Дискретная математика

Маршруты. Расстояния

Маршруты

Пусть ***G =(V, E)*** – н-граф.

Маршрутом в графе ***G*** называется чередующаяся последовательность вершин и ребер $\boldsymbol{M} = (v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_n, v_n)$ где ребро e_i инцидентно вершинам v_{i-1}, v_i.

Маршруты

Вершина v_0 - начальная вершина маршрута ***M***,

v_n - конечная,

v_i - внутренняя вершина,

$M(v_0, v_n)$ — маршрут соединяющий v_0 и v_n.

Дина маршрута – число его ребер.

Маршруты

Маршрут ***М*** называется

цепью - если его ребра не повторяются,

простой цепью – если его вершины не повторяются,

маршрутом общего вида, если вершины и ребра повторяются.

Маршруты

Маршрут ***М*** называется ***циклическим***, если начальная и конечная вершина совпадают.

Замечание: *совпадают, не значит повторяются.*

Маршруты

Циклический маршрут ***M*** называется

циклом - если его ребра не повторяются,

простым циклом – если его вершины не повторяются (кроме начала и конца),

маршрутом общего вида, если вершины и ребра повторяются.

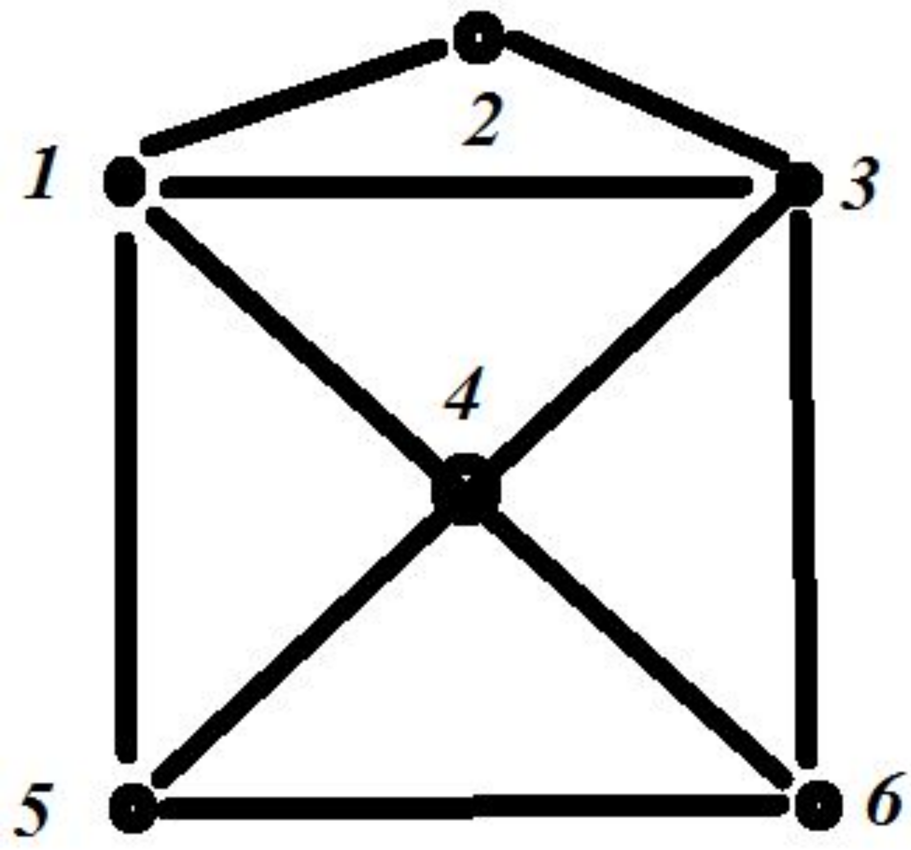
Маршруты

M_1 =(1, 2, **3, 4**, 1, **3, 4**, 5) – общ вида.

M_1 =(**1**, 2, 3, 4, **1**, 5) – цепь

M_1 =(1, 2, 3, 4, 5) –

– простая цепь.

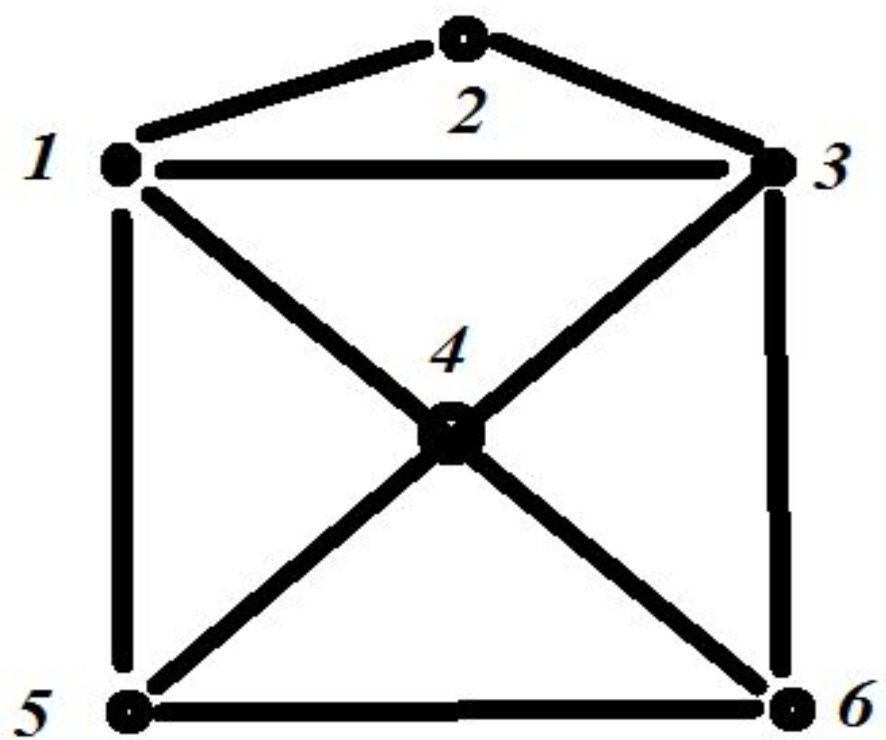


Маршруты

M_1 =(1, 2, 3, 1, 2, 3, 1) – циклический маршрут общего вида.

M_1 =(1, 3, 4, 5, 6, 4, 1) – цикл (не пр)

M_1 =(1, 2, 3, 4, 1) – простой цикл.



Расстояния в графе

Расстоянием между вершинами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ называется длина минимальной простой цепи, связывающей их.

Расстояние обозначается $\boldsymbol{d(a, b)}$.

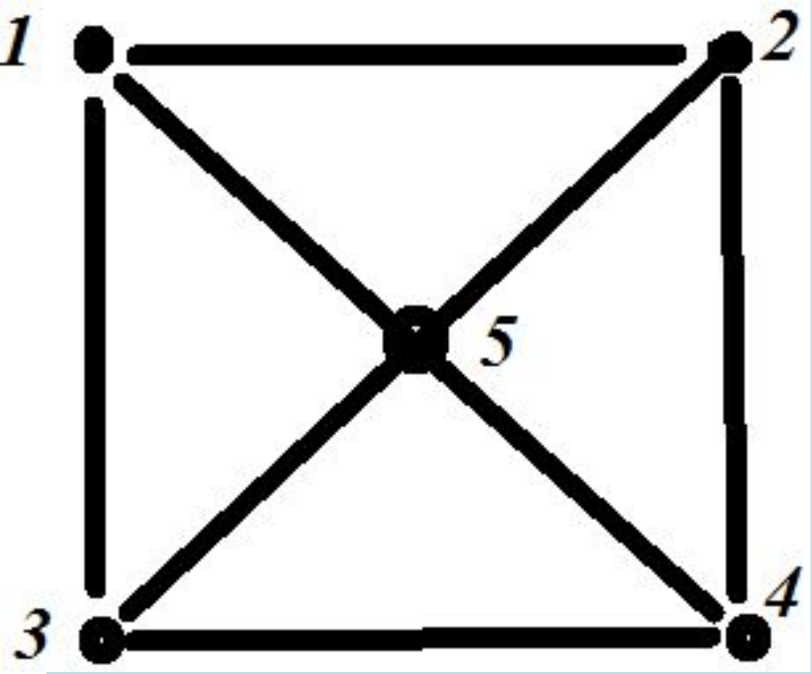
Аксиомы метрики:

1) $\boldsymbol{d(a, b) = d(b, a)}$;

2) $\boldsymbol{d(a, b) \geq 0, d(a, b) = 0 \leftrightarrow a = b}$;

3) $\boldsymbol{d(a, b) \leq d(a, c) + d(c, b)}$

Расстояния в графе



	1	2	3	4	5
1	0	1	1	2	1
2	1	0	2	1	1
3	1	2	0	1	1
4	2	1	1	0	1
5	1	1	1	1	0

Расстояния в графе

r_i – ***эксцентрицитет*** i-ой вершины – расстояние от этой вершины до наиболее удаленной от нее вершины.

$r_i = \max d(v_i, v_j)$

по всем j от 1 до n

Расстояния в графе

Диаметр графа G – максимальное расстояние между вершинами графа

$d(G) = \max d(v_i, v_j)$ по всем i и j от 1 до n. Или

$d(G) = \max r_i$ по всем i от 1 до n

Расстояния в графе

Центр графа G – это вершина, расстояние от которой до наиболее удаленной вершины – минмальное.

Что бы найти центр, надо сначала найти радиус графа.

Расстояния в графе

Радиус графа G – расстояние от центра графа до наиболее удаленной вершины.

$$r(G)=\min r_i$$

по всем i от 1 до n

Расстояния в графе

Центр графа G –такая вершина i, для которой

$$r_i = r(G).$$

Замечание:

Центр в графе может быть не единственный.

Расстояния в графе

В нашем примере центром является вершина 5. Радиус -1, диаметр – 2.

	1	2	3	4	5	r_i
1	0	1	1	2	1	2
2	1	0	2	1	1	2
3	1	2	0	1	1	2
4	2	1	1	0	1	2
5	1	1	1	1	0	1

Расстояния в графе

Диаметральные цепи графа G – простые цепи, длина которых равна d(G), соединяющие наиболее удаленные вершины графа.

Расстояния в графе

Радиальные цепи графа G – простые цепи, длина которых равна r(G), соединяющие центр и наиболее удаленные от него вершины графа.

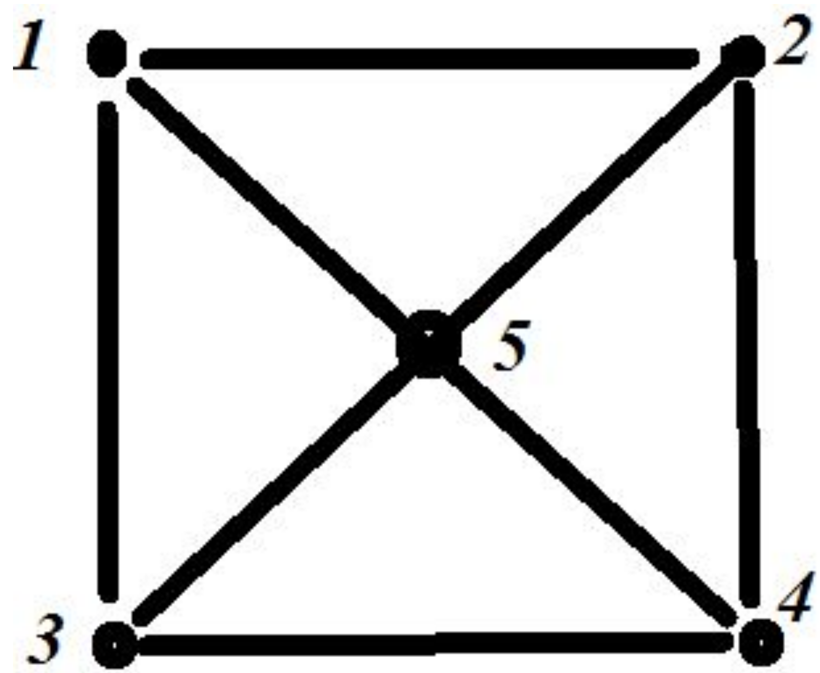
Расстояния в графе

$D_1=(1,5,4)$

$D_2=(1,3,4)$

$D_3=(1,2,4)$

$D_4=(2,5,3)$



$D_5=(2,1,3)$, $D_6=(2,4,3)$

$R_1=(5,1)$, $R_2=(5,2)$, $R_3=(5,3)$, $R_4=(5,4)$