



**ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

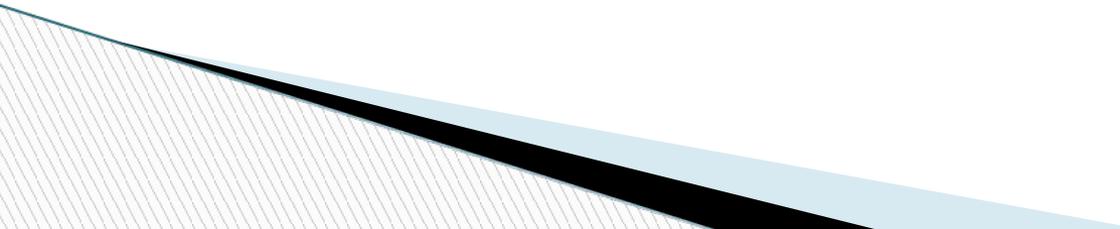
***Высказывание. Операции
над высказываниями***

Челябинск, 2018

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Алгебра логики – это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истина, ложь) и логических операций над ними.

*Логика – это наука о
формах и способах
мышления*



Историческая справка

Формальная

логика

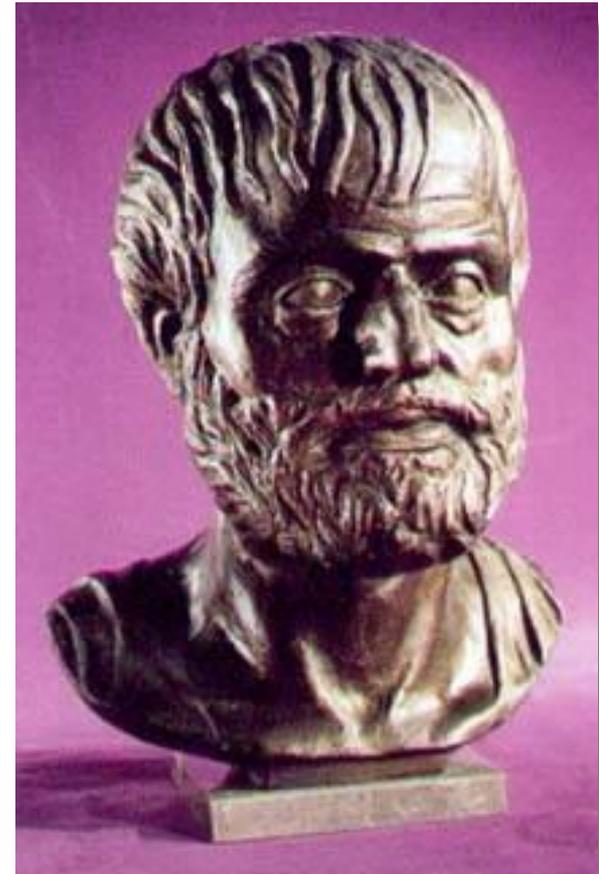
Основатель –

Аристотель

отделил логические

формы мышления от его

содержания



Выделяют три основные: понятие, формы, умозаключение.

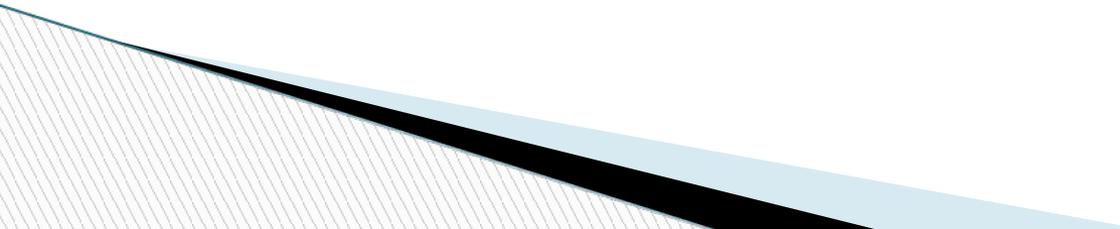
- ▣ ***Понятие*** – форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного объекта или группы объектов.
- ▣ ***Форма*** – это суждение, мысль, в которой что-то утверждается или отрицается от предмета.
- ▣ ***Умозаключение*** – это мышление, при котором из исходных знаний получают новые знания.

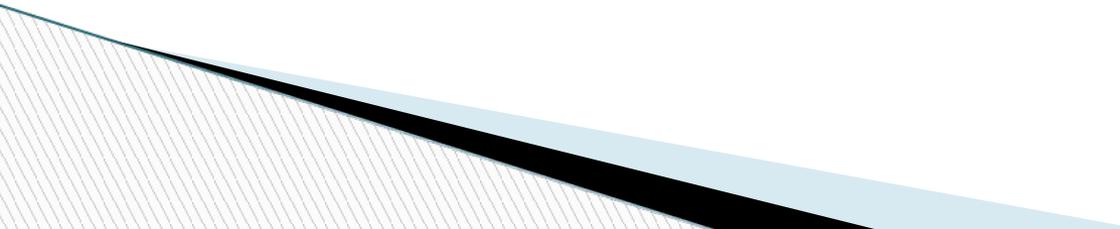
Логическое высказывание

Логическое высказывание – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

***Не всякое предложение
является логическим
высказыванием!***

***Не являются логическими
высказываниями предложения
повелительные, вопросительные,
бесмысленные и не информативные.***



- **Истинным будет высказывание**, в котором связь понятий правильно отражает свойства отношения реальных вещей.
 - **Ложным будет высказывание**, соответственно, если противоречит реальной действительности.
- 

- **Логические константы** – принимают операции истинные или ложные.
- **Логическая переменная** – простое высказывание, содержащее только одну мысль. (обозначаются, например, А, В, С, D, E, F)

Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА(1) и ЛОЖЬ(0).

Например,

□ Сегодня пасмурная погода

$A = \text{истина}$

□ $X_2 \geq 0$

$B = \text{истина}$

- ▣ **Простое логическое выражение** – состоит из одного высказывания. Например, $4 >= 7$.
- ▣ **Сложное логическое выражение** состоит из простых высказываний или выражений соединенных знаками логической операций
Например, кошки любят плавать И зимой холодно

Логическое отрицание (инверсия)

- **Логическое отрицание (инверсия)** образуется из высказывания с помощью добавления частицы "не" к сказуемому или использования оборота речи "неверно, что ...".
- Операция унарная.
- Обозначается - \bar{A} (или знаком $\neg A$).

Таблица истинности:

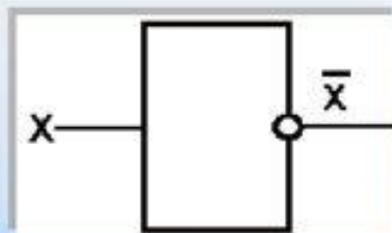
A	\bar{A}
0	1
1	0

- Читается "не A".

Например:

A = «мы пойдём в кино»

\bar{A} = «мы **не** пойдём в кино»



Вывод: инверсия высказывания истинна, когда высказывание ложно, и ложна, когда высказывание истинно.

Логическое умножение (конъюнкция)

- **Логическое умножение (конъюнкция)** образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза "и".
- Операция бинарная.
- Обозначается **$A \& B$** (**$A \wedge B$**) (.)
- Читается " **A и B** "
- **Например:**

A = «идет дождь»

B = «асфальт мокрый»

$A \wedge B$ = «идет дождь **и** асфальт мокрый»

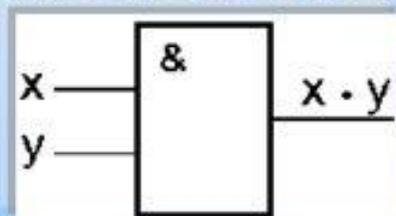


Таблица истинности:

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Вывод: конъюнкция двух высказываний истинна **тогда и только тогда**, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Логическое сложение (дизъюнкция)

- **Логическое сложение (дизъюнкция)** образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза "**или**".
- Операция бинарная.
- Обозначается **$A \vee B$** (плюсом)
- Читается " **A или B** "
- **Например:**

A = «мы пойдем в кино»

B = «мы пойдем в театр»

$A \vee B$ = «мы пойдем в кино **или** театр»

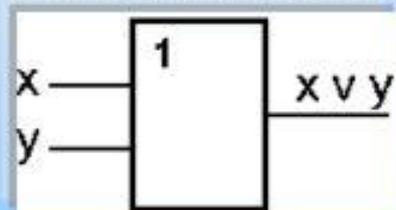


Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Вывод: дизъюнкция двух высказываний истинна тогда, когда **хотя бы одно** высказывание истинно .

Дистрибутивность

(распределительный закон)

- Относительно логического умножения

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

- Относительно логического сложения

$$A \vee B \wedge C = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$



Законы де Моргана

- Отрицание одновременной истинности

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

- Отрицание вариантов

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$



Логическое следование (импликация)

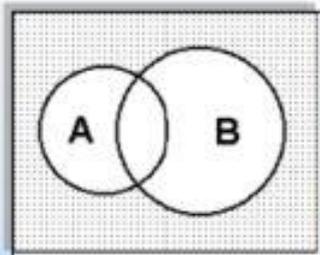
В теории множеств соответствующей операции нет.

Тем не менее попробуем отобразить ее с помощью **диаграммы Эйлера-Венна**.

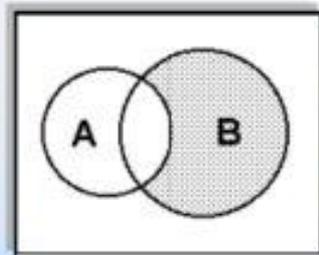
Выберем из таблицы истинности те строки, значение которых 1. Таких строк три.

В диаграмме заштрихуем следующие области:

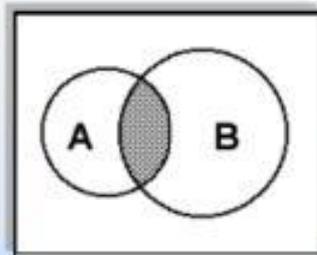
A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



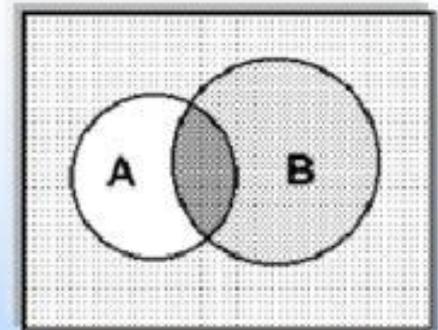
$$(A=0) \cap (B=0)$$



$$(A=0) \cap (B=1)$$



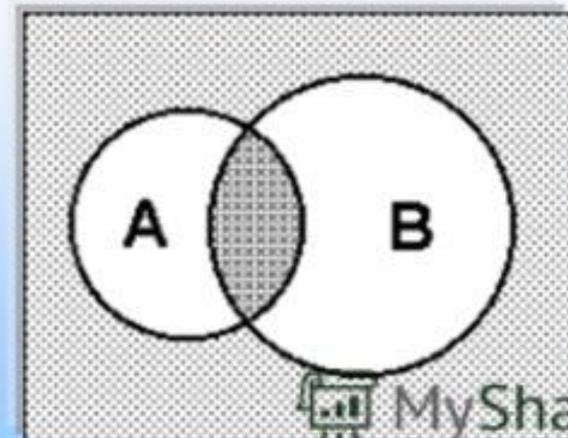
$$(A=1) \cap (B=1)$$



Равносильность (эквиваленция)

В теории множеств соответствующей операции нет. Тем не менее попробуем отобразить ее с помощью **диаграммы Эйлера-Венна**. Выберем из таблицы истинности те строки, значение которых 1. Таких строк две. В диаграмме заштрихуем следующие области:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Логические операции:

- логическое отрицание (**инверсия**);
- логическое умножение (**конъюнкция**);
- логическое сложение (**дизъюнкция**);
- логическое следование (**импликация**);
- логическое равенство (**эквивалентность**).

Логические величины:

1 - истина;

0 - ложь

Порядок выполнения операций:

1. Операции в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность

ПРИМЕР 1: $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$

1. $B \rightarrow C$ - импликация

2. $\neg A$ - инверсия

3. $(B \rightarrow C) \& D$ - конъюнкция

4. $A \vee (B \rightarrow C) \& D$ - дизъюнкция

5. $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$ - эквивалентность

Перевод логических операций на естественный язык:

Операция	Обозначение	Перевод на естественный язык
Инверсия (отрицание)	$\bar{A}, \neg A$	не А; неверно, что А
Конъюнкция (логическое произведение)	$AB, A \wedge B, A \text{ и } B, A \text{ and } B, A \times B, A \& B, A \cdot B$	и А и В; как А, так и В ; А вместе с В; А несмотря на В; А, в то время как В
Дизъюнкция простая (логическая сумма, неисключающее ИЛИ)	$A+B, A \vee B,$ А или В, А or В	А или В
Дизъюнкция строгая (исключающее ИЛИ)	$A \oplus B$	или А или В; либо А либо В
Импликация	$A \rightarrow B$	если А, то В; В если А; В необходимо для А; А достаточно для В; А только тогда, когда В; В тогда, когда А; все А есть В
Эквивалентность	$A \sim B$	А равно В; А эквивалентно В; А необходимо и достаточно для В; А тогда и только тогда, когда В

Таблица истинности	Логическое отрицание (инверсия)		Логическое сложение (дизъюнкция)			Логическое умножение (конъюнкция)			Логическое следование (импликация)			Логическая операция эквивалентности (равнозначность)		
	A	$\neg A$	A	B	$A \vee B$	A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \rightarrow B$	A	B	$A \leftrightarrow B$
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
			0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна	$\neg A$				
	