

Мультимедийное учебное пособие по теоретической механике

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НА РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

*Солодовник Е.В.*

*Г. Хабаровск*

*Тихоокеанский государственный университет*

# Определение реакций связей твердого тела

Практическое занятие №4

Три формы уравнений равновесия для плоской произвольной системы сил

Основная форма условий равновесия (I форма)

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum M_O(F_k) = 0 \end{cases}$$

За моментную точку (точка  $O$ ) может быть выбрана любая точка плоскости

II форма условий равновесия

$$\begin{cases} \sum M_A(F_k) = 0 \\ \sum M_B(F_k) = 0 \\ \sum F_{kx} = 0 \end{cases}$$

Ось  $x$  не должна быть перпендикулярной к прямой, проходящей через центры  $A$  и  $B$

III форма условий равновесия

$$\begin{cases} \sum M_A(F_k) = 0 \\ \sum M_B(F_k) = 0 \\ \sum M_C(F_k) = 0 \end{cases}$$

Центры  $A$ ,  $B$  и  $C$  не должны лежать на одной прямой

где :

$$\sum F_{kx} = 0 \quad - \text{уравнение проекций всех сил на ось } x$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad - \text{уравнение проекций всех сил на ось } y$$

$$\sum M_O(F_k) = 0 \quad - \text{уравнения моментов всех сил относительно разных точек: } O, A, B, C.$$

$$\sum M_A(F_k) = 0 \quad \text{Моментной может быть выбрана любая точка плоскости.}$$

$$\sum M_B(F_k) = 0$$

$$\sum M_C(F_k) = 0$$

*Важно!*

- 0 Для одного твердого тела можно составить только три (!) независимых уравнения равновесия по одной из предложенных форм (Для одного твердого тела можно составить только три (!) независимых уравнения равновесия по одной из предложенных форм (I, II, III))

*Важно!*

- 0 В задаче на равновесие одного твердого тела может быть только **три** неизвестные силы (обычно это реакции связей). Тогда задача будет статически определимой, то есть *решаемой!*

## Методика решения задач:

1. Выделить тело, равновесие которого рассматривается



2. Изобразить активные (заданные) силы



3. Освободить тело от связей, приложив соответствующие реакции.



4. Направить оси координат и выбрать моментные точки.



5. Составить уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил.



6. Решить систему полученных уравнений равновесия. Найти неизвестные величины.

*Полезно помнить, что :*

- 0* уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей.



*Полезно помнить, что :*

- 0* при вычислении момента силы часто бывает удобно воспользоваться **теоремой Вариньона**, то есть разложить силу на проекции, для которых легко определяются плечи, и тогда момент силы определяется как сумма моментов ее проекций относительно той же точки.

$$M_o(\bar{F}) = M_o(\bar{F}_x) + M_o(\bar{F}_y).$$

### Пример 3

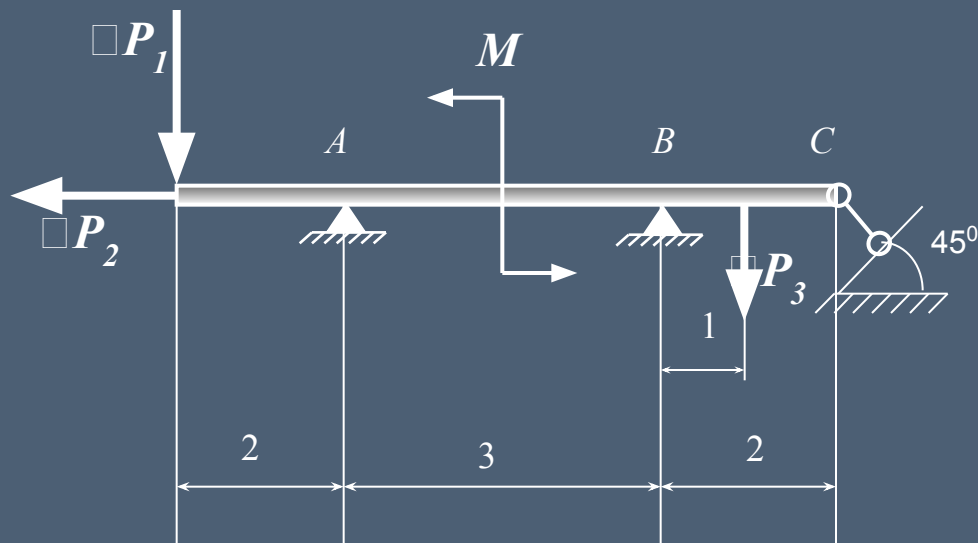
Дано:

$$P_1 = 30 \text{ кН}, P_2 = 20 \text{ кН}, P_3 = 50 \text{ кН}, M = 150 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Найти: реакции связей.

На балку, свободно опирающуюся в точках  $A$  и  $B$  и имеющую подвижный шарнир в точке  $C$ , действуют: силы  $P_1 = 30$  кН,  $P_2 = 20$  кН и  $P_3 = 50$  кН, и сосредоточенный момент  $M = 150$  кН·м. Размеры заданы в метрах.

Определить реакции в опорах.



Пример 3 (продолжение)

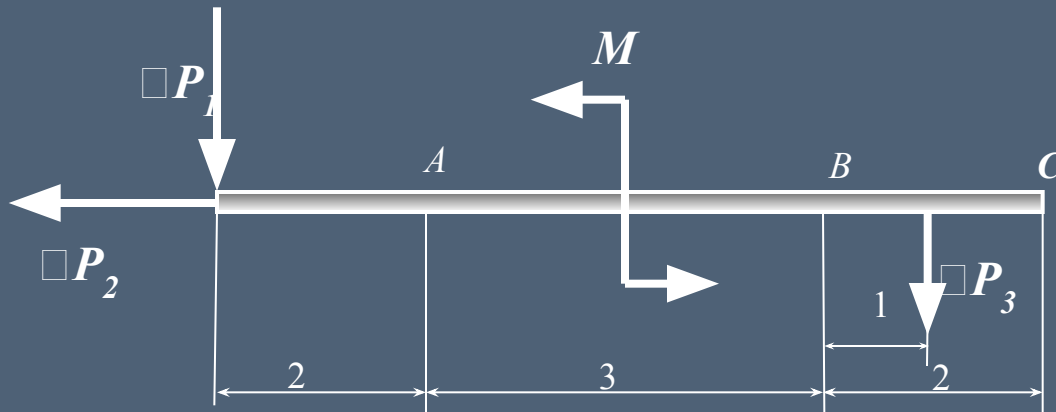
Решение: 1. Рассмотрим равновесие балки ABC.



...

### Пример 3 (продолжение)

Решение:



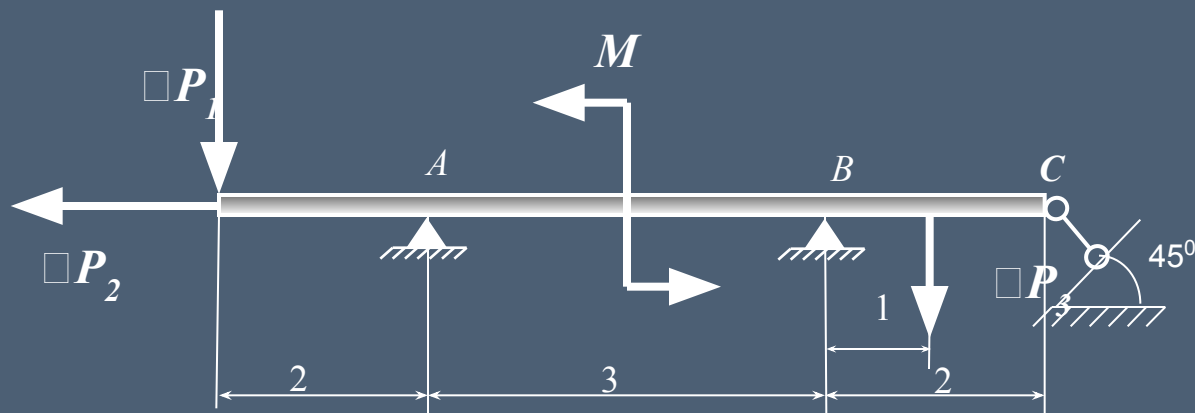
2. К ней приложены активные нагрузки

$P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  и сосредоточенный момент  $M$ .

...

Пример 3 (продолжение)

Решение:



3. Связями в точках A и B являются точечные опоры, в точке C – стержень ..

...

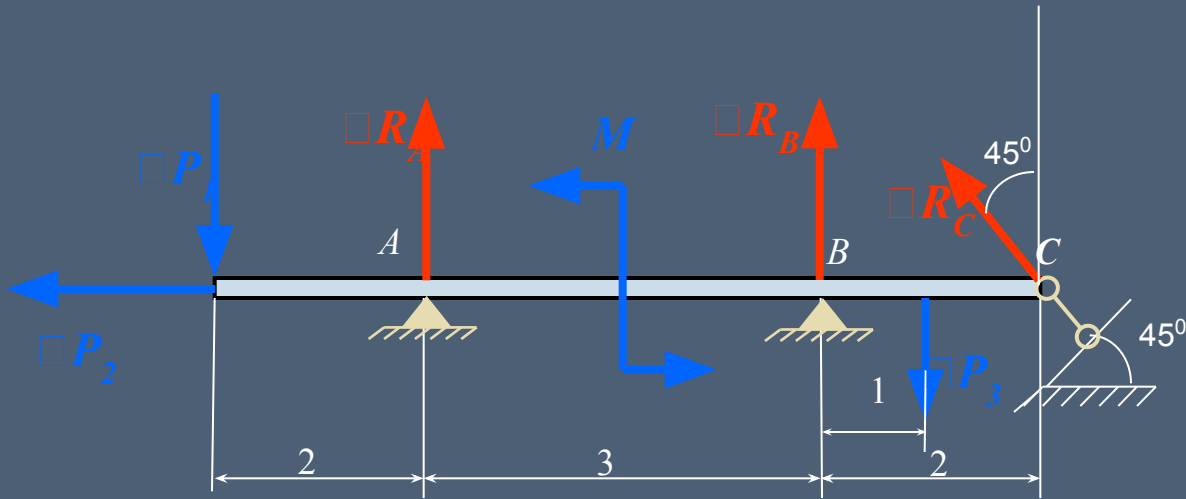
### Пример 3 (продолжение)

Решение:

4. Сделаем расчетную схему.

Для этого отбросим связи, заменив их тремя реакциями

$\square R_A$   $\square R_B$ ,  $\square R_C$ ;



изобразим всю нагрузку; обозначим размеры.

...

# Пример 3 (продолжение)

Решение: 5. Направим оси координат

и составим уравнения равновесия:

$$\sum M_E(\square F_i) = 0:$$

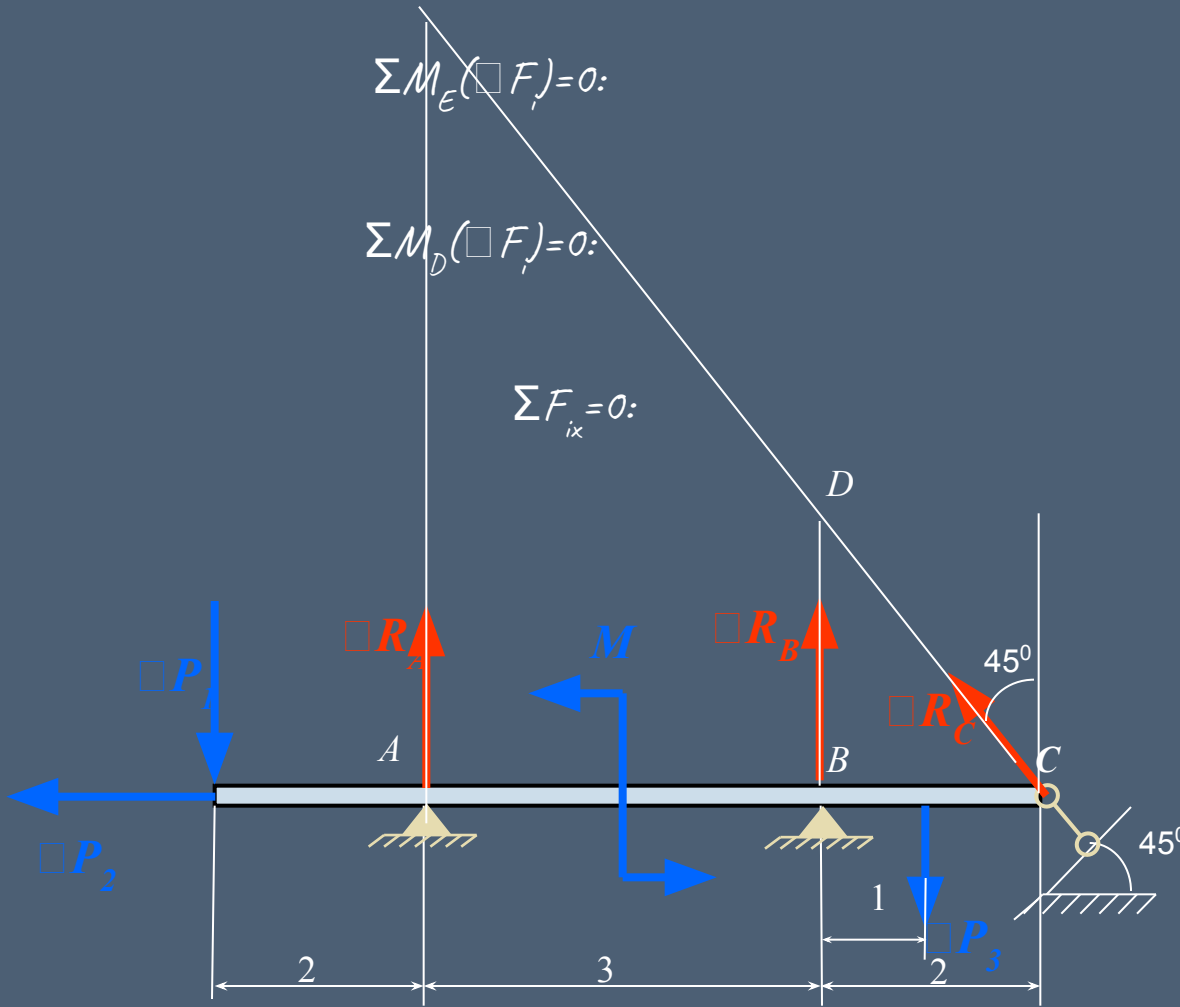
$$2P_1 - 5P_2 + M - 4P_3 + 3R_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_D(\square F_i) = 0:$$

$$5P_1 - 2P_2 + M - 1P_3 - 3R_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{ix} = 0:$$

$$-P_2 - R_C \cos 45^\circ = 0 \quad (3)$$



Можно составить уравнение проекций на ось  $x$ , потому что ось не перпендикулярна к прямой, соединяющей моментные точки  $E$  и  $D$ . При таком выборе моментных точек и оси  $x$  в каждом уравнении получаем по одному неизвестному.

### Пример 3 (продолжение)

Решение:

6. Решая полученные уравнения (1), (2), (3) относительно искомых реакций, получим:

$$R_B = (-2P_1 + 5P_2 - M + 4P_3) / 3 = 30 \text{ кН}$$

$$R_A = (5P_1 - 2P_2 + M - P_3) / 3 = 70 \text{ кН}$$

$$R_C = -P_2 / \cos 45^\circ = 28,28 \text{ кН}$$

...



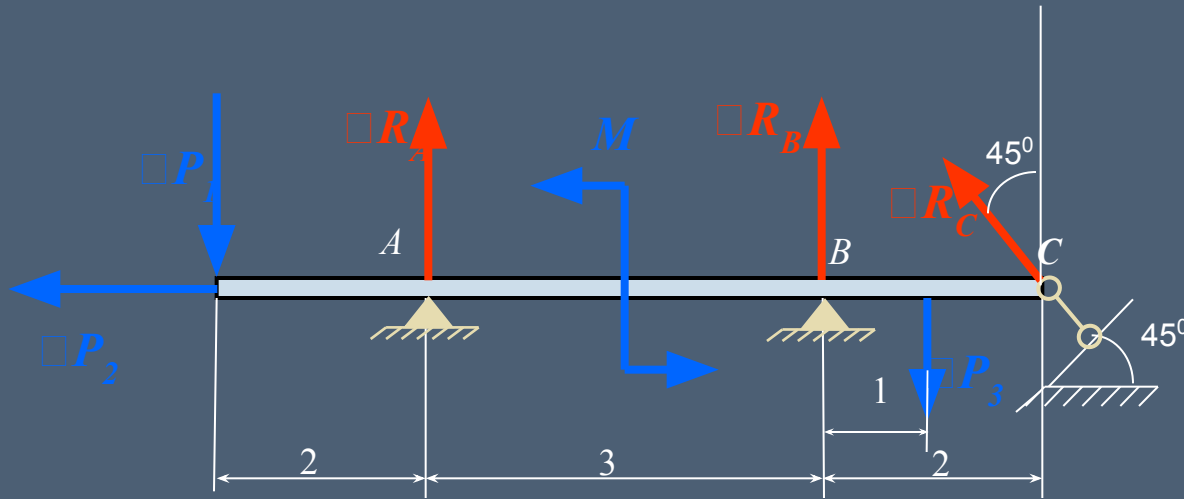
Пример 3 (продолжение)

ось  $y$ :

6. Для проверки составим

уравнения проекций на

$$\begin{aligned} \Sigma F_{iy} = 0: & -P_1 + R_A + R_B - P_3 + R_C \cos 45^\circ = \\ & = -30 + 70 + 30 - 50 - 28,28 \cdot 0,707 = 0 \end{aligned}$$



**Условие равновесия выполняется: реакции найдены верно.**