

Равносильные уравнения

Актуализация знаний

○ Решите уравнения:

$$6x-3=5x+12; \quad (x-8)/2=1;$$

$$6x-5x=12+3 \quad x-8=2$$

$$x=15 \quad x=2+8$$

$$x=10$$

Какие преобразования вы использовали при решении уравнений?

Объяснение нового материала

○ Задача №1

Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y=3\sqrt{x}$ и $y=x+2$

Решение: Для нахождения абсцисс (x) точек пересечения нужно приравнять и решить уравнение $3\sqrt{x}=x+2$, возведем обе части уравнения в квадрат получаем: $9x=x^2+4x+4$, перенесем все члены уравнения в одну часть и приравняем к 0

$x^2+4x+4-9x=0$ приведем подобные

$x^2-5x+4=0$ находим корни квадратного уравнения

$x_1=1$ $x_2=4$ теперь находим ординаты (Y) точек пересечения графиков $y_1=3\sqrt{x_1}=3\sqrt{1}=3$ $y_2=3\sqrt{x_2}=3\sqrt{4}=3*2=6$

можно было подставить в другое уравнение:

$y_1=x_1+2=1+2=3$ $y_2=x_2+2=4+2=6$ результат такой же

Итак данные графики пересекаются в двух точках (1;3) и (4;6)

Объяснение нового материала

При решении задачи №1 исходное уравнение $3\sqrt{x}=x+2$ сделав преобразования (возведя в квадрат обе части) заменили на $9x=x^2+4x+4$, затем привели подобные и получили уравнение $x^2-5x+4=0$ все эти три уравнения имеют одни и те же корни: $x_1=1$ $x_2=4$

определ
ение

- ◎ **Уравнения, имеющие одно и то же множество корней, называются равносильными**

примеры

- ◎ $9x-5=5x+3$ и $4x=8$
- ◎ $(x-3)(x+7)=0$ и $x^2+4x-21=0$
- ◎ $(x-2)(x+2)=0$ и $x^2=4$

уравнения, не имеющие корней, также считают равносильными.

Объяснение нового материала

◎ Задача

Решите уравнение

$\sqrt{x} = x - 2$ (возведем обе части уравнения в квадрат)

$x = (x - 2)^2$ (формула квадрат разности)

$$x = x^2 - 2x + 4$$

$$x^2 - 2x + 4 - x = 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = 1$$

Ответ: 4; 2.

Запо мни!

- ⦿ Если все корни первого уравнения являются корнями второго уравнения, то второе уравнение называется следствием первого.

**Запо
мни!**

- ◎ При решении уравнений может произойти потеря корня
- ◎ При решении уравнений могут появиться посторонние корни. Их можно установить проверкой

Решение задач

$$x^2 - 4 = 7x - 14$$

Для решения этого уравнения преобразуем его левую часть по формуле разность квадратов, а в правой вынесем общий множитель за скобки :

$(x+2)(x-2)=7(x-2)$ перенесем все члены в одну часть и приравняем к 0

$(x+2)(x-2)-7(x-2)=0$ опять вынесем общий множитель $(x-2)$ за скобки

$(x+2-7)(x-2)=0$

$(x-5)(x-2)=0$ $x-5=0$ или $x-2=0$ решая эти уравнения находим

$$x_1=5 \quad \text{или} \quad x_2=2$$

Если обе части уравнения $(x+2)(x-2)=7(x-2)$ разделить на $(x-2)$, то получим уравнение $x+2=7$ которое имеет один корень $x=5$, т.е. произойдет потеря корня $x=2$ и решение будет неверным

ПОТЕРЯ КОРНЯ МОЖЕТ ПРОИЗОЙТИ ПРИ ДЕЛЕНИИ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ НА ВЫРАЖЕНИЕ СОДЕРЖАЩЕЕ НЕИЗВЕСТНОЕ

Решение задач

$$\frac{2x}{x-3} - \frac{x-5}{x+1} = \frac{24}{(x+1)(3-x)}$$

- Для решения этого уравнения умножим обе части на общий знаменатель всех трех дробей $(x+1)(3-x)$ получим уравнение $2x(x+1)-(x-5)(3-x)=24$ откроем скобки $2x^2 + 2x - 3x + x^2 + 15 - 5x - 24 = 0$ приводим подобные получаем $3x^2 - 6x - 9 = 0$ разделим на три получим уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$ найдем корни квадратного уравнения. Получили $x_1 = 3$ или $x_2 = -1$
ПРОВЕРКА 1) подставляем при $x=3$ знаменатели двух дробей $\neq 0$.
Поэтому $x=3$ не является корнем уравнения.
2) подставляем при $x=-1$ знаменатели двух дробей $= 0$.
Поэтому $x=-1$ не является корнем уравнения.
У данного уравнения корней нет.
При решении задачи мы делали преобразования которые привели к появлению посторонних корней. Корни $x_1 = 3$ или $x_2 = -1$ являются корнями квадратного уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$, но не являются корнями уравнения

$$\frac{2x}{x-3} - \frac{x-5}{x+1} = \frac{24}{(x+1)(3-x)}$$

- **ПОСТОРОННИЕ КОРНИ МОГУТ ПОЛУЧАТЬСЯ ПРИ УМНОЖЕНИИ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ НА ВЫРАЖЕНИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ НЕИЗВЕСТНОЕ.**

Запо мни!

- ◎ При умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное, могут появиться посторонние корни

- ◎ При делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное, может произойти потеря корня

<p>Преобразования, приводящие к равносильному уравнению</p>	<p>Примеры равносильных уравнений</p>
<p>Перенос членов уравнения из одной части в другую с противоположными знаками</p>	<p>$4x-3=2x+5$ и $4x-2x=5+3$</p>
<p>Умножение или деление обеих частей уравнения на одно и то же число, отличное от нуля, или на выражение, имеющее постоянный знак при всех значениях неизвестного</p>	<p>$\frac{x^2}{4} = 1$ и $x^2=4$ $(x^2 - 4)(x^2 - 4) = 0$ $x^2 - 4 = 0$</p> <p>$x^2 + 3x = 0$</p>
<p>Замена части уравнения тождественно равным ему выражением</p>	<p>$x(x+3)=0$</p>

Домашнее задание

- ◎ Выучить определения
- ◎ Выучить таблицу
- ◎ Выполнить № 138,139 (мальчики четные, девочки нечетные)

