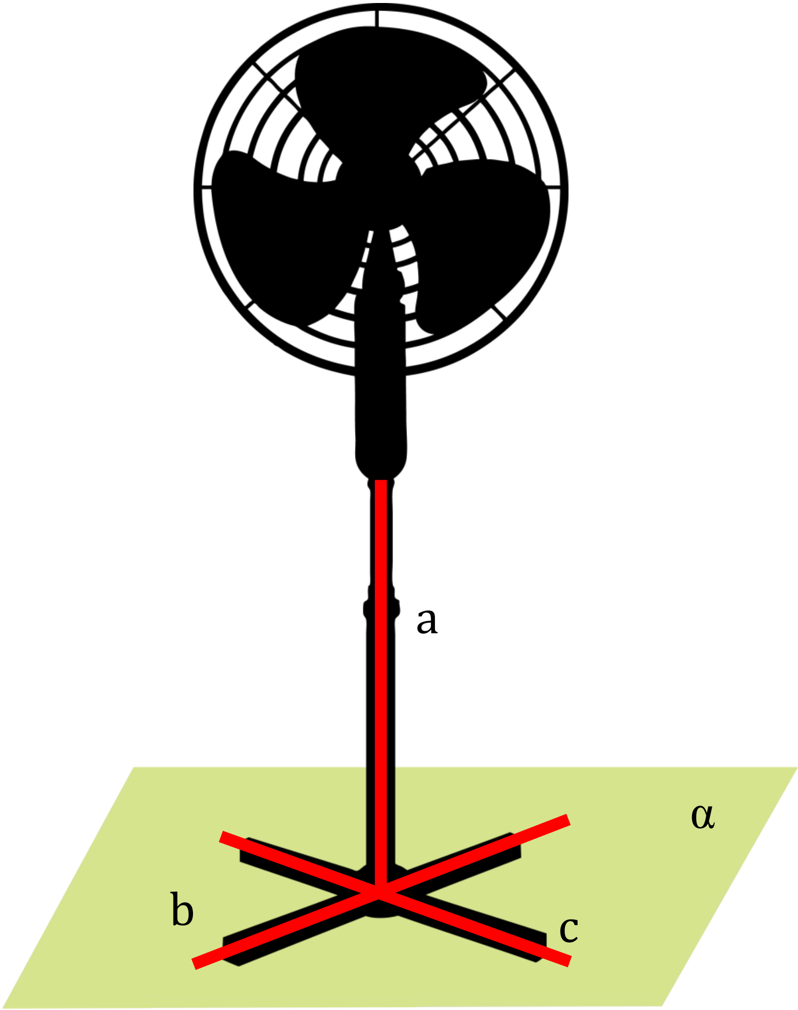

a
α
b
c

Теорема

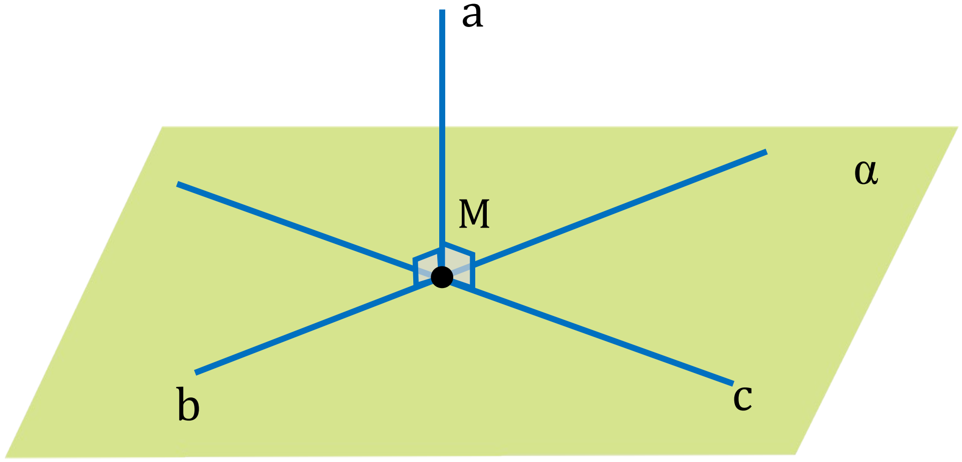
Если прямая перпендикулярна **двум пересекающимся прямым**, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна этой **плоскости**

Дано: $b \in \alpha$, $c \in \alpha$

$a \perp b$, $a \perp c$

$b \cap c = M$

Доказать: $a \perp \alpha$



Теорема

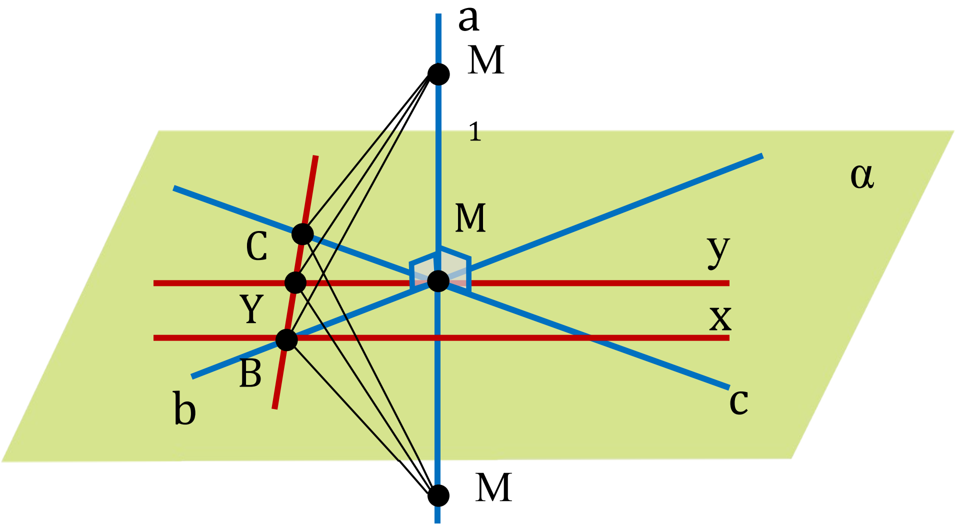
Если прямая перпендикулярна **двум пересекающимся прямым**, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна этой **плоскости**

Дано: $b \in \alpha$, $c \in \alpha$

$a \perp b$, $a \perp c$

$b \cap c = M$

Доказать: $a \perp \alpha$



Доказательство:

1) $x \in \alpha$

2) $y \parallel x$, $y \in \alpha$, $M \in y$

3) $M_1M_2 \in a$, $M_1M = MM_2$

4) $BC \in \alpha$, $BC \cap c = C$, $BC \cap b = B$, $BC \cap y = Y$

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

$BM_1 = BM_2$, $CM_1 = CM_2$

6) $\Delta BM_1M = \Delta BM_2M$: $BM_1 = BM_2$, $CM_1 = CM_2$, BM — общая $\Rightarrow \angle M_1BY = \angle M_2BY$

6) $\Delta M_1BY = \Delta M_2BY$: $BM_1 = BM_2$, BY — общая, $\angle M_1BY = \angle M_2BY \Rightarrow M_1Y = M_2Y$

8) $M_1Y = YM_2 \Rightarrow \Delta M_1YM_2$ – равноб.

9) $YM \perp M_1M_2 \Rightarrow y \perp a$

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ – серед. перпендикуляр

Теорема

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна этой плоскости

Дано: $b \in \alpha$, $c \in \alpha$

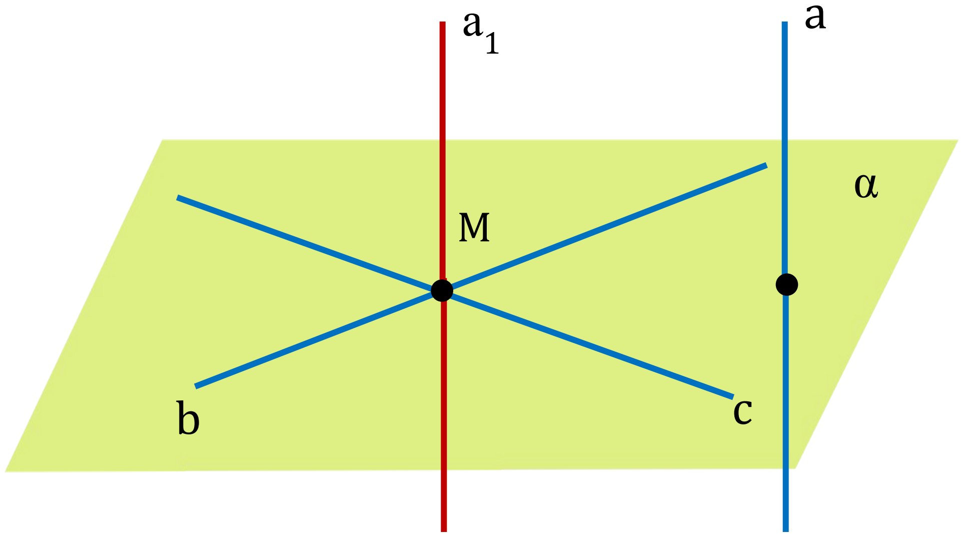
$b \cap c = M$, $M \in \alpha$,

$a \perp b$, $a \perp c$, $M \notin a$

Доказать: $a \perp \alpha$

Доказательство:

1) $a_1 \parallel a$, $M \in a_1$



5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

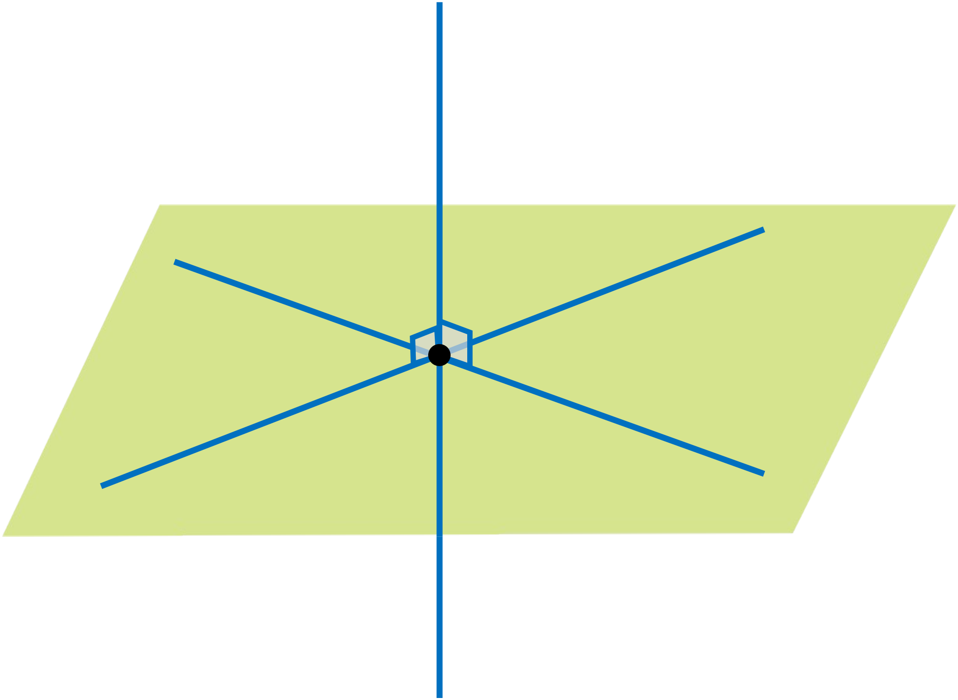
5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна **двум пересекающимся прямым**, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна **этой плоскости**



Задача 1

Дано:

ΔABC

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

$BD \perp (ABC)$

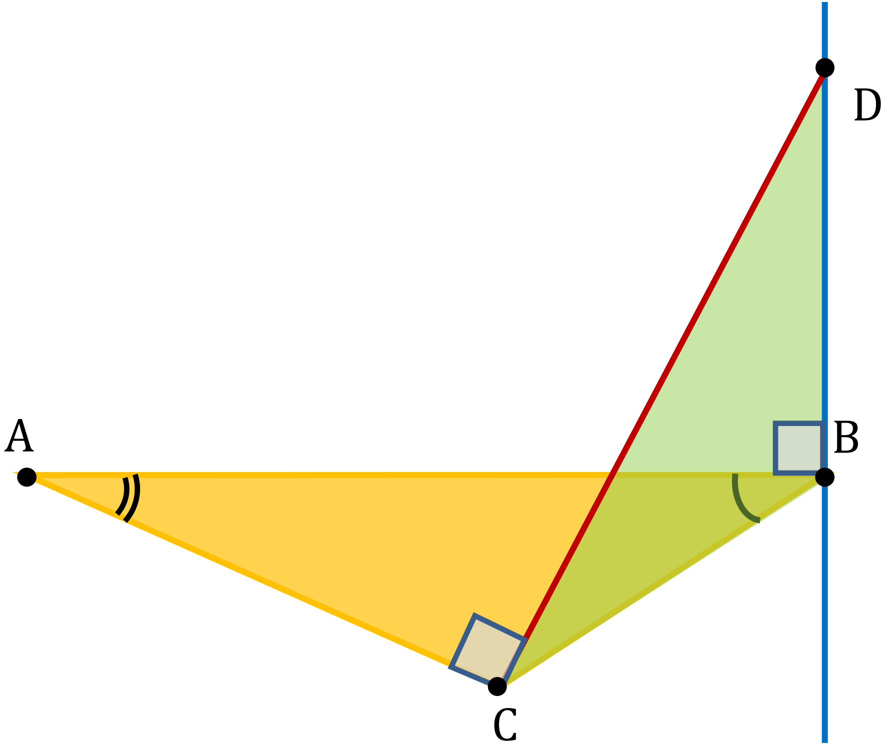
Доказать: $AC \perp CD$

Доказательство:

1) $CD \subset (BCD)$

2) ΔABC — прямоуг.,
т.к. $\angle ACB = 180° - (A + B) = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow AC \perp BC$

3) $BD \perp (ABC)$ (по усл.) $\Rightarrow AC \perp BD$



5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b$ — серед. перпендикуляр

Что и требовалось доказать

Задача 2

Дано:

ABCD и ABEF — квадраты

$AD \perp AF$

Доказать: $BC \perp (AEF)$

Доказательство:

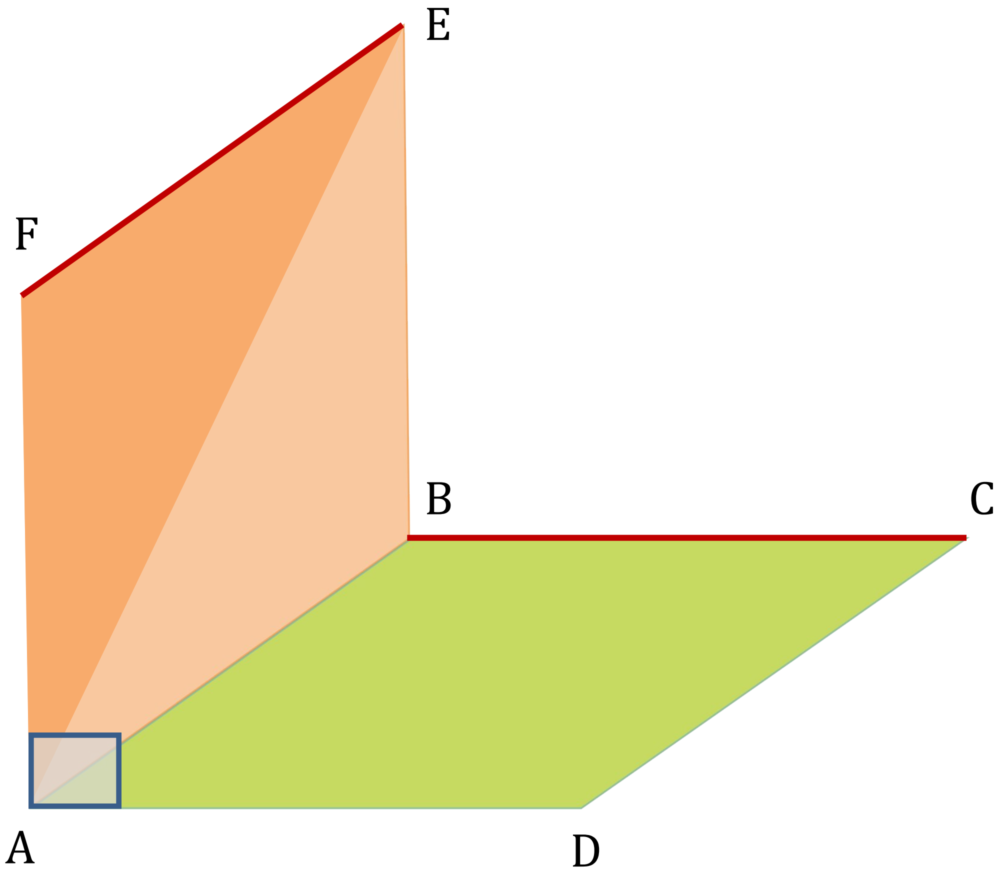
1) ABEF — квадрат $\Rightarrow AB \perp AF$

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ b — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ b — серед. перпендикуляр

5) $\left.\begin{matrix} b \perp M_1M_2 \\ M \in b \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ b — серед. перпендикуляр

$\Rightarrow BC \perp (AEF)$



Что и требовалось доказать