Перестановки

9 класс

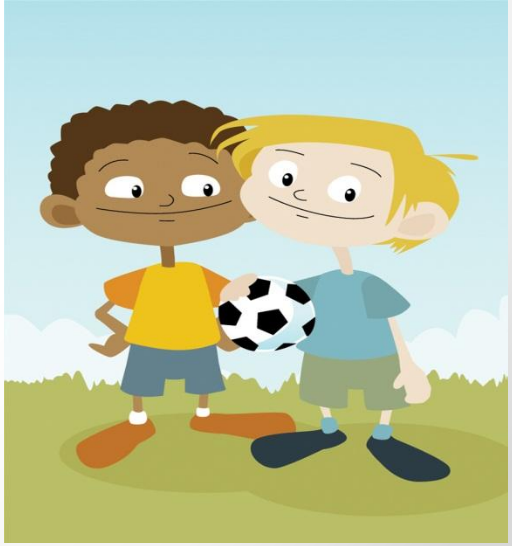
Задача 1

Перестановки из трех элементов

Решение:

АБВ; БАВ; АВБ; ВАБ; БВА; ВБА

Ответ: 6 способов



Перестановки

Наборы, отличающиеся друг от друга порядком расположения в них элементов, составленные из всех элементов данного множества

Задача 2

Анна, Борис, Виктор и Галина побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькими способами они могут занять очередь для игры в теннис ?

Правило умножения

Если 1-ый элемент можно выбрать n_1 способами,

затем 2-ой выбрать n_2 способами из оставшихся,

затем 3-ий выбрать n_3 способами из оставшихся

и т.д., то число способов выбора элементов равно

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots$$

Решение

Очередь

1 – любой из четверых – 4 способа

2 – любой из оставшихся троих – 3 способа

3 – любой из оставшихся двоих – 2 способа

4 – последний - 1 способ

Всего $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способа

Факториал

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4!$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

$$\frac{13!}{11!} = \frac{11! \cdot 12 \cdot 13}{11!} = 12 \cdot 13 = 156$$

Число всех перестановок множества из n элементов

$$P_n = n!$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

Задача 3

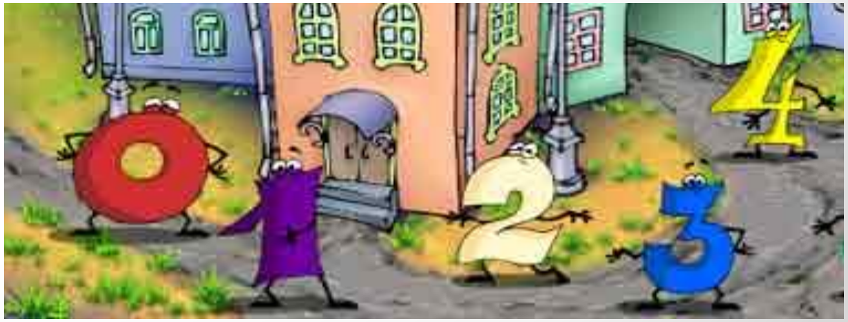
Сколько различных пятизначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4 ?

P_5 = 5! = 120 – всего чисел

P_4 = 4! = 24 – количество чисел с 1-ой цифрой 0

$P_5 – P_4$ = 96

Ответ: 96 чисел.



Размещения

9 класс

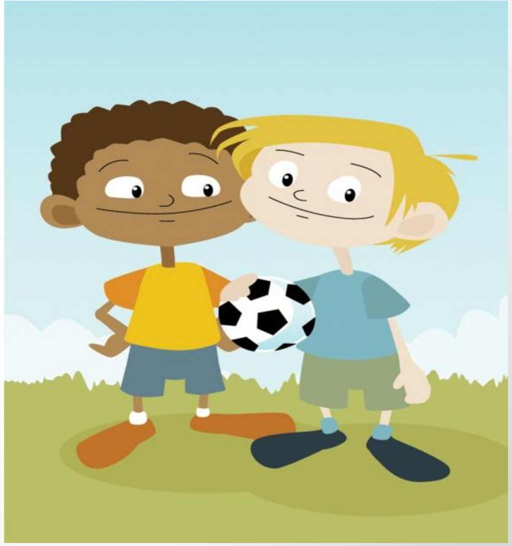
Задача 1

Размещения из трех элементов по два

Решение:

АБ; БА; АВ; ВА; БВ; ВБ

Ответ: 6 способов



Размещения из n элементов по k

множество,
состоящее из k элементов,
взятых в определенном порядке
из данных n элементов.

Размещения отличаются либо составом, либо порядком расположения.

Число размещений

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

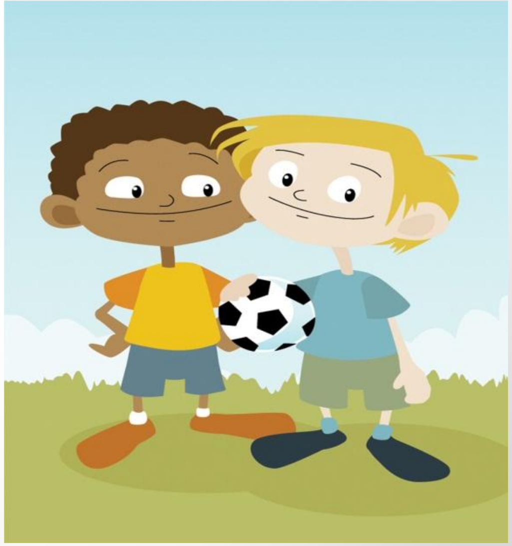
Задача 1

Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч на 1-ое и 2-ое места первого ряда. Сколько у друзей есть вариантов занять эти два места на стадионе?

Решение:

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1} = 6$$

Ответ: 6 способов



Задача 2

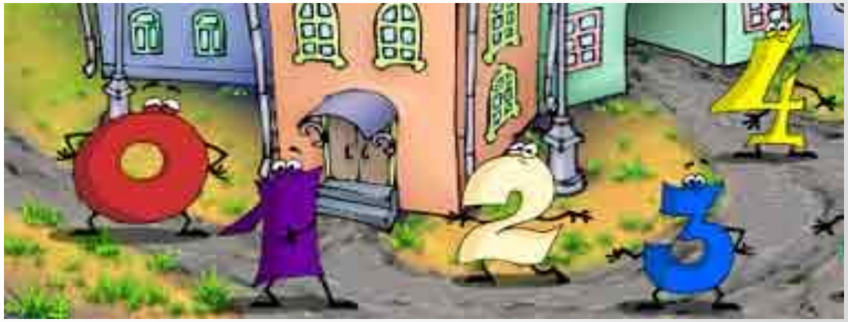
Сколько трехзначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4 ?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{2!} = 60$$

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4}{2!} = 12$$

60 – 12 = 48

Ответ: 48 чисел.



Сочетания

9 класс

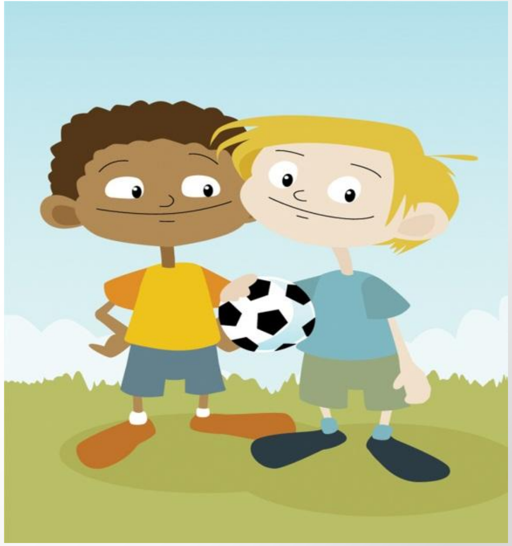
Задача 1

Сочетания
из трех элементов по два

Способ решения – перебор возможных вариантов

1) А и Б
2) А и В
3) Б и В

Ответ: 3 варианта



Сочетание из n элементов по k -

множество,
составленное из k элементов,
выбранных из данных n элементов

Сочетания отличаются друг от друга составом.
Порядок значения не имеет.

Число сочетаний из n элементов по k

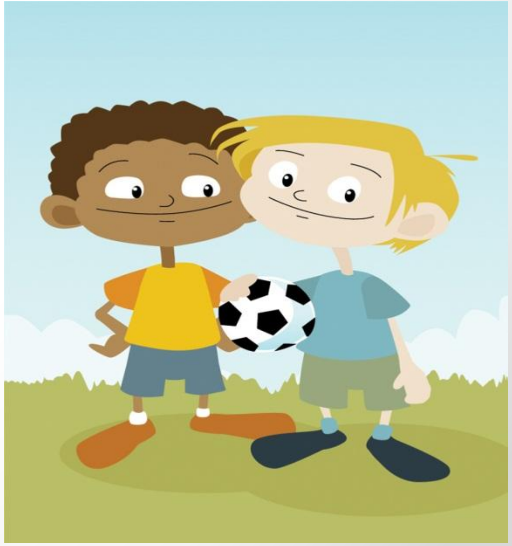
$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Задача 1

Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов посещения футбольного матча для троих друзей?

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = \frac{2!\cdot 3}{2!} = 3$$

Ответ: 3 варианта



Задача 1

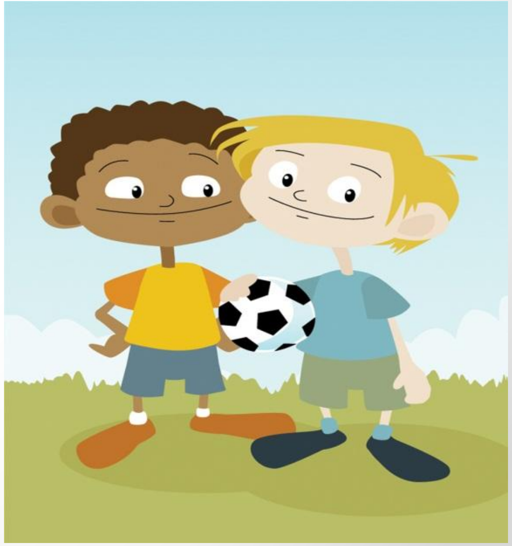
Три друг… – Антон, Борис и Виктор – …риобрели два билета
на футб… …ует различных
вариант… …тча для троих
друзей?

$$C_3^2 \cdot P_2 = A_3^2$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = \frac{2! \cdot 3}{2!} = 3$$

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1} = 6$$

$P_2 = 2! = 2$



$$C_n^k \cdot P_n = A_n^k$$

$$P_n = n!$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Задача 2

По списку в 9 классе 15 девочек и 13 мальчиков. Нужно выделить группу из трех человек для посещения заболевшего одноклассника. Сколькими способами это можно сделать, если в группе должны быть 1 девочка и 2 мальчика ?

<u>Алгоритм решения задачи:</u>

Выбор 1 девочки из 15

Выбор 2 мальчиков из 12

Общее количество выборов

Правило умножения

- Если существует

n вариантов выбора первого элемента

и для каждого из них есть

m вариантов выборов второго элемента,

то всего существует

$n \cdot m$ различных пар с выбранными первым и вторым элементами.

Решение

$$1)\ C_{15}^{1} = \frac{15!}{1!\,(15-1)!} = \frac{14!\cdot 15}{14!} = 15$$

$$2)\ C_{12}^{2} = \frac{12!}{2!\,(12-2)!} = \frac{10!\cdot 11\cdot 12}{1\cdot 2\cdot 10!} = 66$$

3) $15 \cdot 66 = 990$

Ответ: 990 способов

Желаю успехов!

Попова И.А.
МОУ «СОШ № 23» г. Воркуты