

Перестановки

Комбинаторика

В комбинаторике перестановка — это упорядоченный набор без повторений чисел.

Сколькими способами вы можете прослушать плейлист из 6 песен? Решение выглядит так.

$6*5*4*3*2*1=720$. 720 способов прослушивания плейлиста из 6 песен.

Перестановка используется для списков и комбинации для групп ...

В некоторых теориях и программировании.

Число перестановки обозначается n элементов обозначают P_n читают “*n* энное”

Формулы

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots * 3 * 2 * 1;$$

$$P_n = 1 * 2 * 3 \dots * (n-2)(n-1)n;$$

$n! = 1 * 2 * 3 \dots * (n-1)n$ - означает произведение первых n натуральных чисел обозначают $n!$, читается “*эн факториал*”.

$$P_n = n!$$

Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу: 5 человек?

$$P_5 = 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120;$$

У Васи на обед - первое, второе, третье блюда и пирожное.

Он обязательно начнет с пирожного, а все остальное съест в произвольном порядке.

Найдите число возможных вариантов обеда.

Решение.

После пирожного Вова может выбрать любое из трех блюд, затем - из двух, и закончить оставшимся. Общее число возможных вариантов обеда: $P_3 = 3! = 1 * 2 * 3 = 6;$

Ответ: 6.

Сколько способами можно с помощью букв К, Л, М, Н обозначить вершины четырехугольника?

Решение.

Будем считать, что вершины четырехугольника пронумерованы, за каждой закреплен постоянный номер.

Тогда задача сводится к подсчету числа разных способов расположения 4 букв на 4 местах (вершинах), т. е.

к подсчету числа различных перестановок: $P_4 = 4! = 1*2*3*4=24$ способа.

Ответ: 24 способа.

Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр: 0, 2, 5, 6, 7, 8?

Решение.

Дано 6 цифр: 0, 2, 5, 6, 7, 8, из них нужно составлять различные шестизначные числа. Отличие от предыдущей задачи состоит в том, что ноль не может стоять на первом месте.

Можно напрямую применить правило произведения: на первое место можно выбрать любую из 5 цифр (кроме нуля); на второе место - любую из 5 оставшихся цифр (4 «ненулевые» и теперь считаем ноль); на третье место - любую из 4 оставшихся после первых двух выборов цифр, и т. д. Общее количество вариантов равно: $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 600$;

Можно применить метод исключения лишних вариантов. 6 цифр можно переставить $P_6 = 6! = 720$ различными способами.

Среди этих способов будут такие, в которых на первом месте стоит ноль, что недопустимо.

Подсчитаем количество этих недопустимых вариантов. Если на первом месте стоит ноль (он фиксирован), то на последующих пяти местах могут стоять в произвольном порядке «ненулевые» цифры 2, 5, 6, 7, 8.

Количество различных способов, которыми можно разместить 5 цифр на 5 местах, равно $P_5 = 5! = 120$, т. е. количество перестановок чисел, начинающихся с нуля, равно 120.

Искомое количество различных шестизначных чисел в этом случае равно: $P_6 - P_5 = 720 - 120 = 600$.

Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 (без их повторения).

Решение.

Каждое четырехзначное число, составленное из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения), имеет сумму цифр, равную

$$1+3+5+7=16.$$

Из этих цифр можно составить $P_4 = 4! = 24$ различных чисел, отличающихся только порядком цифр.

Сумма цифр всех этих чисел будет равна: $16 \cdot 24 = 384$;

Ответ: 384.

