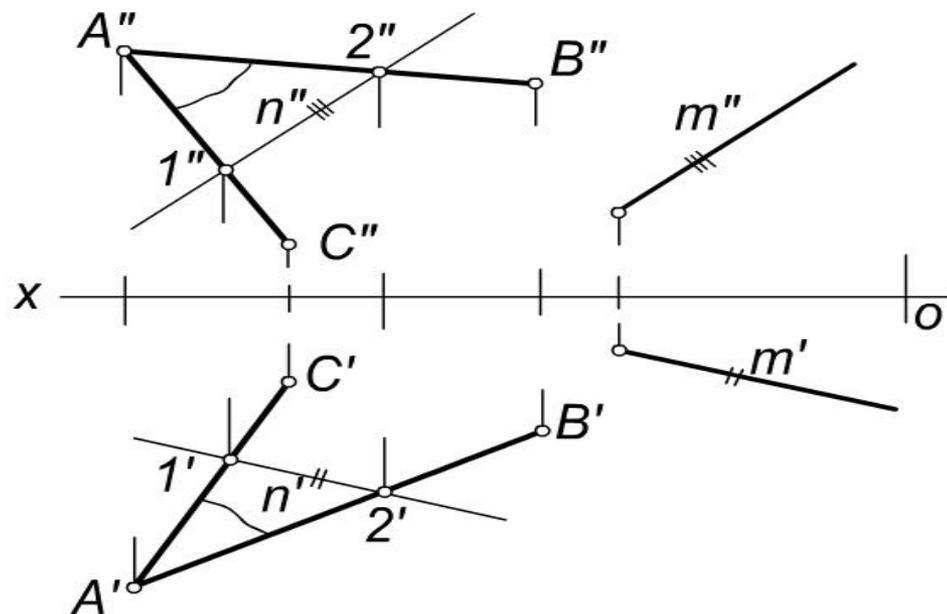
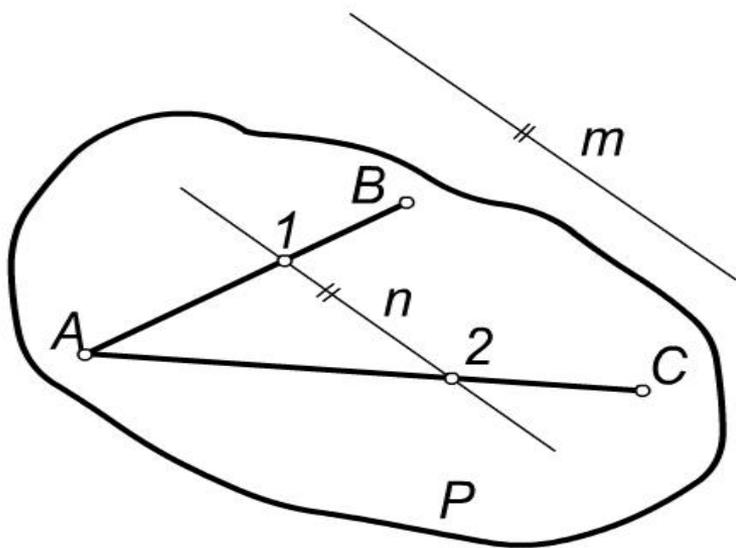
- 4. **Линия наибольшего ската** и её горизонтальная проекция образуют линейный угол α , которым измеряется двугранный угол, составленный данной плоскостью и горизонтальной плоскостью проекций.
- Очевидно, что если прямая не имеет двух общих точек с плоскостью, то она или параллельна плоскости, или пересекает ее.



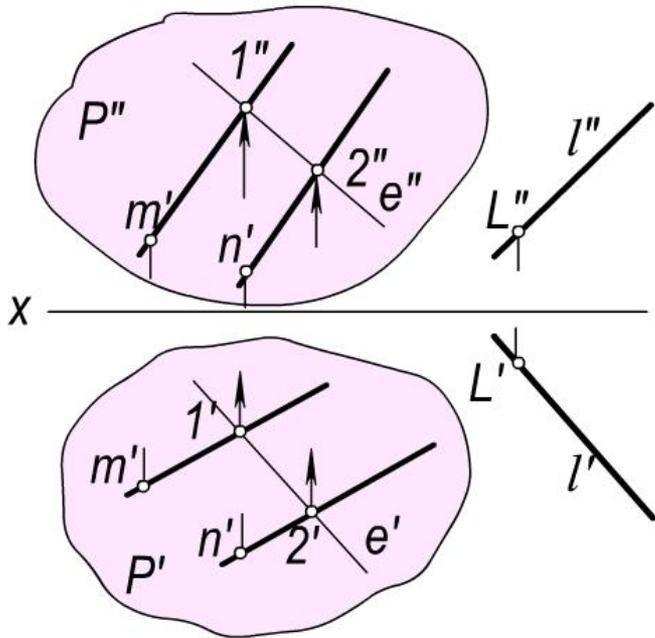


- **Прямая линия, параллельная плоскости**
- При решении вопроса о параллельности прямой линии и плоскости необходимо опираться на известное положение стереометрии:
- **прямая параллельна плоскости, если она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости и не принадлежит этой плоскости.**

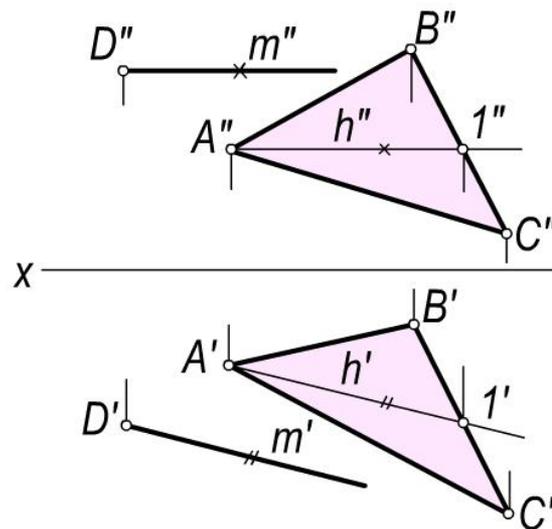
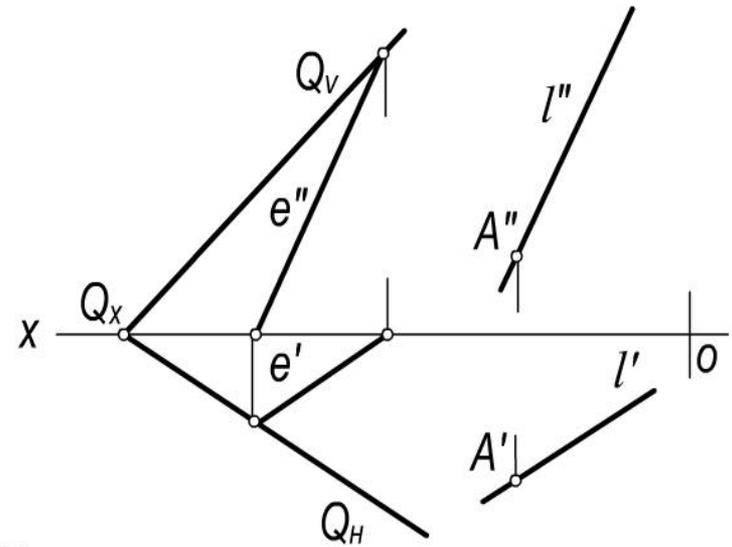
Здесь $n \subset P$, если $m \parallel n$ то $m \parallel P$.



● **Задача.** Дано: проекции плоскости общего положения $P(a \parallel b)$ и прямой l общего положения. Требуется оценить их взаимное положение.



Задача. Дано: проекции плоскости общего положения $Q(Q_H, Q_V)$ и точка A . Требуется провести через точку A прямую, параллельную заданной плоскости.



4-лекция.

Тема:»**ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ**»

План:

1. Взаимное положение двух плоскостей.
2. Пересечение прямой с плоскостью.

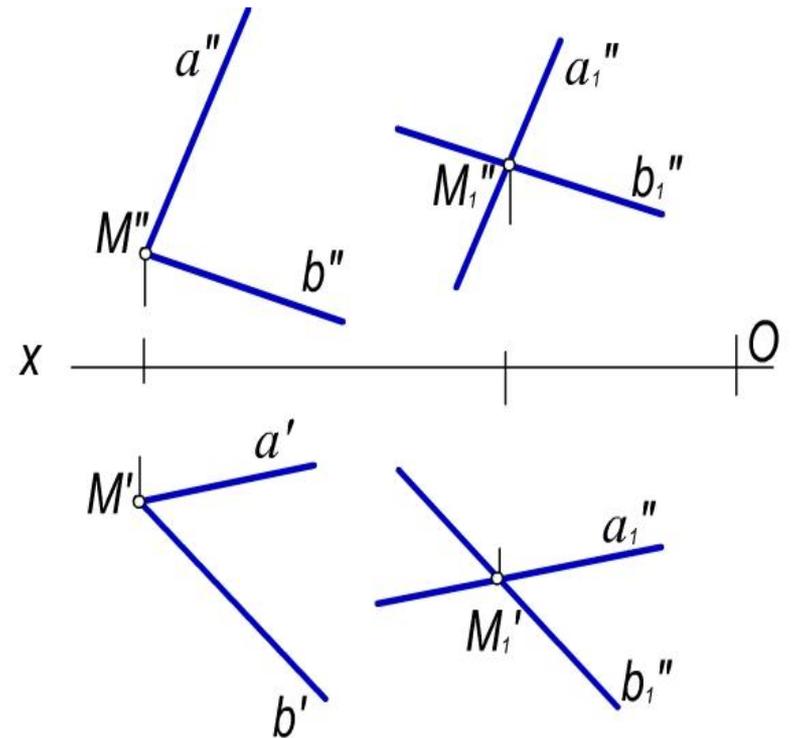
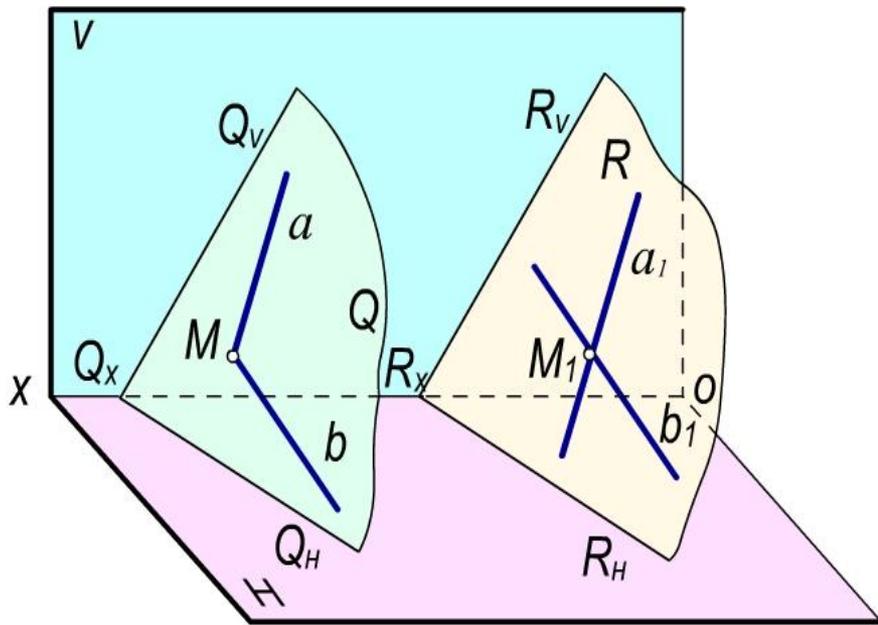
Взаимное положение двух плоскостей

- Две плоскости в пространстве могут быть либо взаимно **параллельны**, в частном случае совпадая друг с другом, либо **пересекаться**.
- Взаимно перпендикулярные плоскости представляют собой частный случай пересекающихся плоскостей.

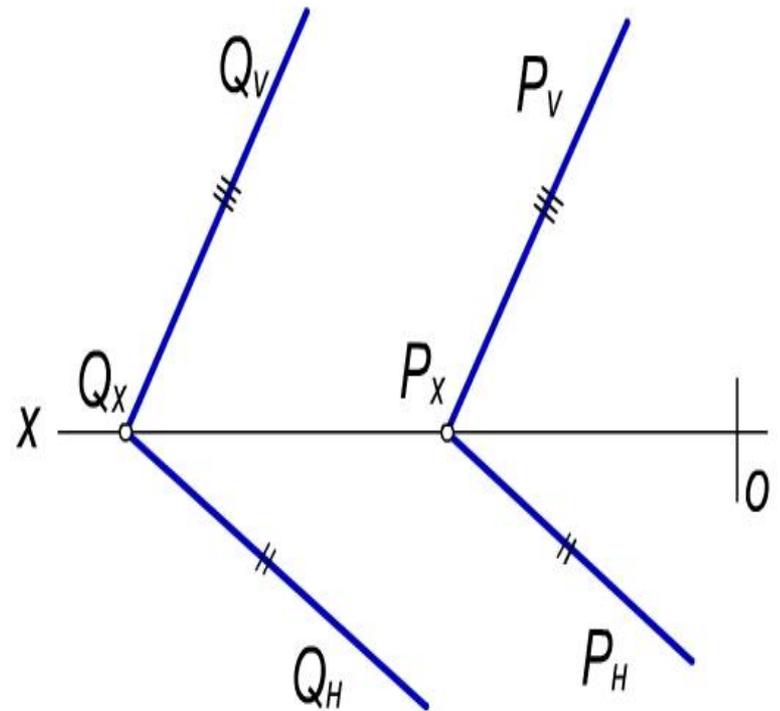
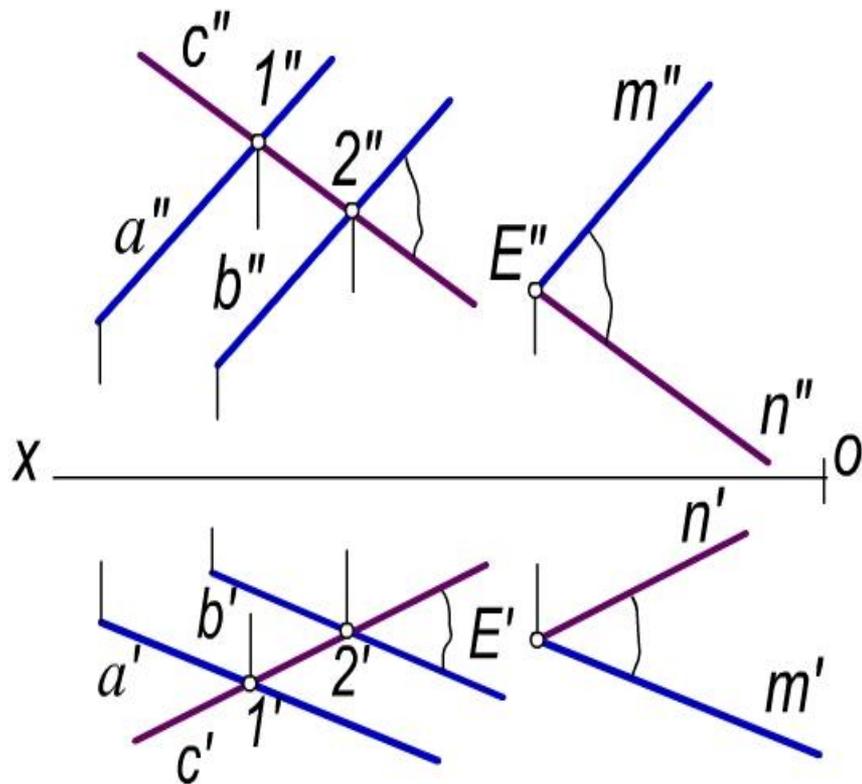
1.

Параллельные плоскости.

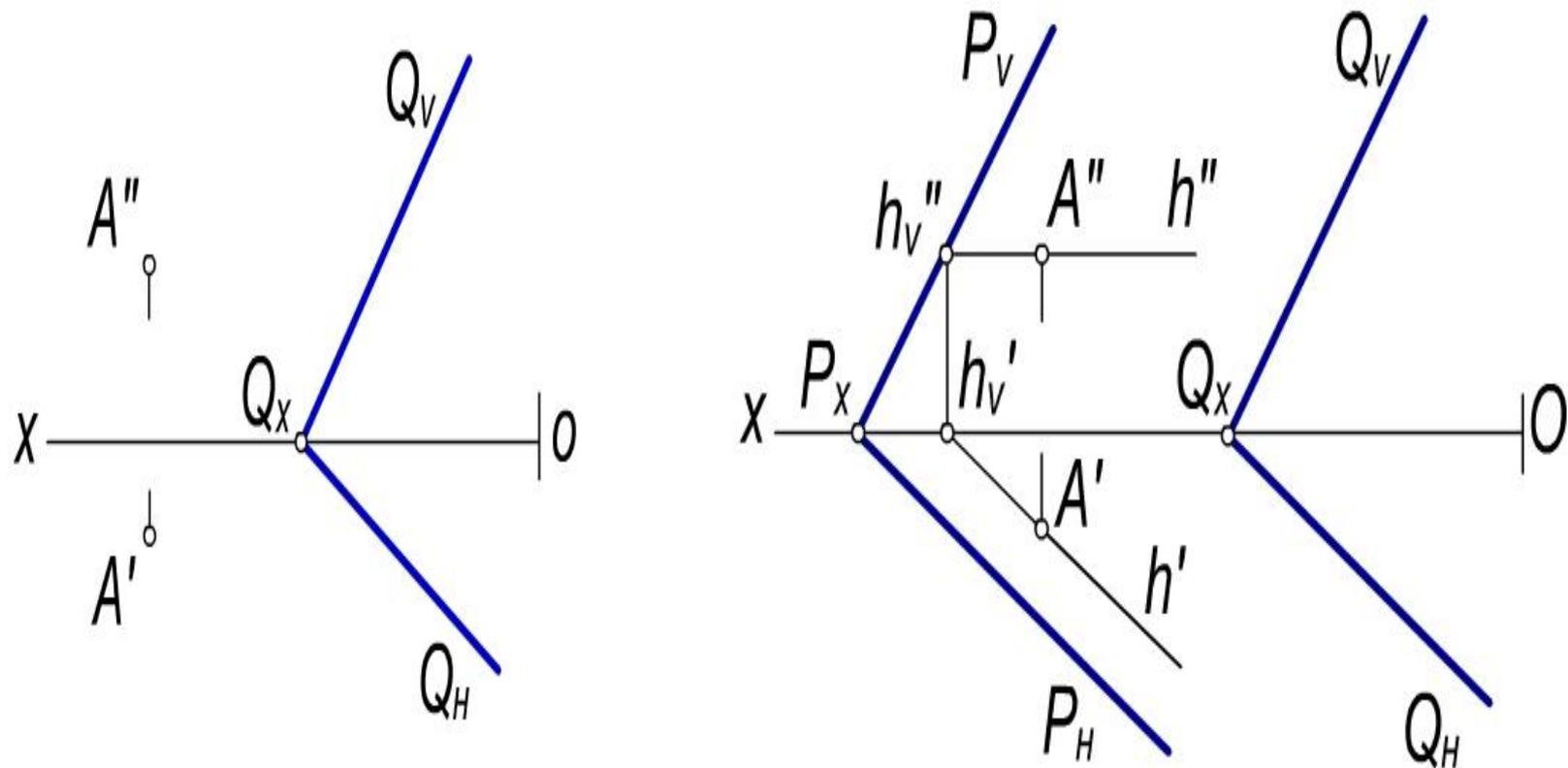
Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.



Задача. Дано: плоскость общего положения, заданную двумя параллельными прямыми $P(a//b)$ и точка E .
 Требуется через точку E провести плоскость, параллельную плоскости $P(a//b)$ и задать её двумя пересекающимися прямыми n и m .

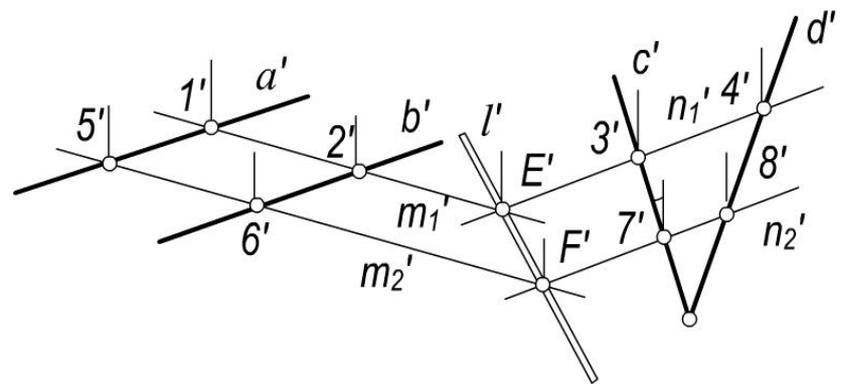
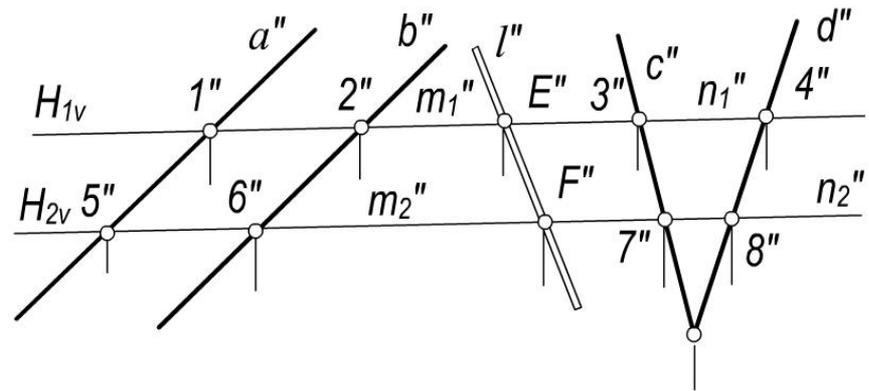
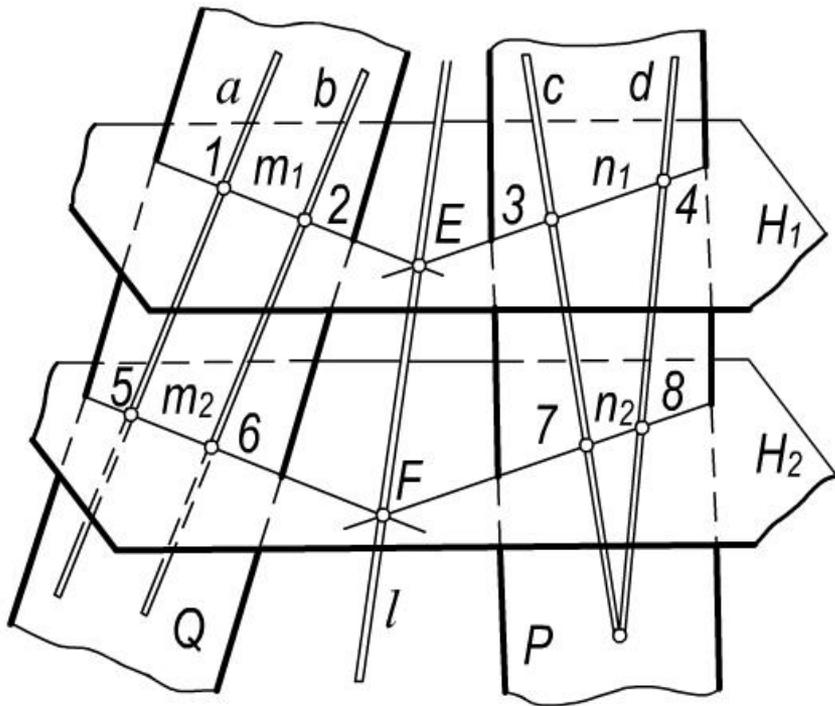


Задача. Дано: плоскость общего положения, заданную следами $P(P_H, P_V)$ и точка A .
 Требуется через точку A провести плоскость, параллельную плоскости P и задать её двумя следами.



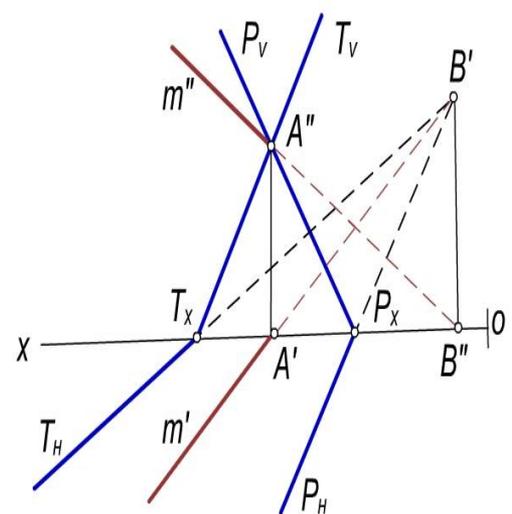
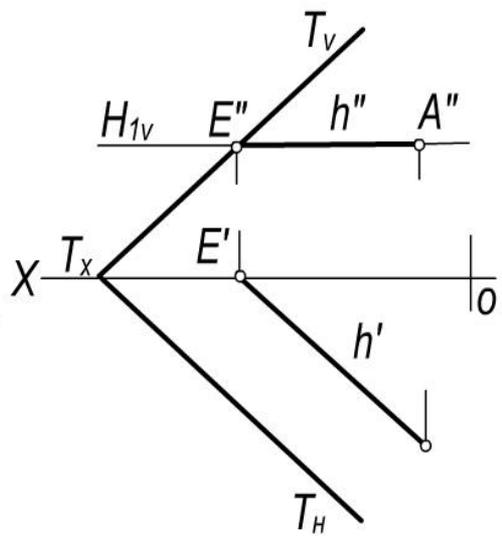
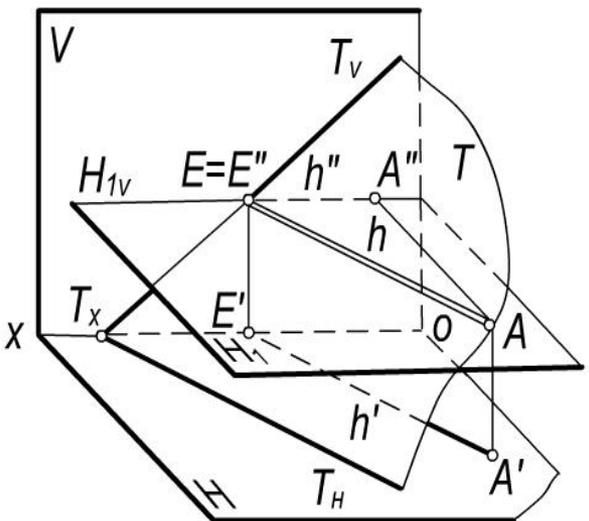
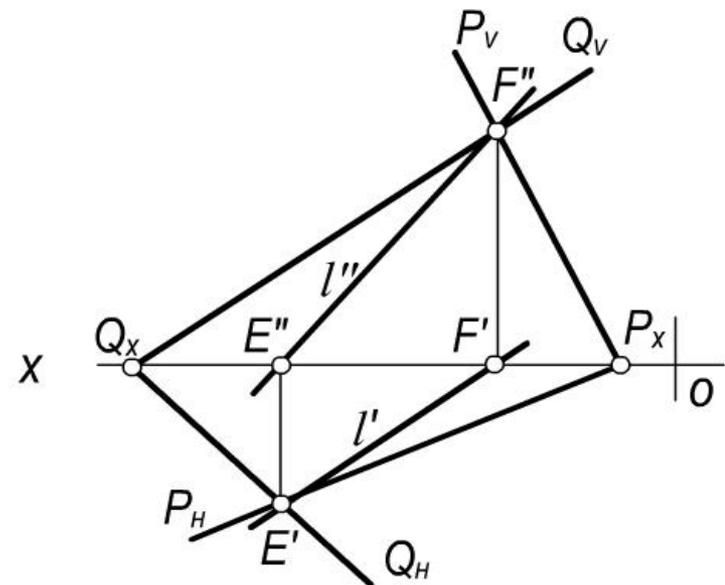
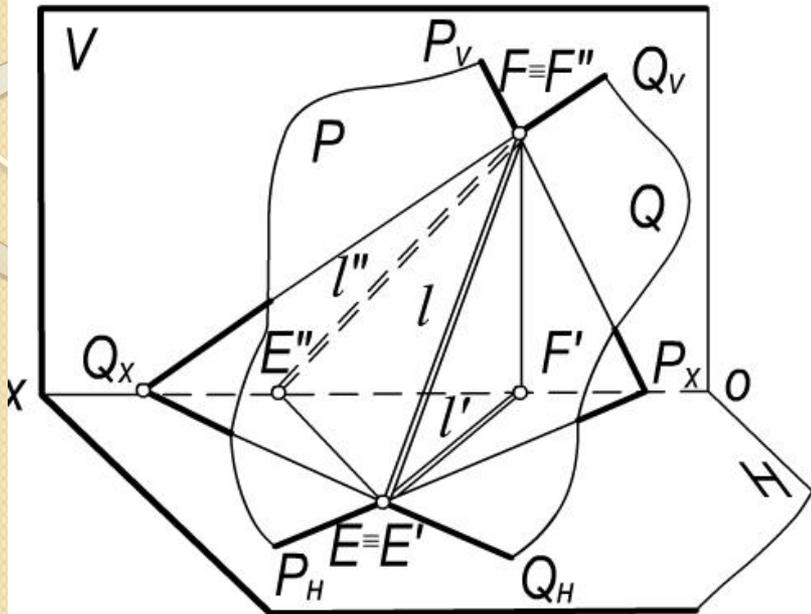
- 2. **Пересекающиеся плоскости**, частный случай – взаимно перпендикулярные плоскости.
- Линия пересечения двух плоскостей является **прямая**, для построения которой достаточно определить **две её точки**, общие обеим плоскостям, либо одну точку и направление линии пересечения плоскостей.
- Решение задачи заключается в **нахождении двух точек** общих для данных плоскостей, через которые можно провести прямую линию.

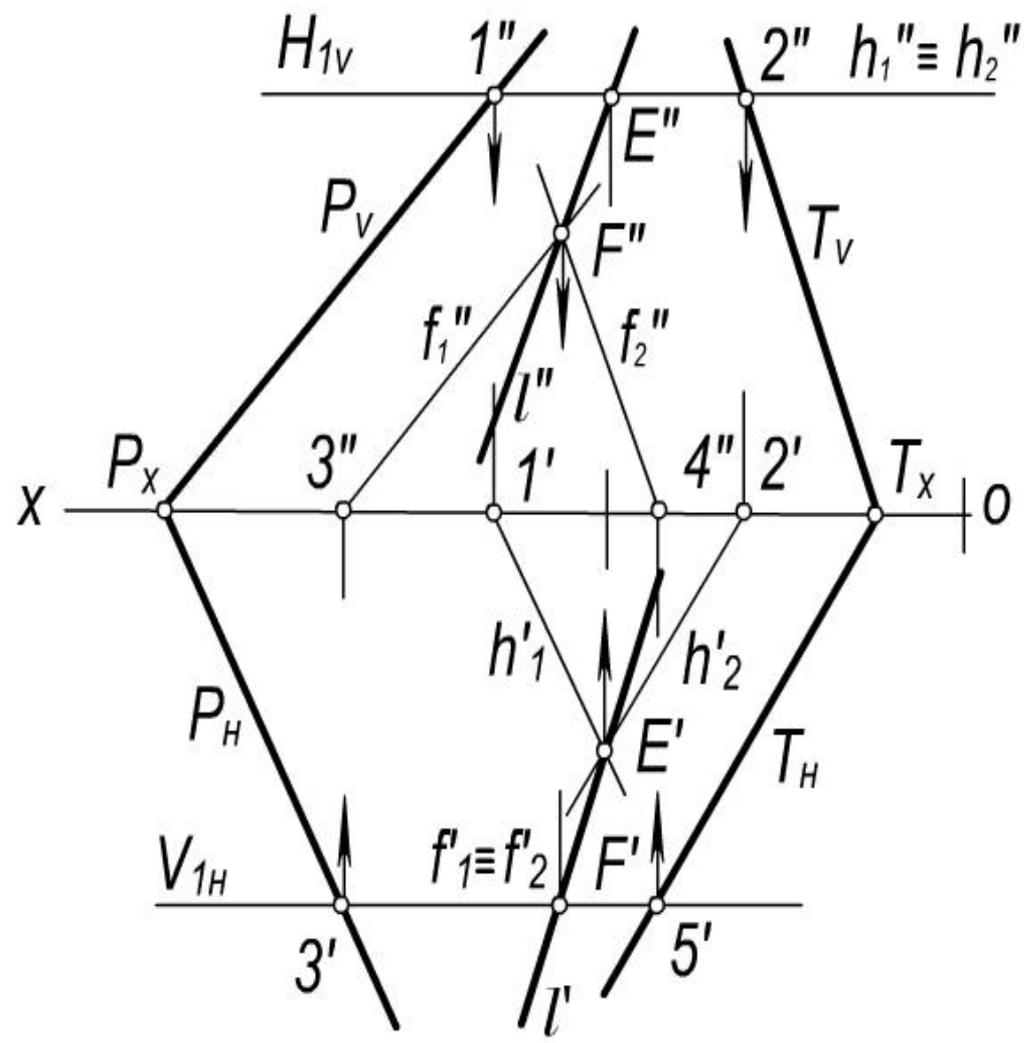
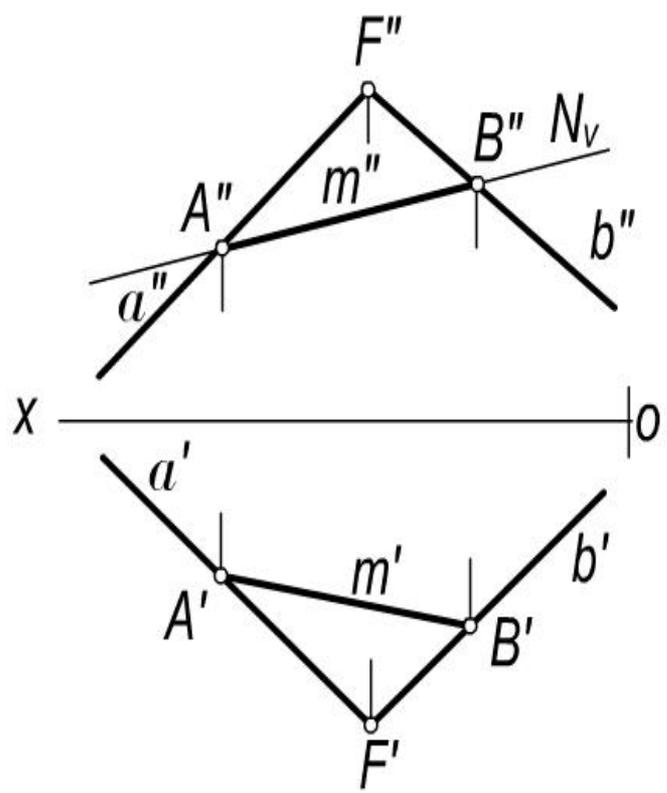
Рассмотрим общий случай. Пусть в пространстве заданы две плоскости общего положения $Q(a \parallel b)$ и $P(c \parallel d)$



Некоторого упрощения при построении линии пересечения плоскостей можно достичь, если вспомогательные секущие плоскости проводить через прямые, задающие плоскость.

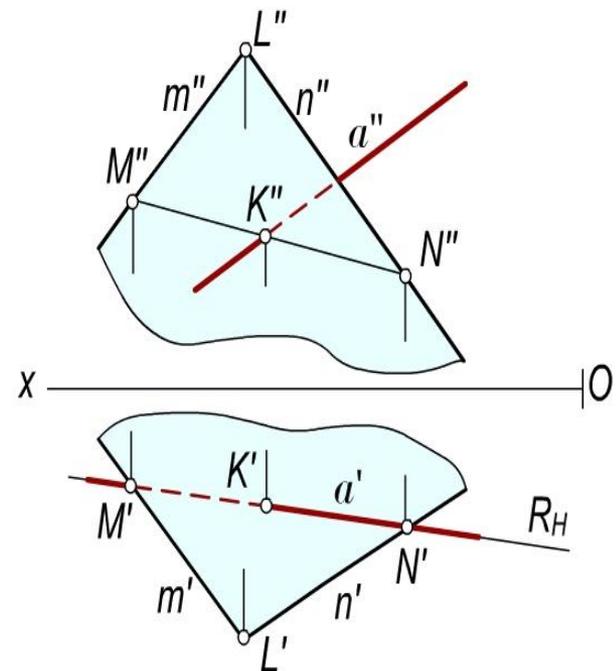
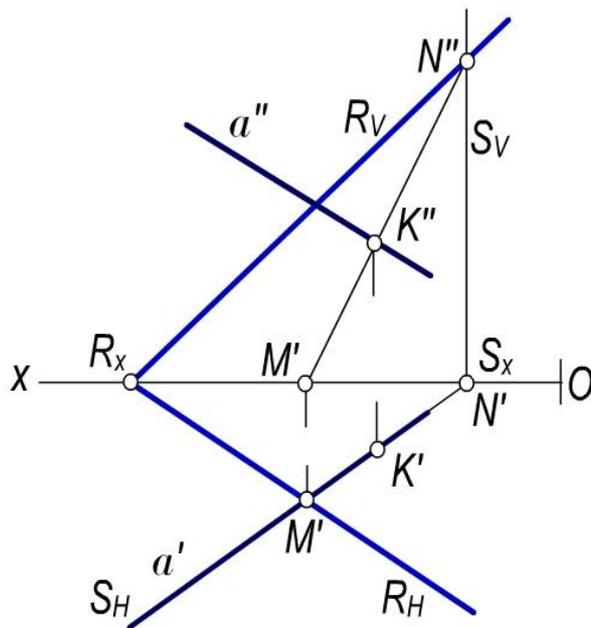
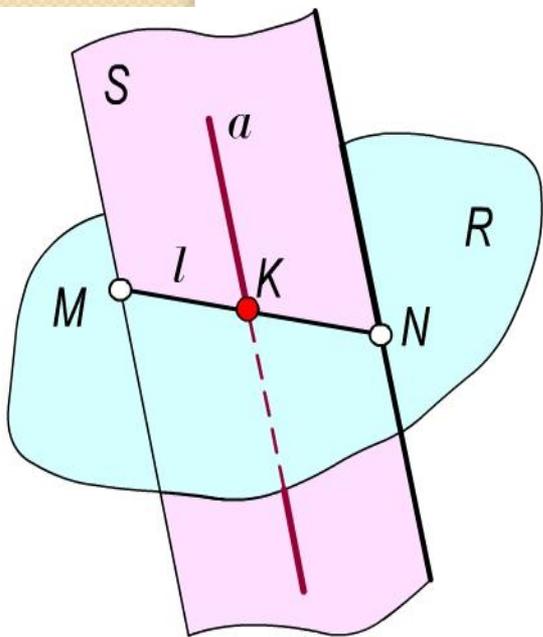
Пересечение плоскостей, заданных следами





Прямая линия, пересекающая плоскость

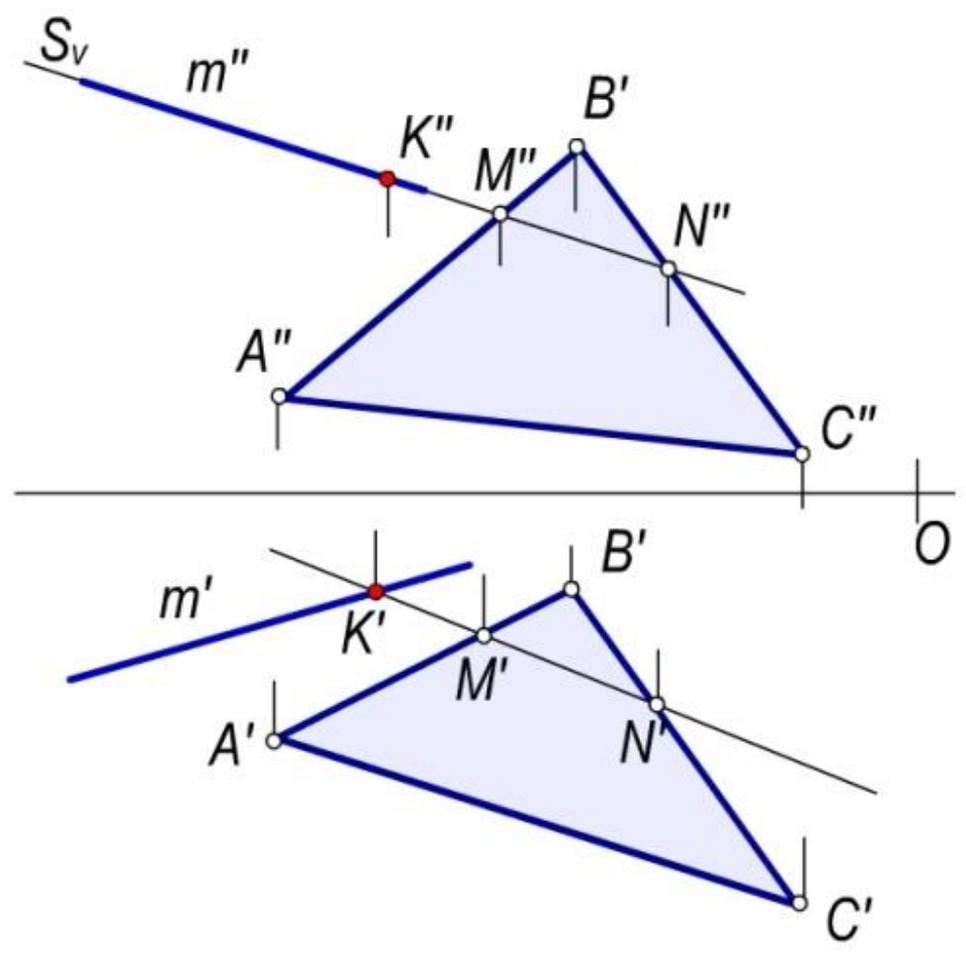
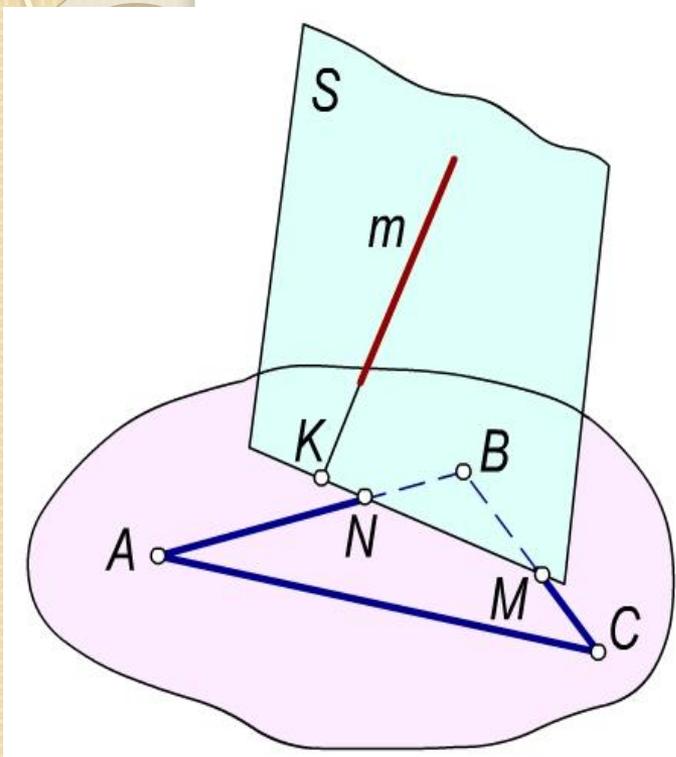
- Нахождение точки пересечения прямой и плоскости – основная задача начертательной геометрии.
- **Задача.** Дано: плоскость R и прямая a .
- Требуется найти точку пересечения прямой с плоскостью и определить видимость прямой по отношению к плоскости.



- Для решения задачи:

$$a \in S;$$

- $S \cap R = l (MN);$
- $l (MN) \cap a = K.$



Таким образом алгоритм решения задачи состоит из следующей последовательности действий:

- 1. Построение вспомогательной секущей плоскости
- **S** (горизонтально – проецирующая плоскость), которую проводят через прямую
 - **$\alpha \in S$** .
- 2. Построение линии пересечения вспомогательной плоскости **S** и заданной плоскости
 - **$S \cap R = L (MN)$** .
- 3. Определение искомой точки **K**, как точки пересечения двух прямых, заданной - **α** и полученной в результате пересечения плоскостей
 - **$L (MN) \cap \alpha = K$** .
- В качестве вспомогательной плоскости **γ** рекомендуется брать одну из проецирующих плоскостей.

