Тема: Функция и ее график

Определение: Числовой функцией называется соответствие, которое каждому числу **х** из некоторого заданного множества сопоставляет единственное число **у.**

Обозначение: $y = f(x)$,
где х - независимая переменная (аргумент),
у – зависимая переменная (функция).

Графиком функции называется множество точек плоскости с координатами $(x, f(x))$

Свойства функции мы можем определить,

исследуя график функции, и, наоборот,

исследуя свойства функции мы можем

построить ее график.

Основные свойства функции.

1. **Область определения функции** (обозначается D(y); D(f)) - это множество всех допустимых значений аргумента x.

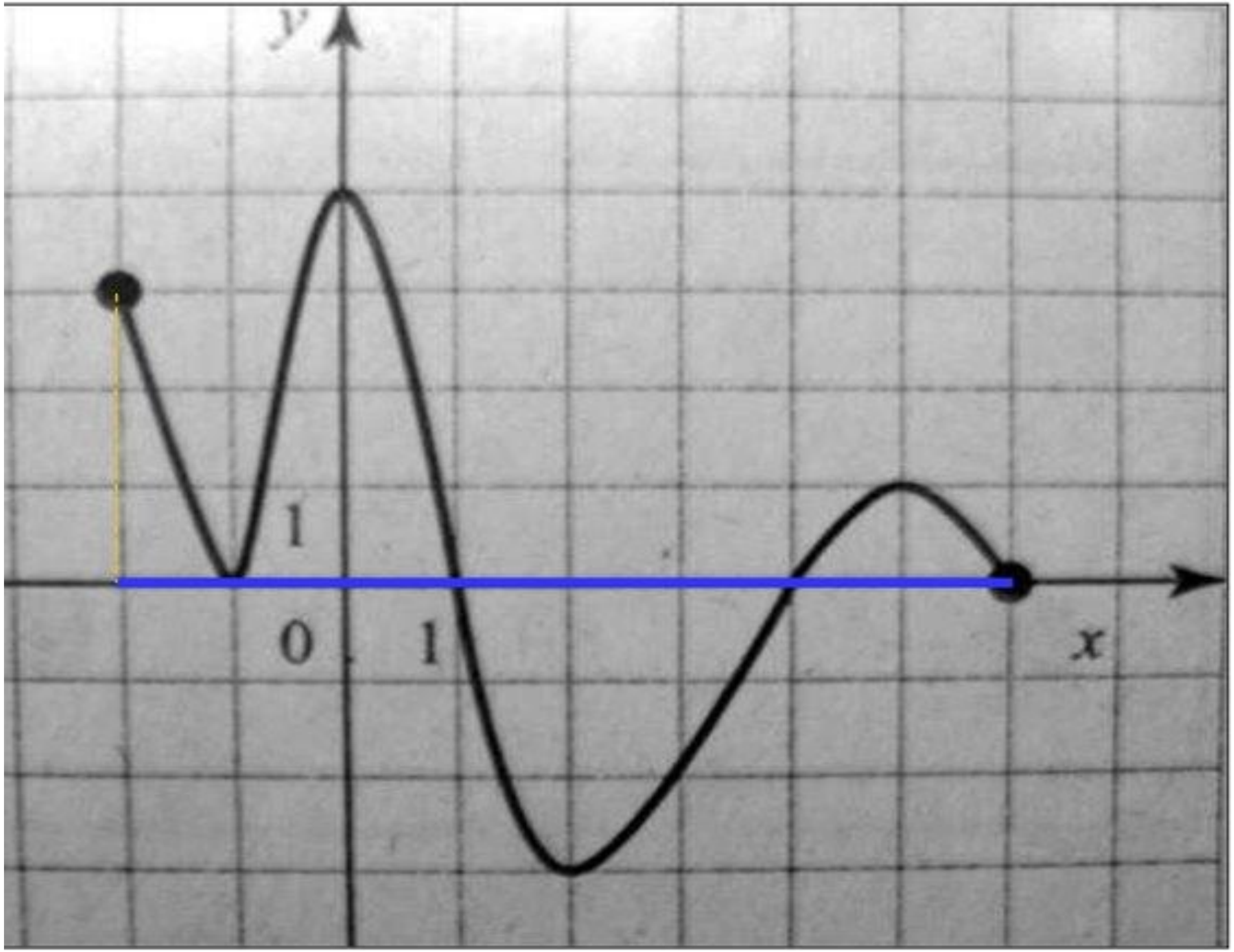
Чтобы по формуле функции найти ее область определения, надо найти множество всех значений x, при которых выражение, стоящее в правой части уравнения функции, имеет смысл.

Пример:

$f(x) = x^2 + 2x + 1.$

$D(f) : x \in (-\infty;\infty)$

Чтобы по графику функции найти ее область определения, нужно, двигаясь слева направо вдоль оси ОХ, записать все промежутки значений х, на которых существует график функции.


y
1
0
1
x

2. **Множество значений функции** (E(y)) - это множество всех значений, которые может принимать зависимая переменная y.

Пример: $y = \frac{1}{x}$ $\Longrightarrow$ $x = \frac{1}{y}$

$x \neq 0$ $y \neq 0$

D(y) : $x \in (-\infty;0) \cup (0;\infty)$ E(y) : $y \in (-\infty;0) \cup (0;\infty)$

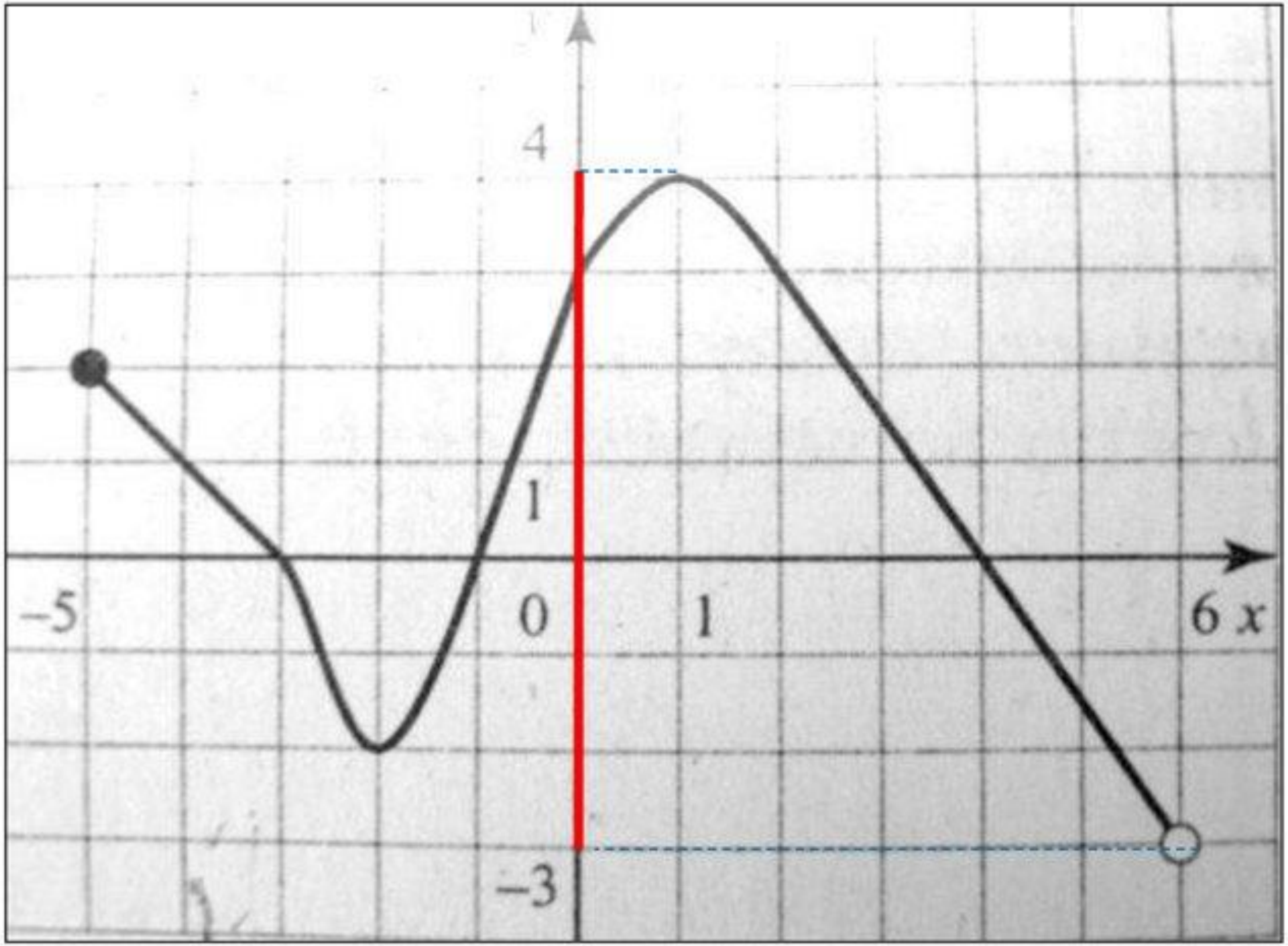
Чтобы по графику функции найти ее

множество значений, нужно, двигаясь снизу

вверх вдоль оси OY, записать все промежутки

значений y, на которых существует график

функции.



4
1
−5
0
1
6 x
−3

3. **Нули функции** - это те значения аргумента x, при которых значение функции y равно нулю: $f(x)=0$.

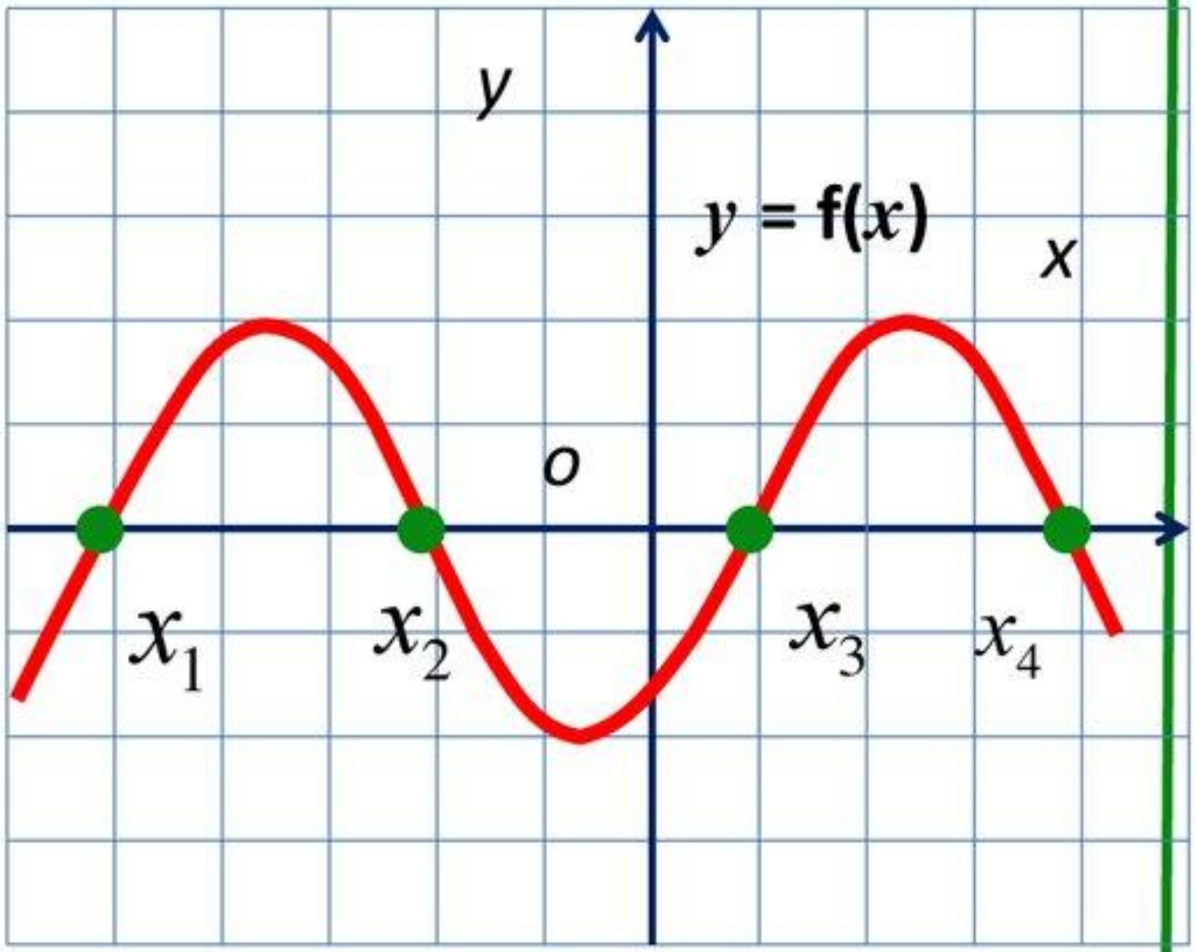
Чтобы найти нули функции , нужно приравнять к нулю выражение, стоящее в правой части формулы и решить уравнение . Корни этого уравнения и будут нулями функции .

Пример: $f(x) = x^2 + 2x + 1 \implies x^2 + 2x + 1 = 0 \implies x = -1$

Чтобы найти нули функции по ее графику, нужно найти точки пересечения графика с осью OX. Абсциссы точек пересечения и будут нулями функции

Нули функции

x_1, x_2, x_3, x_4



4. Четность, нечетность функции

Функция называется **четной**, если для любого x из области определения функции: $f(-x) = f(x)$.

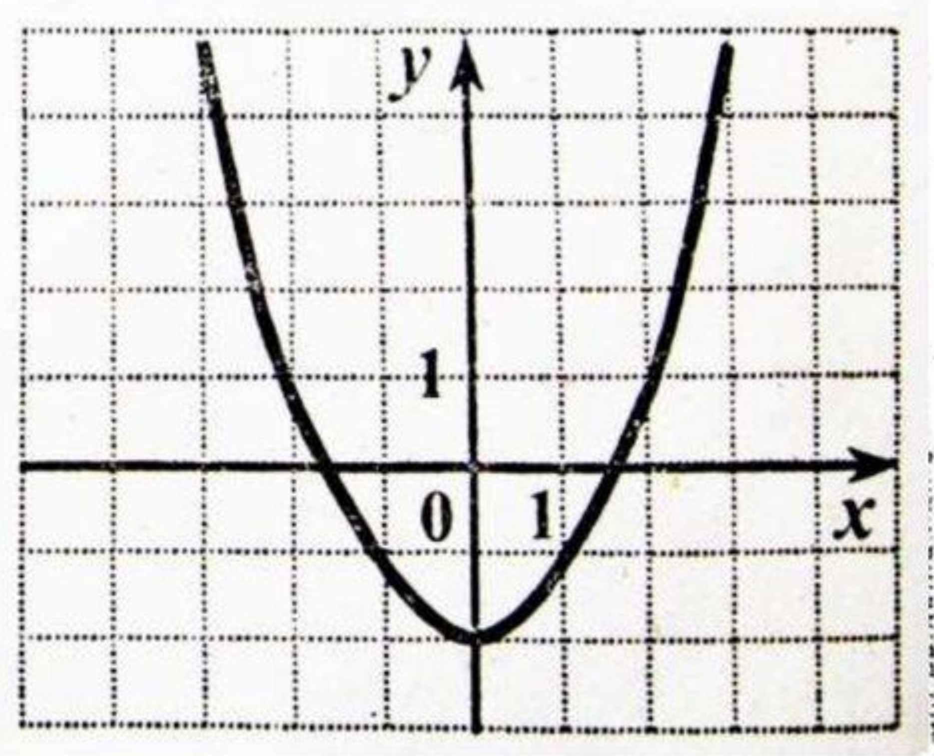
График четной функции симметричен относительно оси ординат (прямой OY).

Функция называется **нечетной**, если для любого x из области определения функции: $f(-x) = -f(x)$

График нечетной функции симметричен относительно начала координат (точки (0,0))

Следующие два слайда разобрать устно, в конспект – не надо

Примеры графиков четной функции



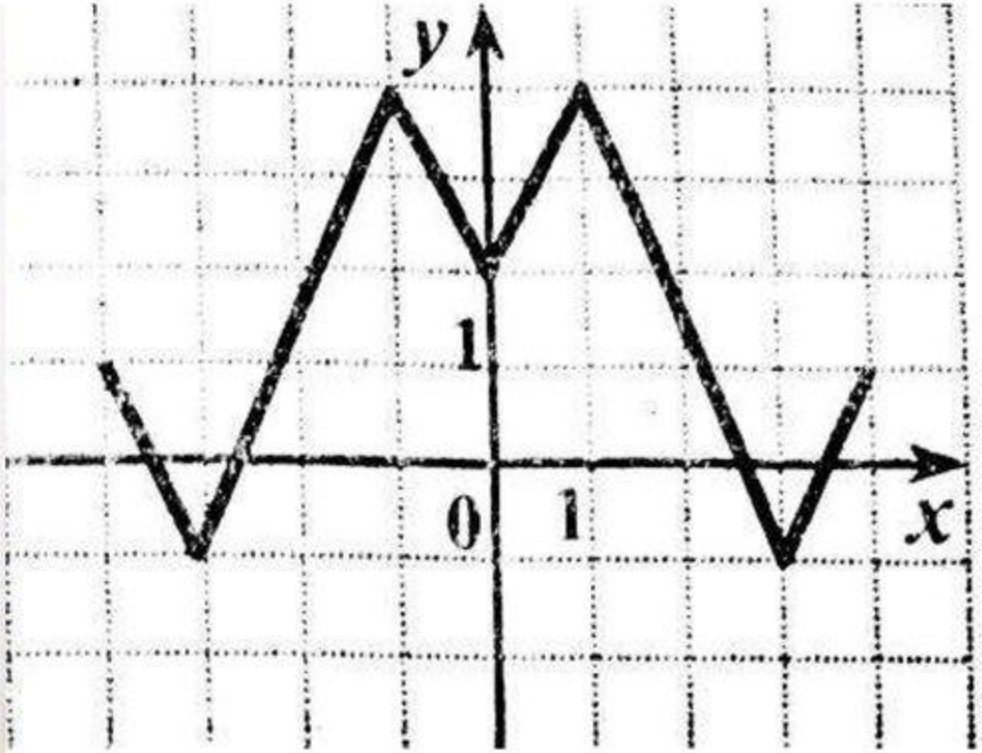
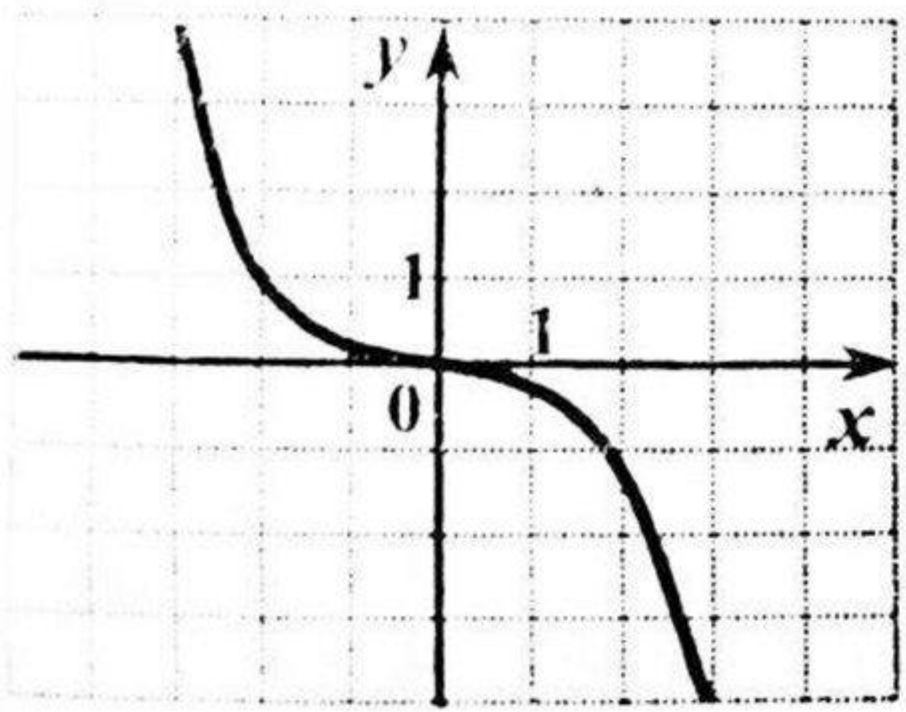


График четной функции симметричен относительно оси ординат.

Примеры графиков нечетной функции



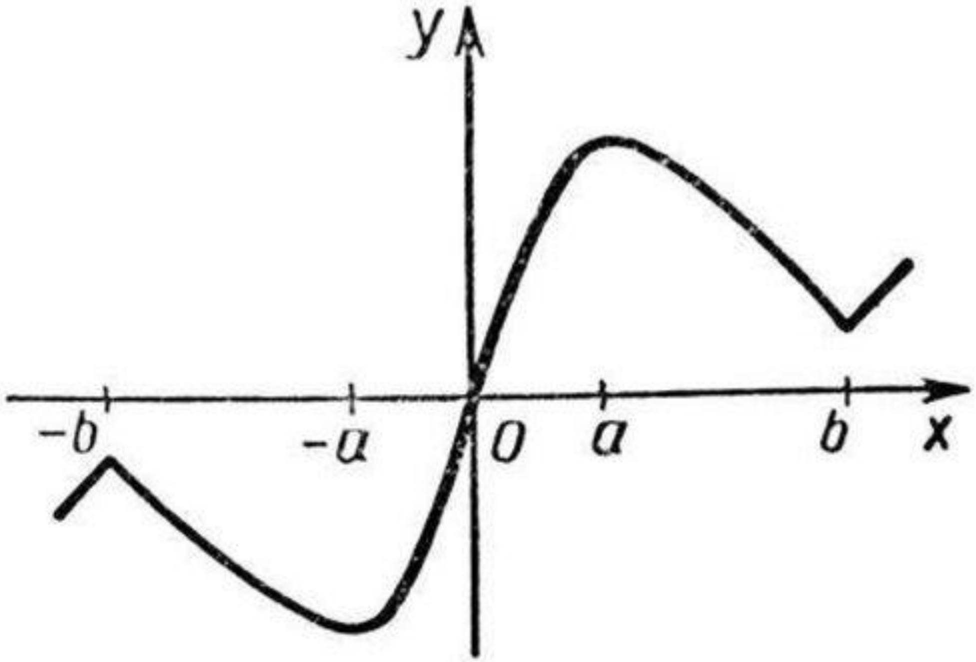


График *нечетной* функции **симметричен** относительно **начала координат**

5. **Промежутки знакопостоянства функции** - это такие промежутки значений аргумента х, на которых функция у сохраняет свой знак (значения функции положительны или значения функции отрицательны)

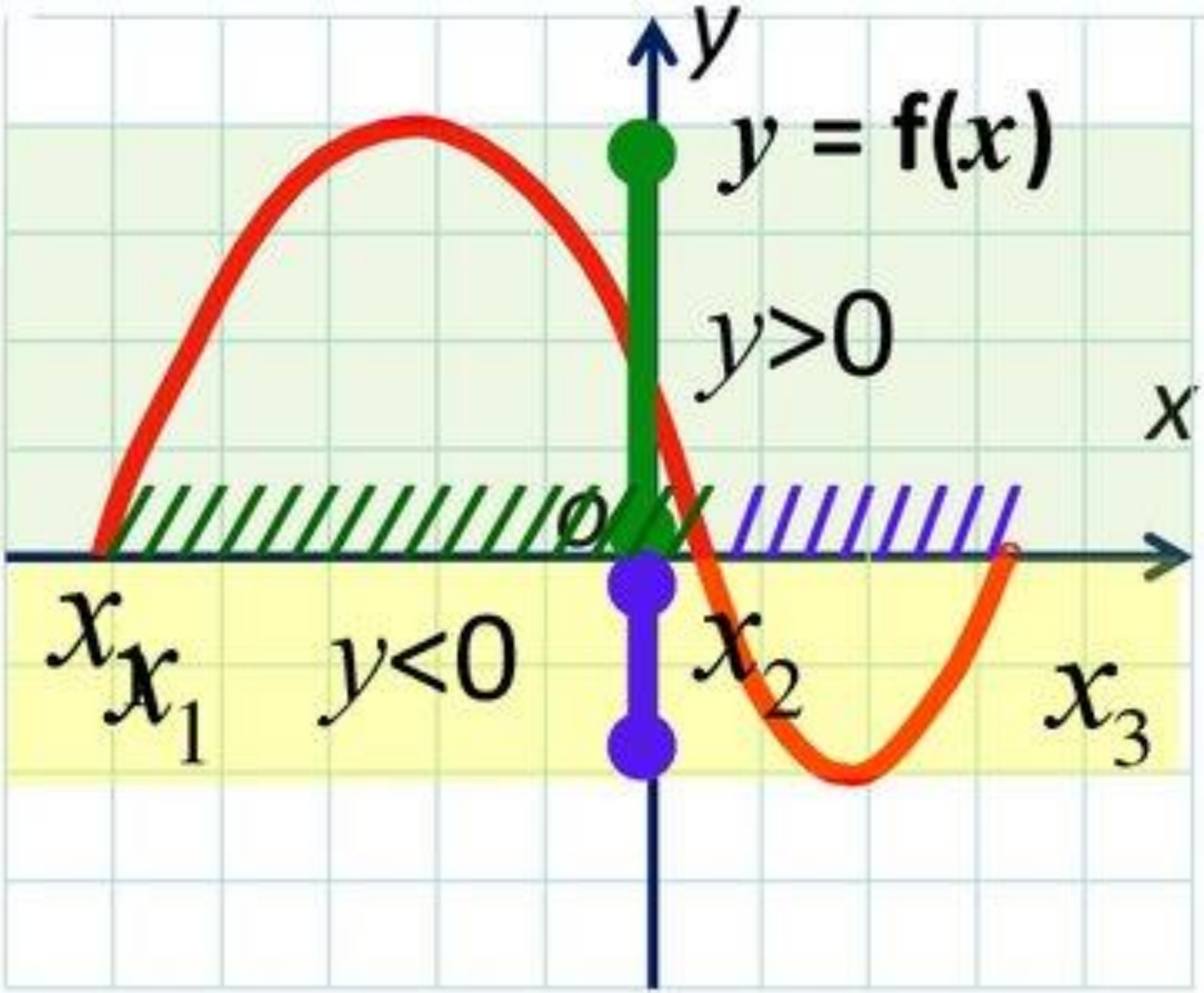
Чтобы найти промежутки знакопостоянства функции по ее графику, нужно

- найти промежутки значений аргумента x, при которых график функции расположен выше оси OX - при этих значениях аргумента значения функции положительны

И

- найти промежутки значений аргумента x, при которых график функции расположен ниже оси OX - при этих значениях аргумента значения функции

Следующий слайд разобрать устно, в конспект – не надо


y
y = f(x)
y>0
x
0
x
x1
y<0
x2
x3

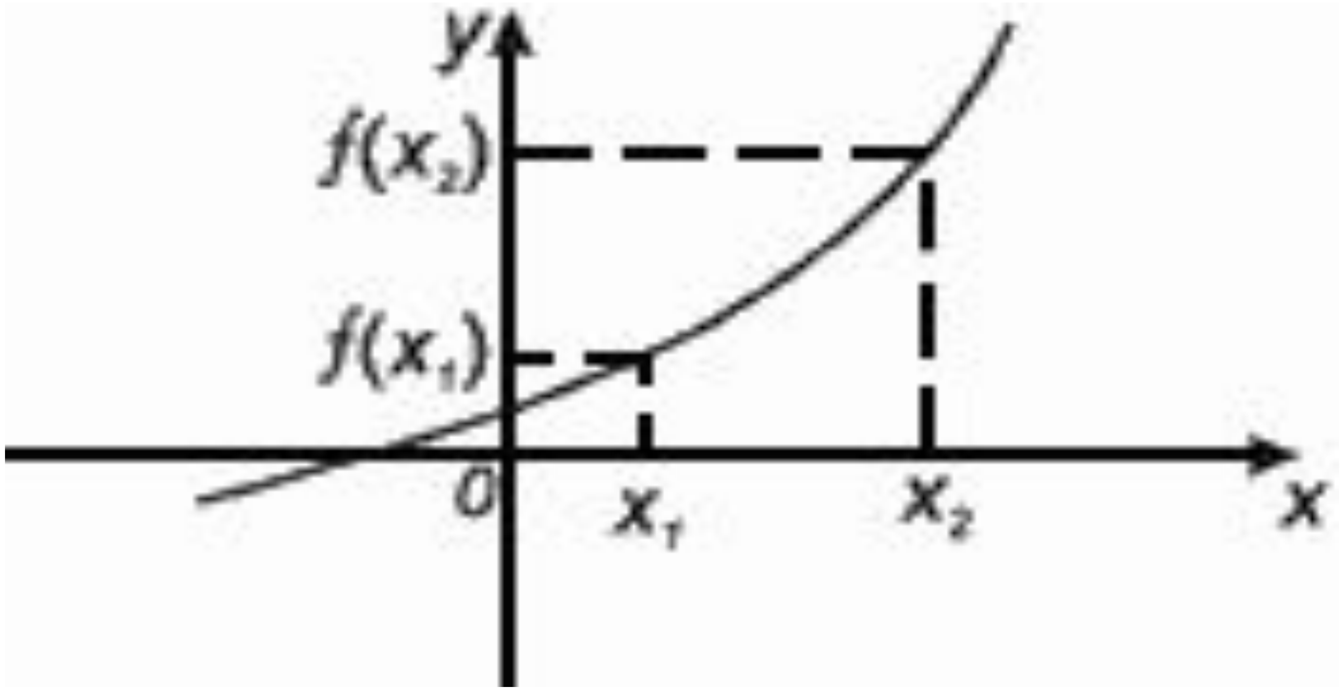
6. **Промежутки монотонности функции** - это

такие промежутки значений аргумента x, при

которых функция возрастает или убывает.

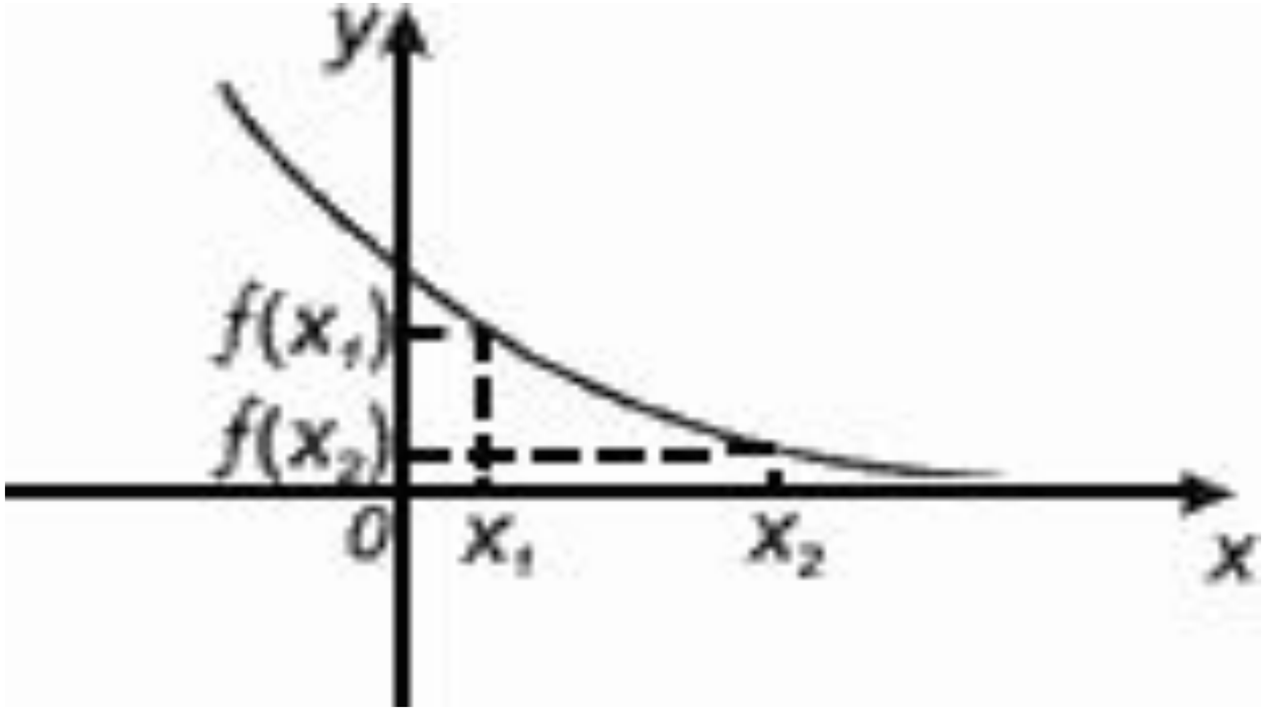
Функция **возрастает** на промежутке,

если для любых x_1 и x_2 из этого промежутка, таких, что $x_1 < x_2$, выполнено неравенство $f(x_1) < f(x)$



Чтобы по графику функции определить промежутки возрастания функции, нужно, двигаясь слева направо по линии графика функции, выделить промежутки значений аргумента x, на которых график идет вверх.

Функция **убывает** на промежутке, если для любых x_1 и x_2 из этого промежутка, таких, что $x_1 < x_2$, выполнено неравенство $f(x_1) > f(x_2)$



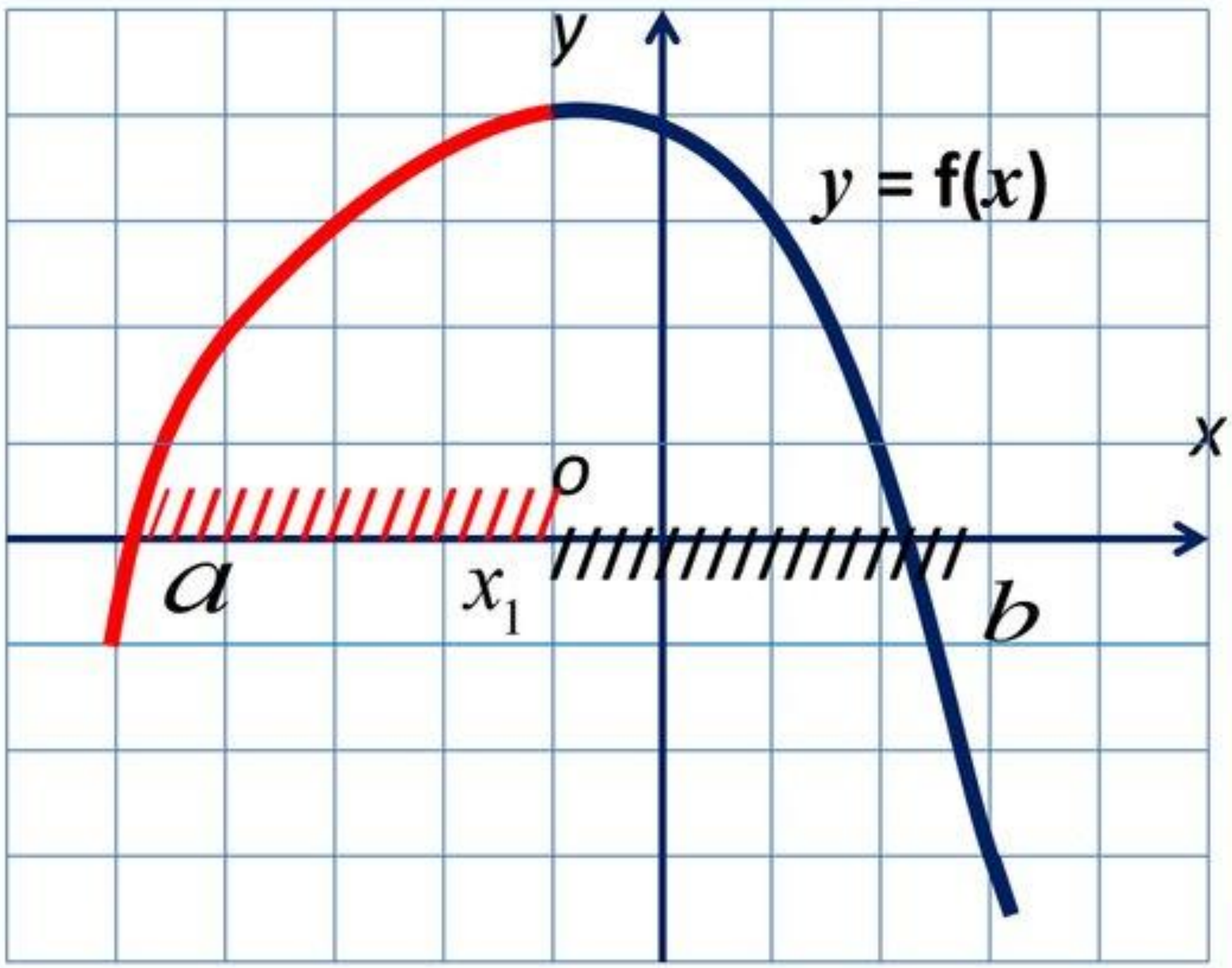
Чтобы по графику функции определить промежутки убывания функции, нужно, двигаясь слева направо вдоль линии графика функции, выделить промежутки значений аргумента x, на которых график идет вниз.

Следующий слайд разобрать устно, в конспект – не надо

Промежутки монотонности

функция возрастает, если $x \in [a; x_1]$

функция убывает, если $x \in [x_1; b]$

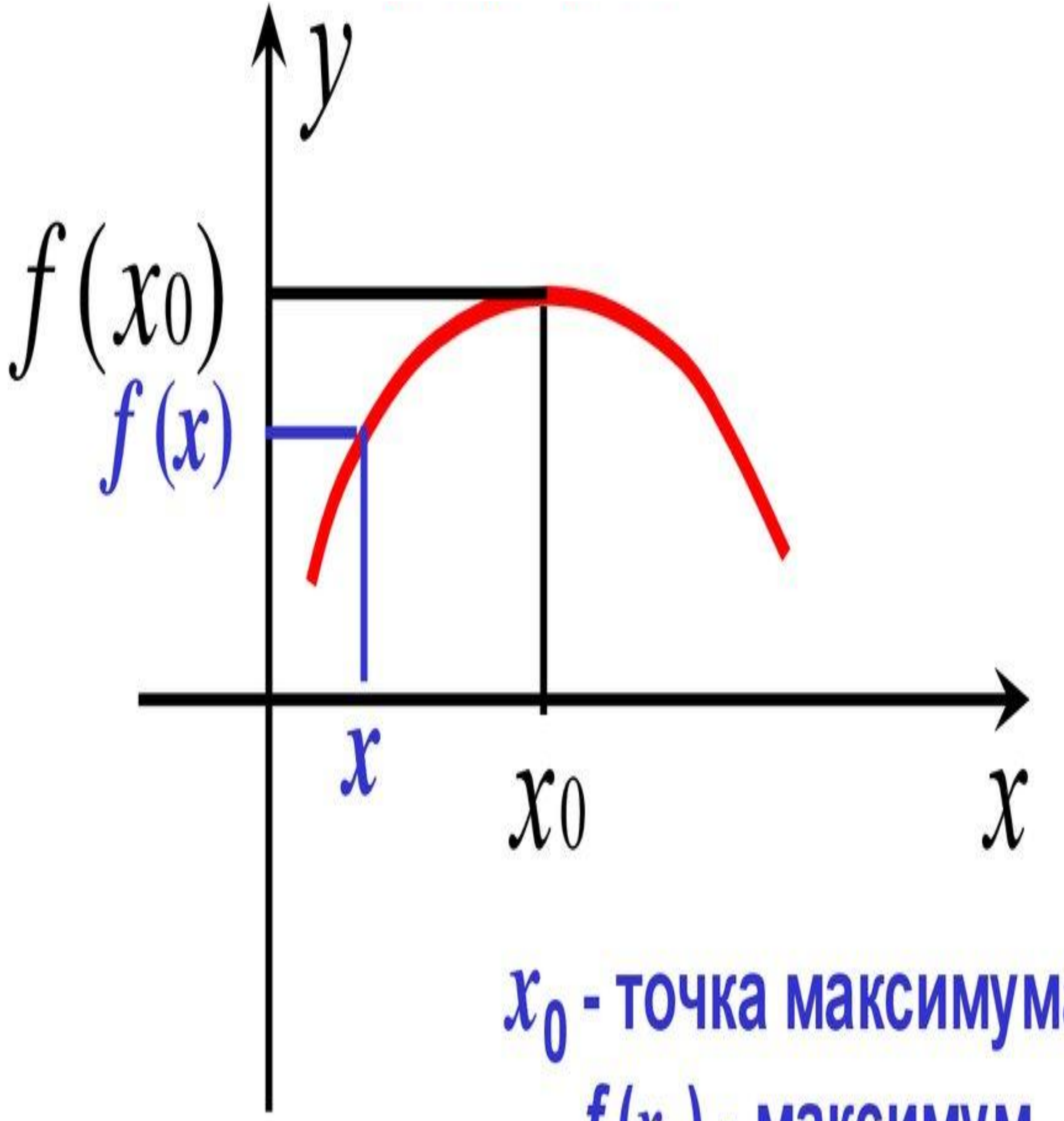


7. Экстремумы функции.

1) Точка x_0 называется **точкой максимума** функции $f(x)$, если для всех x из некоторой окрестности точки x_0 выполнено неравенство: $f(x) \leqslant f(x_0)$.

Значение функции в точке x_0 (т.е. $f(x_0)$) называется максимумом функции

Графически это означает что точка с абсциссой x_0 лежит выше других точек из окрестности точки x_0 графика функции $y=f(x)$.

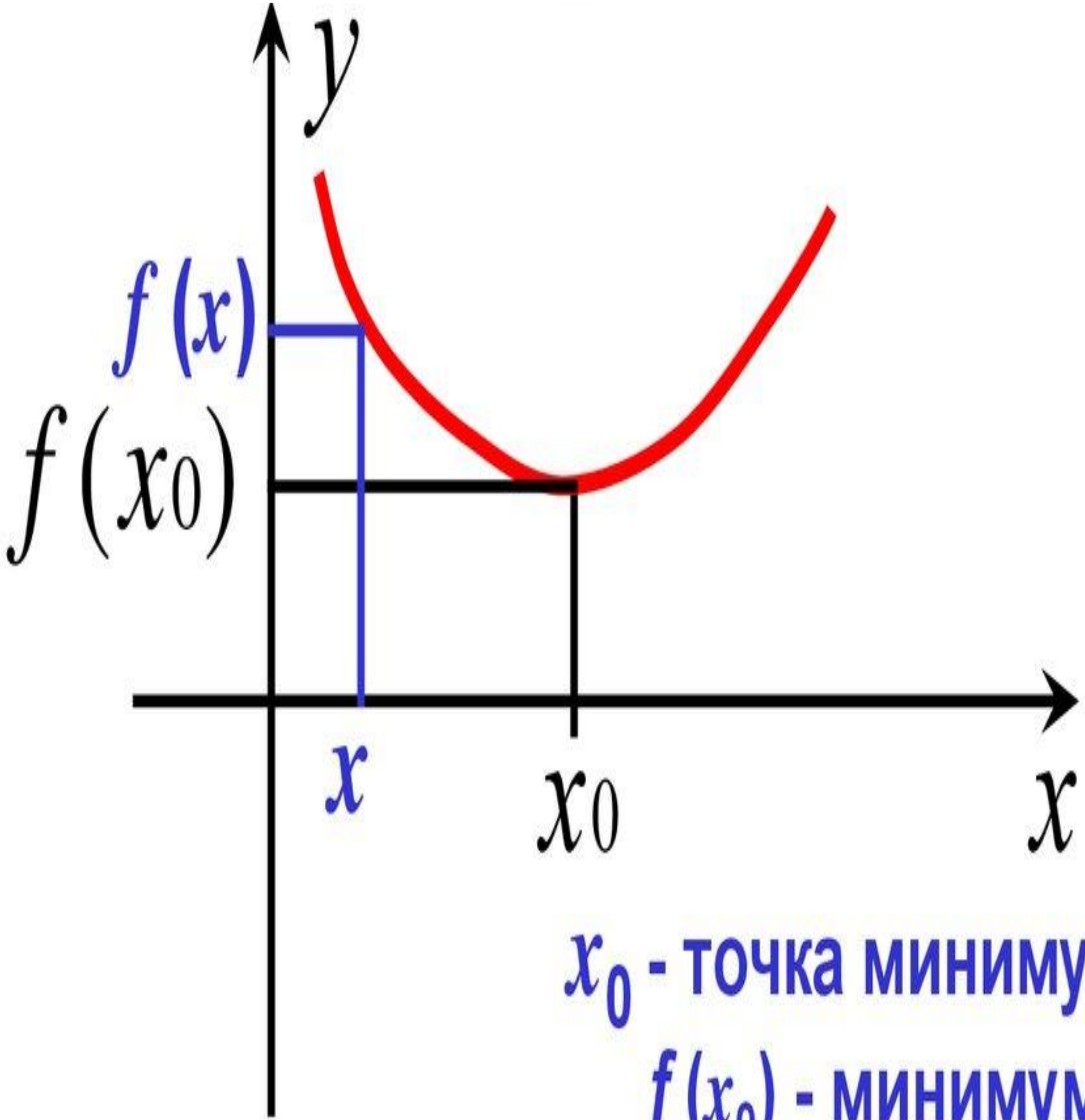


x_0 - точка максимума,
$f(x_0)$ - максимум

2) Точка x_0 называется **точкой минимума** функции f(x), если для всех x из некоторой окрестности точки x_0 выполнено неравенство: $f(x) \geq f(x_0)$.

Значение функции в точке x_0 (т.е. $f(x_0)$) называется минимумом функции

Графически это означает что точка с абсциссой x_0 лежит ниже других точек из окрестности точки x_0 графика функции



x_0 - точка минимума,
$f(x_0)$ - минимум

Точки максимума и минимума называются точками экстремума. Значения функции в этих точках называются экстремумами функции.

Замечание: Окрестностью точки называют интервал, который содержит данную точку.

8. **<u>Периодичность функции</u>**

Функция f(x) называется **периодической** с периодом $T \neq 0$, если для любого значения x из области определения функции значения этой функции в точках x; x+T; x-T равны : f(x) = f(x-T) = f (x+T)

График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов.