

Тема урока

Возрастание и убывание функций



Слушаю – забываю.

Смотрю – запоминаю.

Делаю – понимаю.

Конфуций



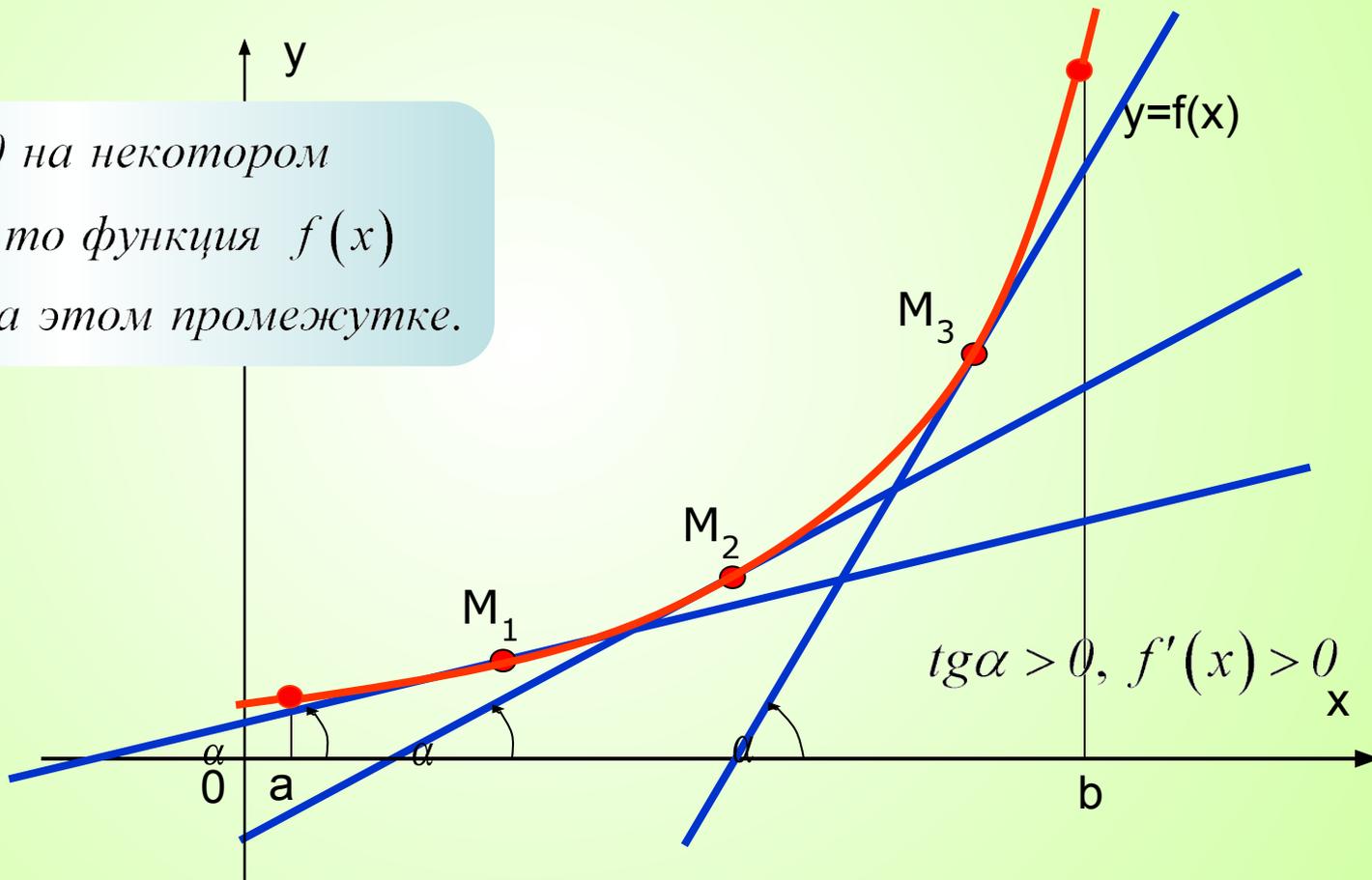
Изучение нового материала

- Признак возрастания функции
- Признак убывания функции
- Как определить промежутки убывания и возрастания функции

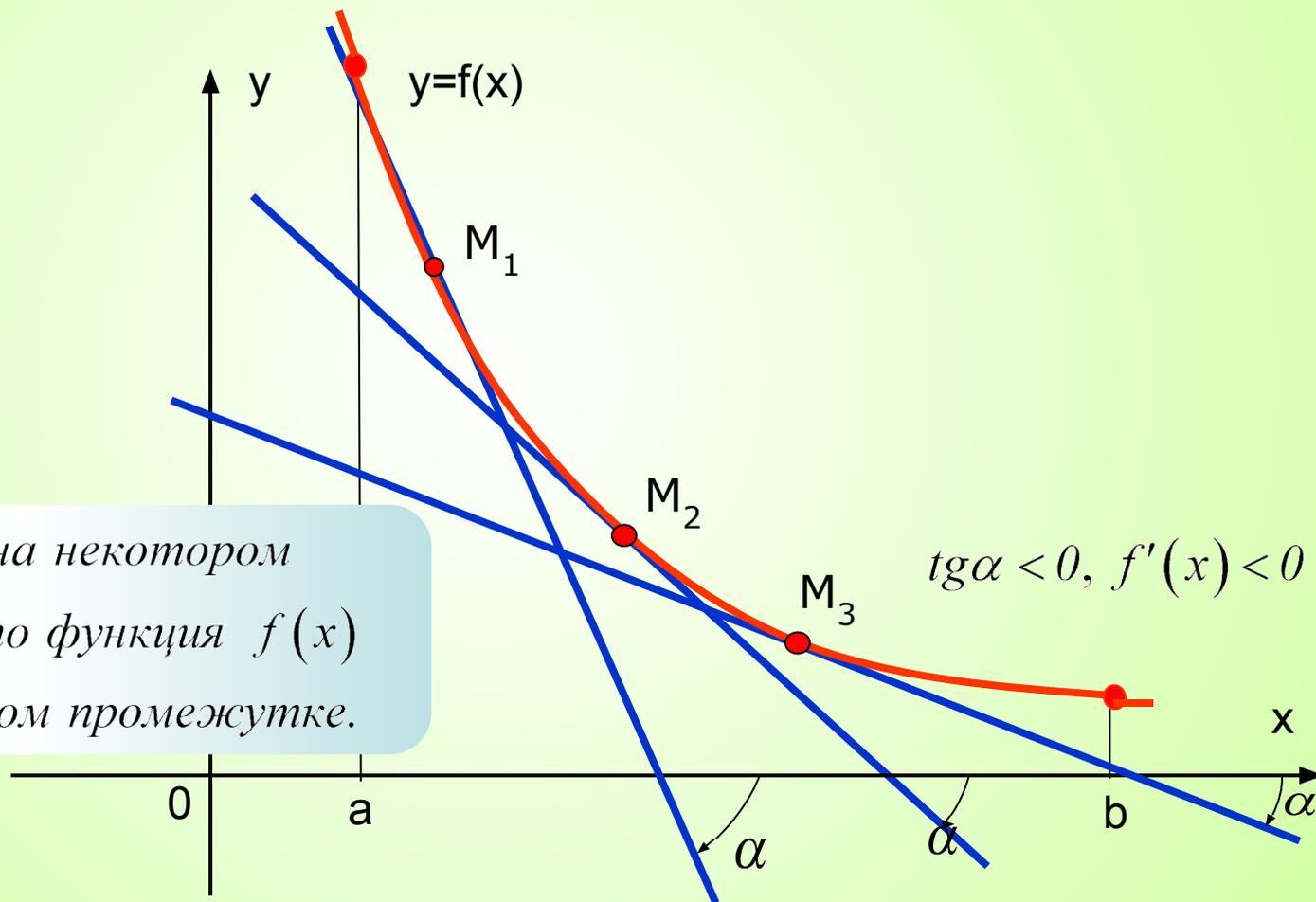


Признак возрастания функции

Если $f'(x) > 0$ на некотором промежутке, то функция $f(x)$ возрастает на этом промежутке.



Признак убывания функции



Если $f'(x) < 0$ на некотором промежутке, то функция $f(x)$ убывает на этом промежутке.

$$\operatorname{tg} \alpha < 0, f'(x) < 0$$



Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Алгоритм:

1. Найти производную функции $f'(x)$.
2. Найти стационарные ($f'(x)=0$) и критические ($f'(x)$ не существует) точки функции $y = f(x)$.
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. Сделать выводы о промежутках возрастания и убывания функции.

[Пример 1](#)

[Пример 2](#)



Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 1

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3.$$

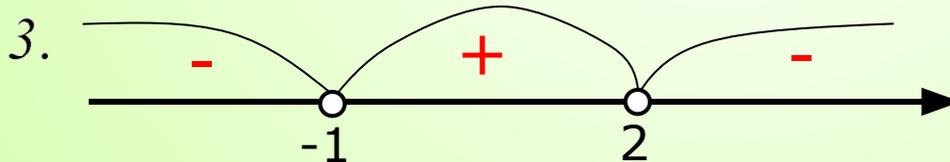
[Посмотреть график функции](#)

Решение

1. $f'(x) = 12 + 6x - 6x^2.$

2. $f'(x) = 0, \quad 12 + 6x - 6x^2 = 0, \quad 6(2 - x)(x + 1) = 0;$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2.$$



4. Функция убывает на луче $(-\infty; -1]$ и на луче $[2; +\infty)$.

Функция возрастает на отрезке $[-1; 2]$.

Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}.$$

[Посмотреть график функции](#)

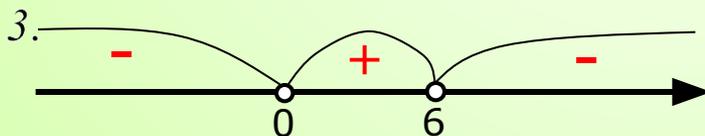
Решение

1. Функция всюду непрерывна, кроме точки $x = 0$.

$$f'(x) = \left(\frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2} \right)' = \frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2. f'(x) = 0, \quad \frac{6(6-x)}{x^3} = 0, \quad 6(6-x) = 0;$$

$$x = 6.$$



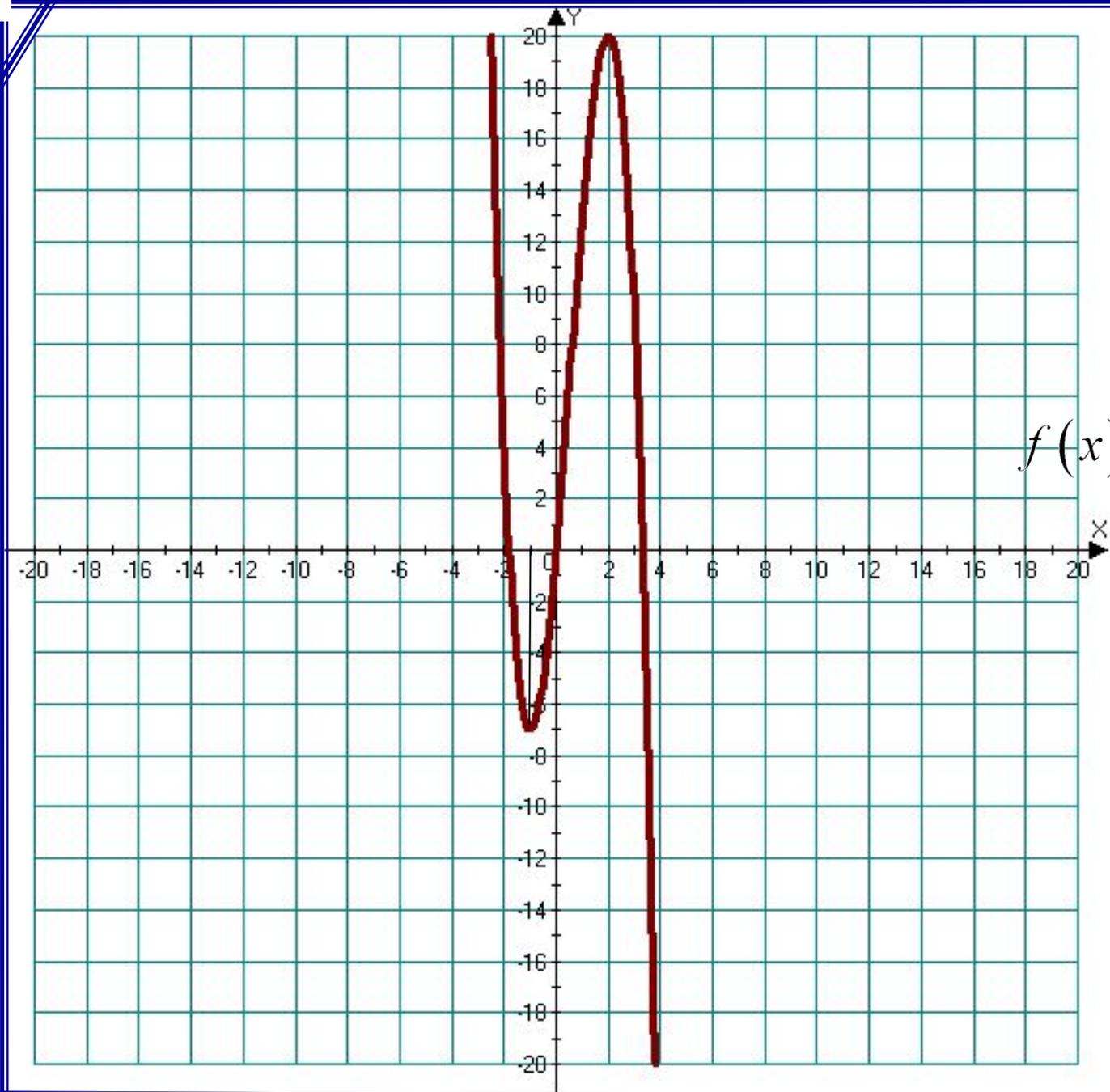
Функция убывает на интервале $(-\infty; 0)$ и на луче $[6; +\infty)$.

Функция возрастает на луче $(0; 6]$.



График функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$$



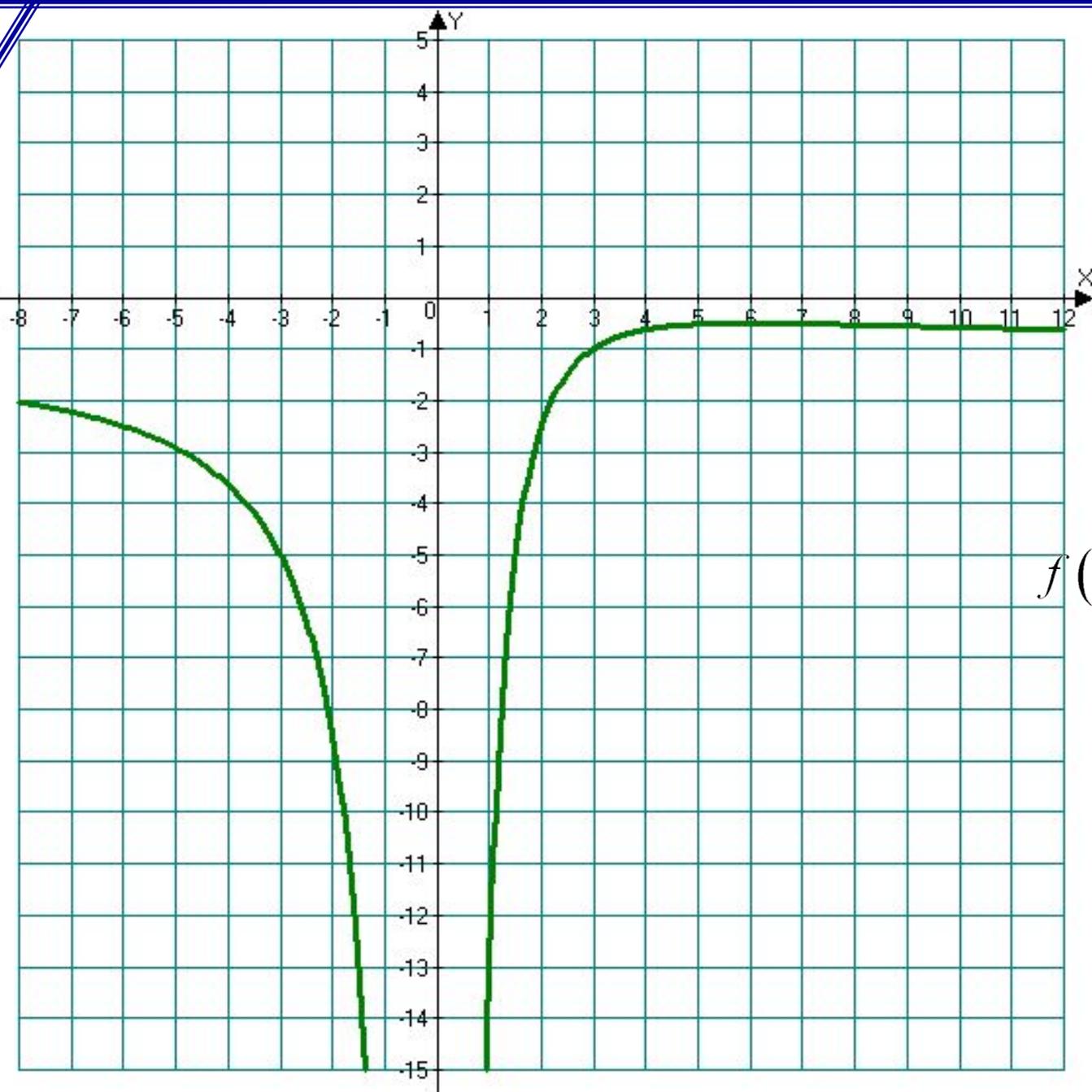


График функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}$$

1 Достаточный
Признак
Возрастания
функции

2 Достаточный
признак
убывания
функции

3 Признак
Максимума
функции

4 Признак
Минимума
функции

1 Если в точке x_0
производная
меняет знак с плюса
на минус, то x_0 точка
максимума

Если $f'(x) > 0$

2 в каждой точке
интервала I ,
то функция
возрастает на I .

3 Если $f'(x) < 0$
в каждой точке
интервала I ,
то функция
убывает на I .

Если в точке x_0
производная

4 меняет знак с плюса
на минус, то x_0 точка
минимума

1 Достаточный
Признак
Возрастания
функции

2 Достаточный
признак
убывания
функции

3 Признак
Максимума
функции

4 Признак
Минимума
функции

Если в точке
 x_0
производная
меняет знак с
плюса
На минус, то x_0
точка

Если $f'(x) > 0$
2 в каждой точке
интервала I ,
то функция
возрастает на I .

3 Если $f'(x) < 0$
в каждой точке
интервала I ,
то функция
убывает на I .
Если в точке x_0

производная
4 меняет знак с
минус
На плюса, то x_0
точка

Учащиеся работают в парах,
решение записывают в тетрадях.

а) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 9;$

б) $y = 3x^2 - 5x + 4.$

Двое работают у доски.

а) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$

б) $y = 4x - 2x^3$

Самостоятельная работа

В - 1

1) Найти промежутки возрастания и убывания функции $Y = f(x)$.

$$\begin{matrix} A_1 \\ f(x) = x^3 + x^2 + 16 \end{matrix}$$

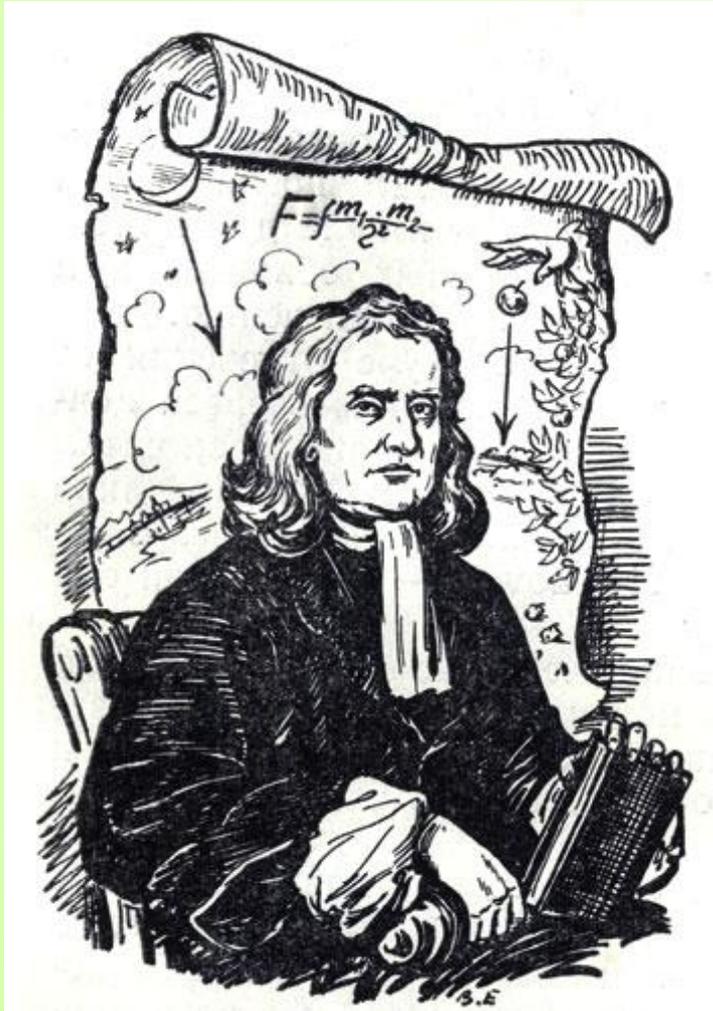
$$\begin{matrix} B_1 \\ f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 15 \end{matrix}$$

В - 2

$$\begin{matrix} A_2 \\ f(x) = x^3 + 4x^2 - 37 \end{matrix}$$

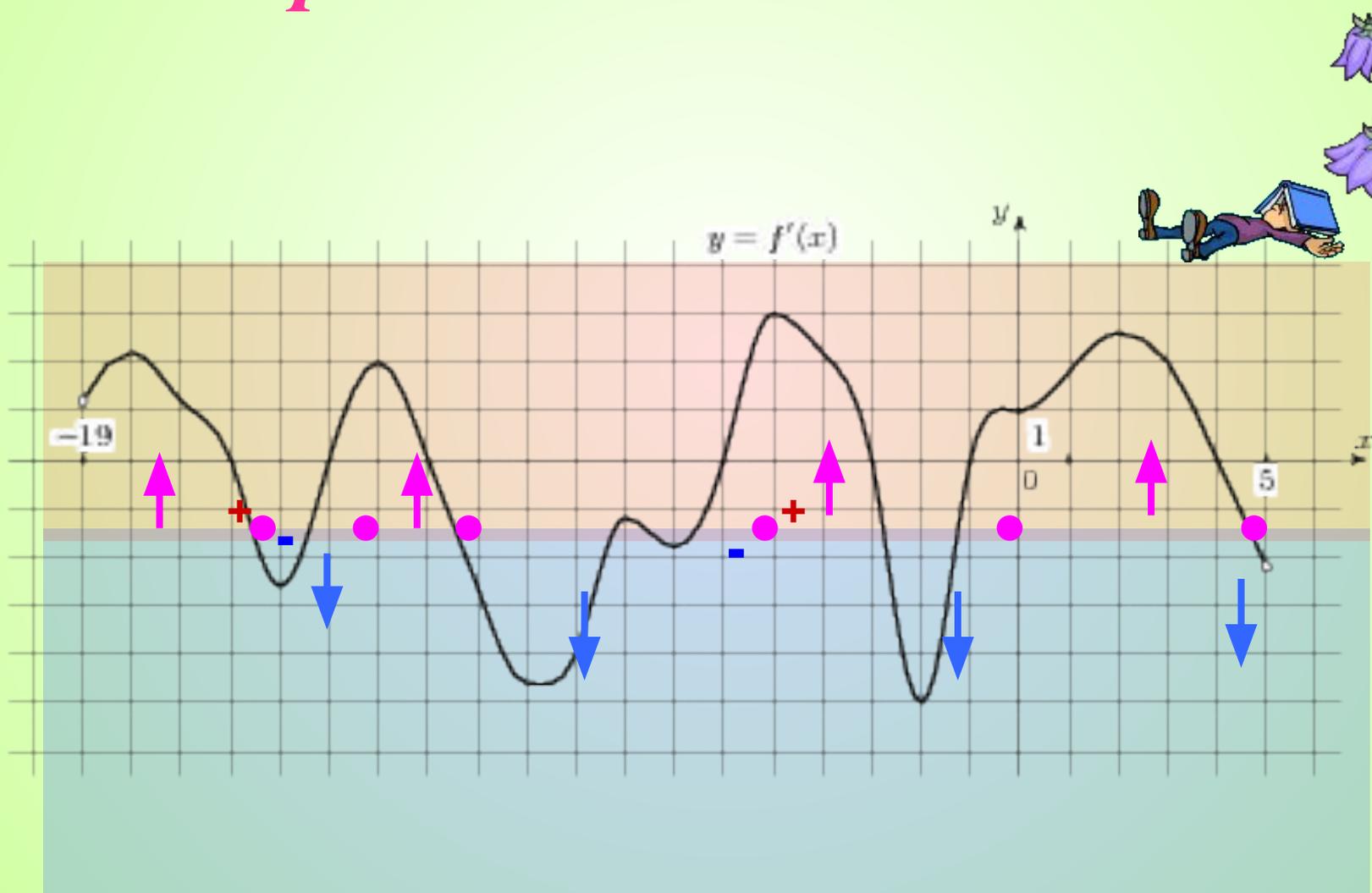
$$\begin{matrix} B_2 \\ f(x) = x^4 - 8x^2 \end{matrix}$$

Историческая справка



Исаак
Ньютон
(1643-1727)

«Варианты вопросов В из открытого сегмента ЕГЭ»

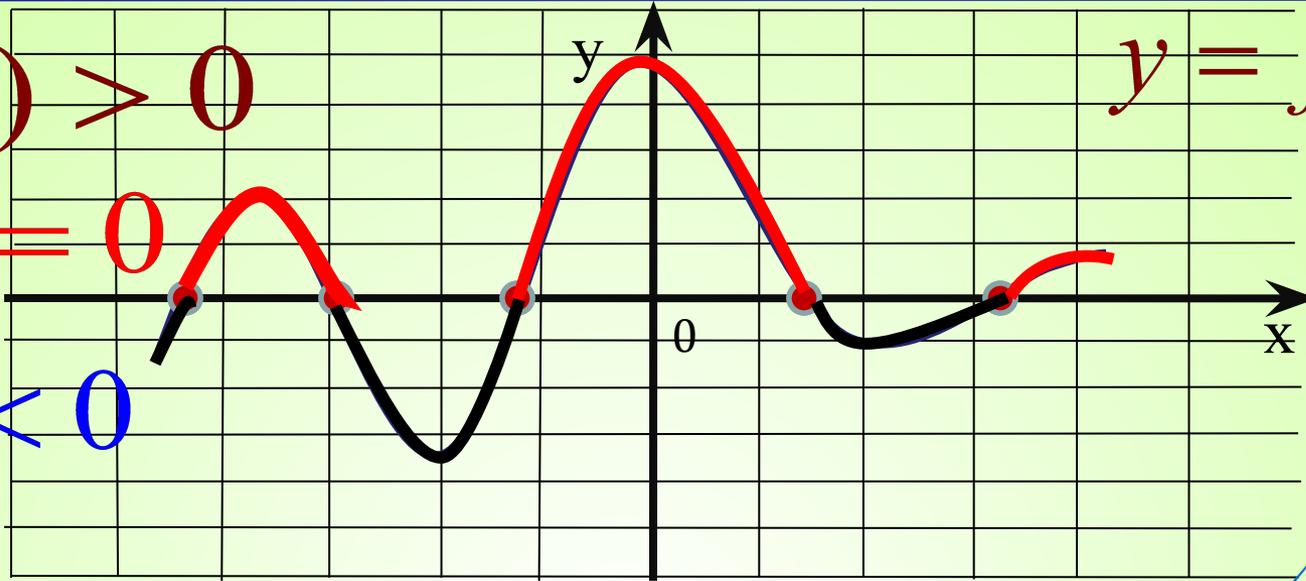


$$f'(x) > 0$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) < 0$$

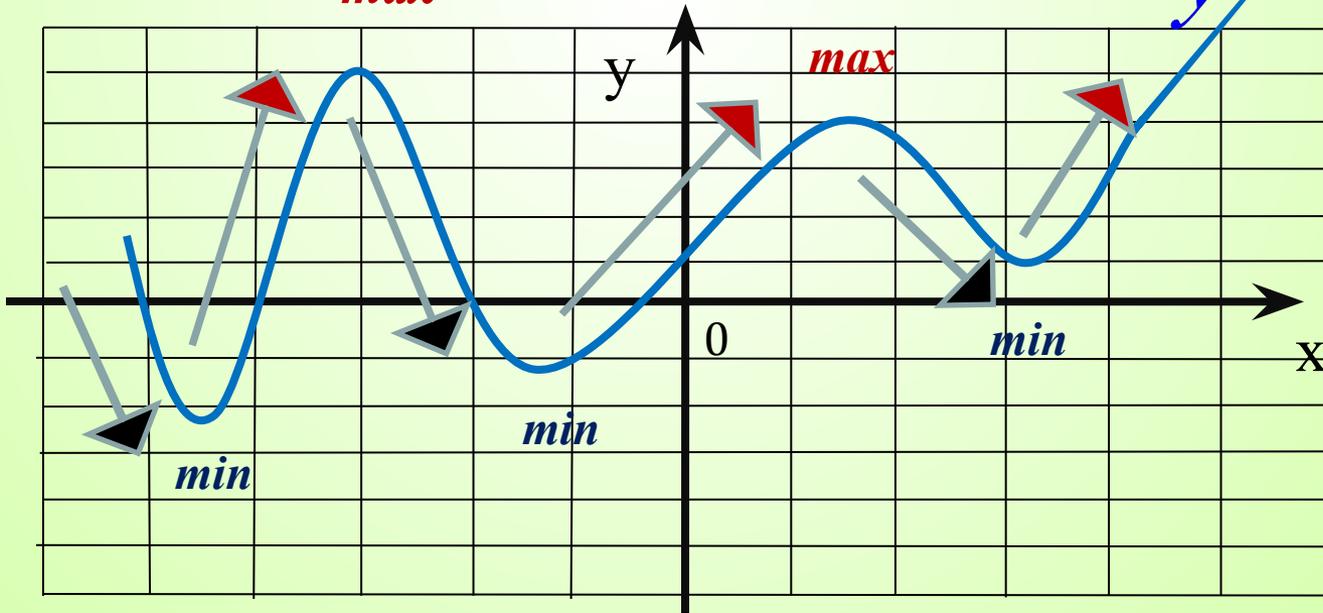
$$y = f'(x)$$



max

max

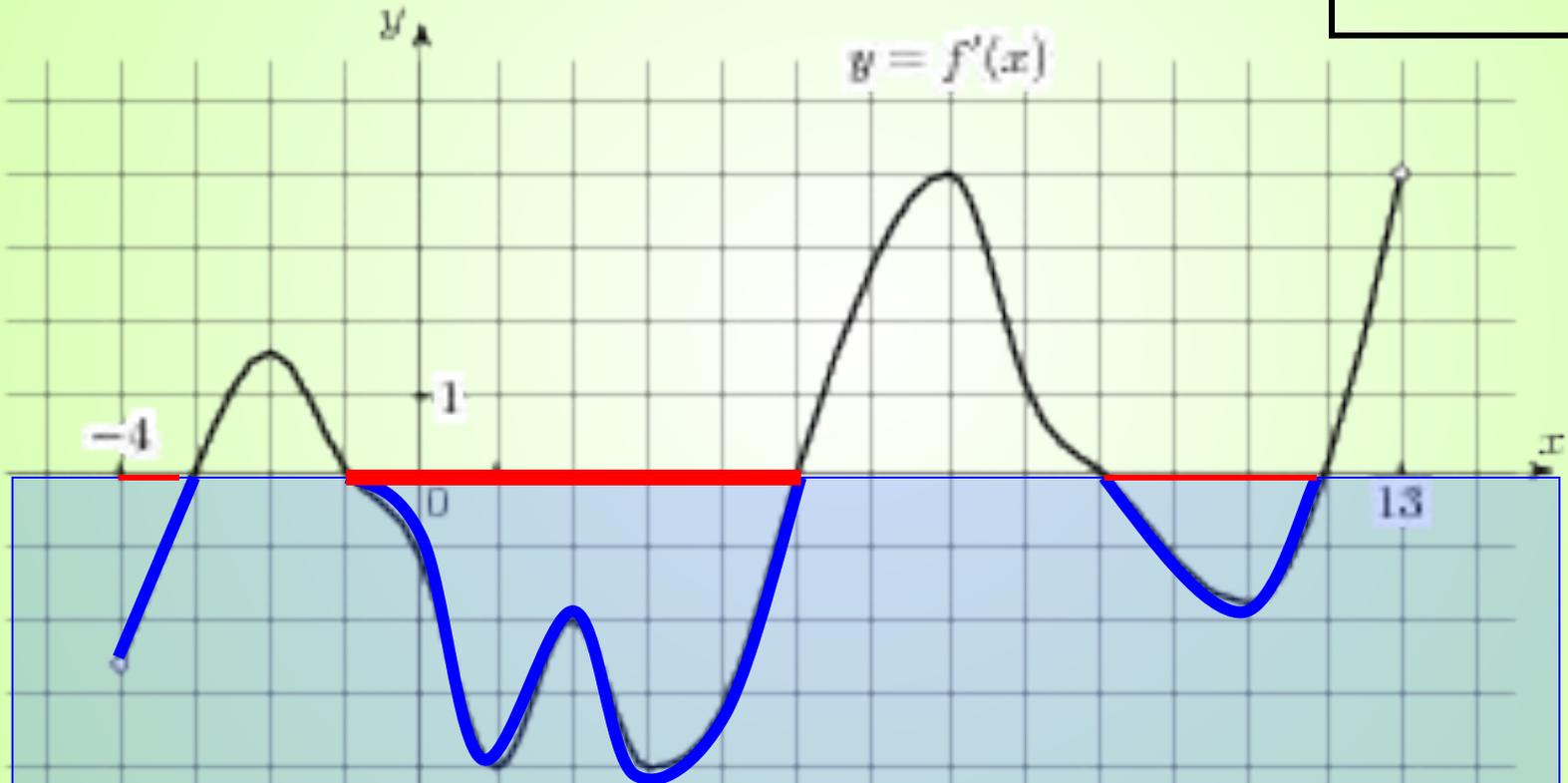
$$y = f(x)$$



4. На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-4; 13)$. Найдите промежутки убывания функции. В ответе укажите длину наибольшего из них.

В8

6



$f'(x_0) < 0 \Rightarrow$ функция убывает

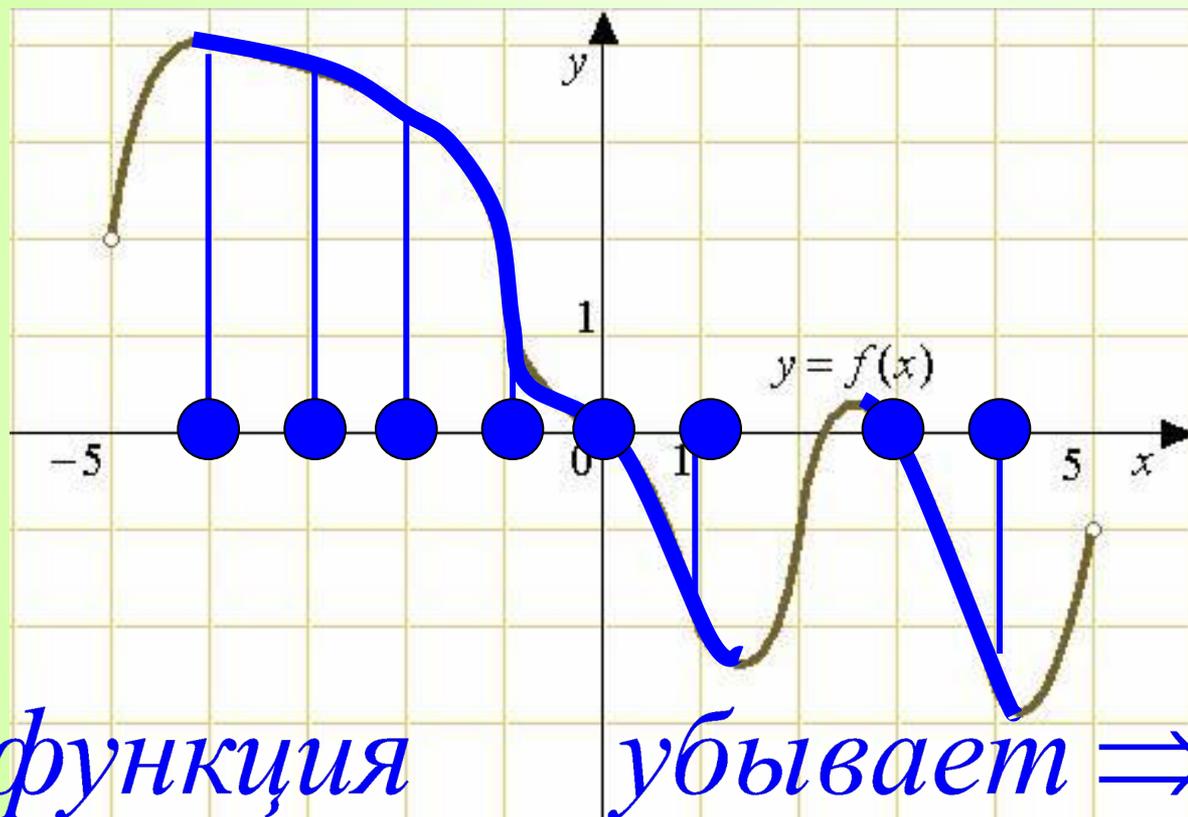
7. На рисунке изображен график **производной** функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



$$-1+0+1+2+3+4=...$$

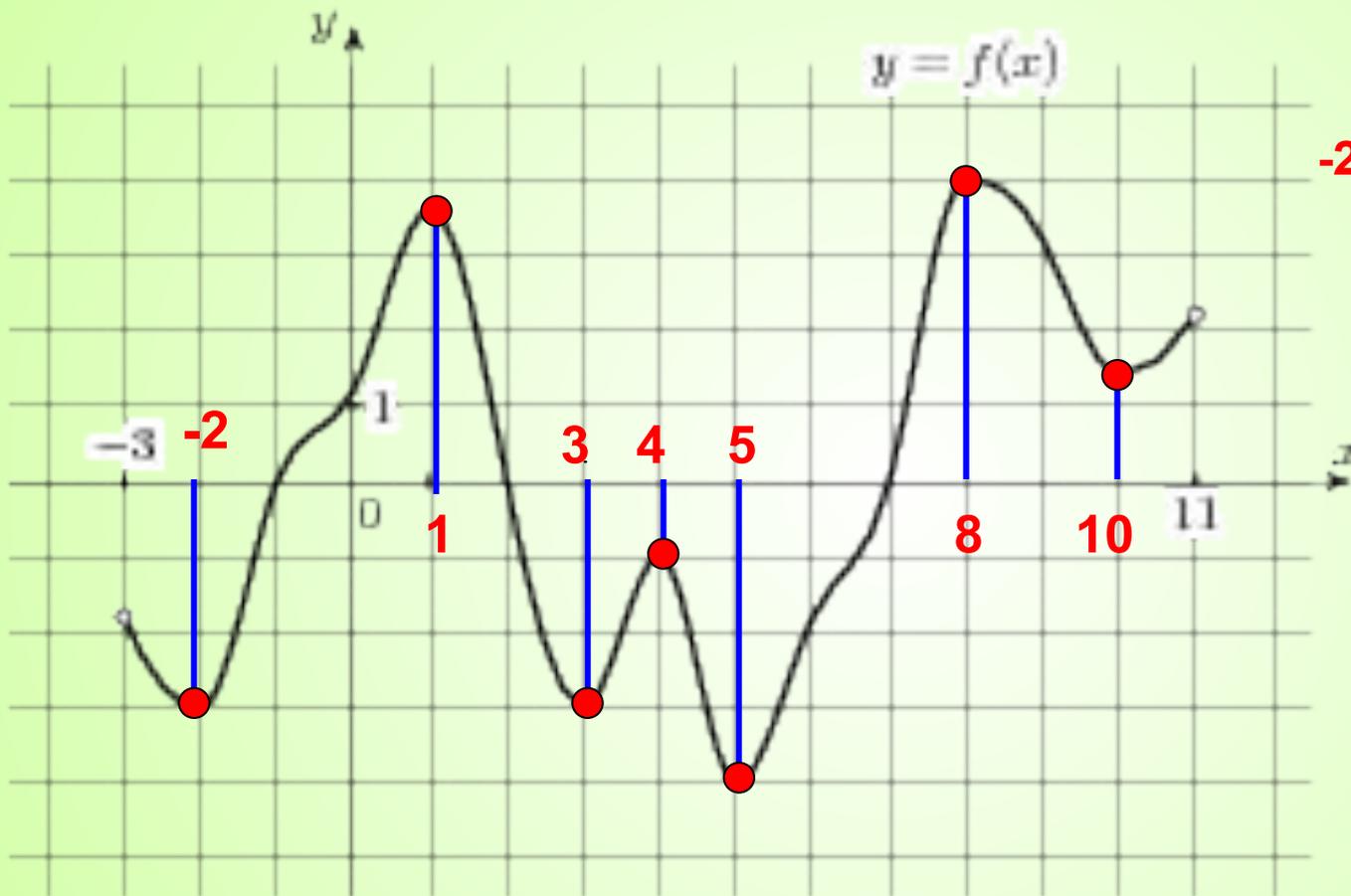
В8	9
-----------	----------

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна $f'(x)$.



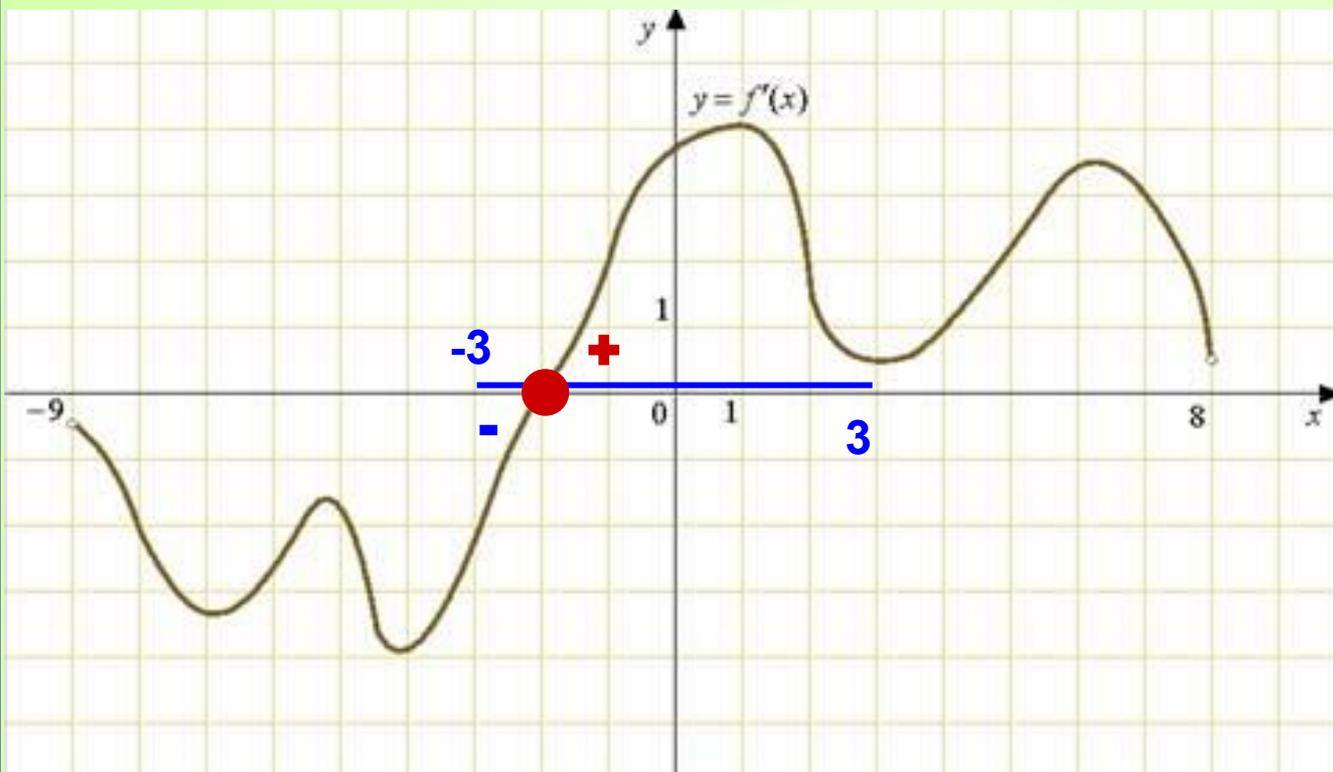
V8	8
-----------	----------

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. Найдите сумму точек экстремума функции.



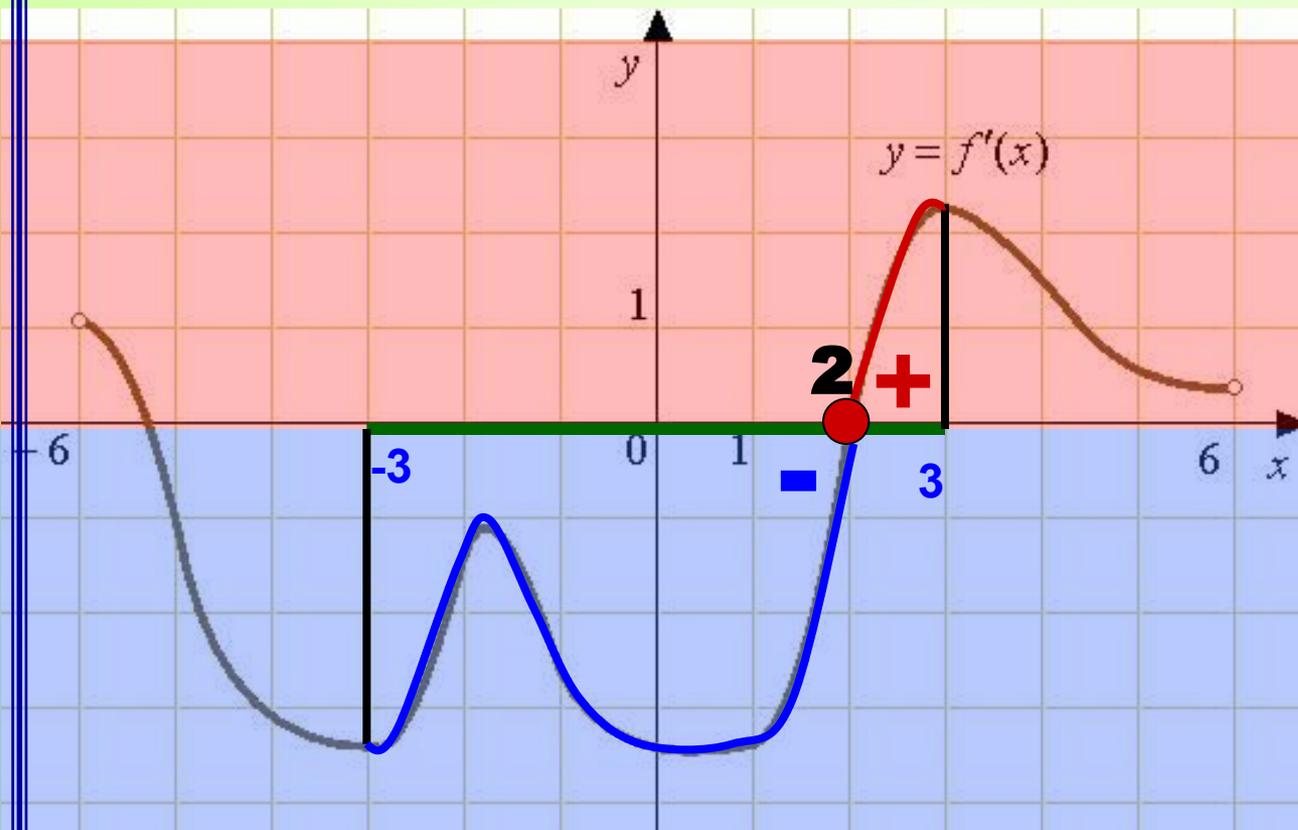
В 8	2	9			
------------	----------	----------	--	--	--

9. На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$ определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции на интервале $(-3; 3)$



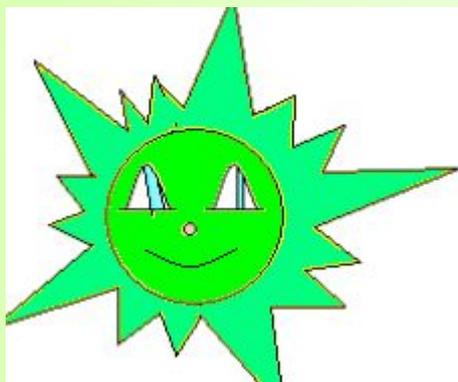
B8	-	2
-----------	----------	----------

10. На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[-3; 3]$ функция $f'(x)$ принимает наименьшее значение.

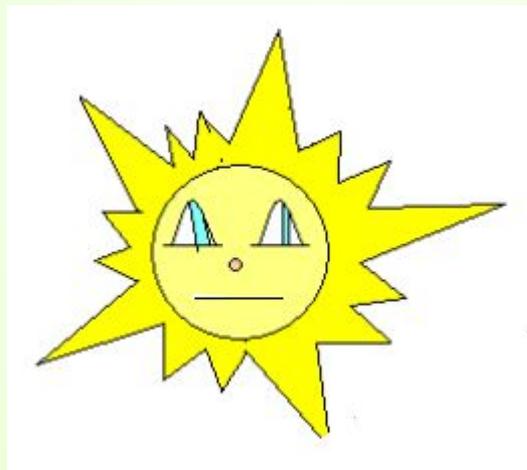


B8	2
-----------	----------

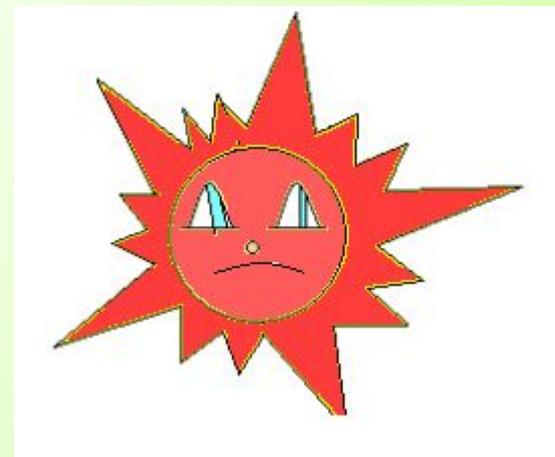
С каким настроением я ухожу с урока?



хорошее



среднее



плохое



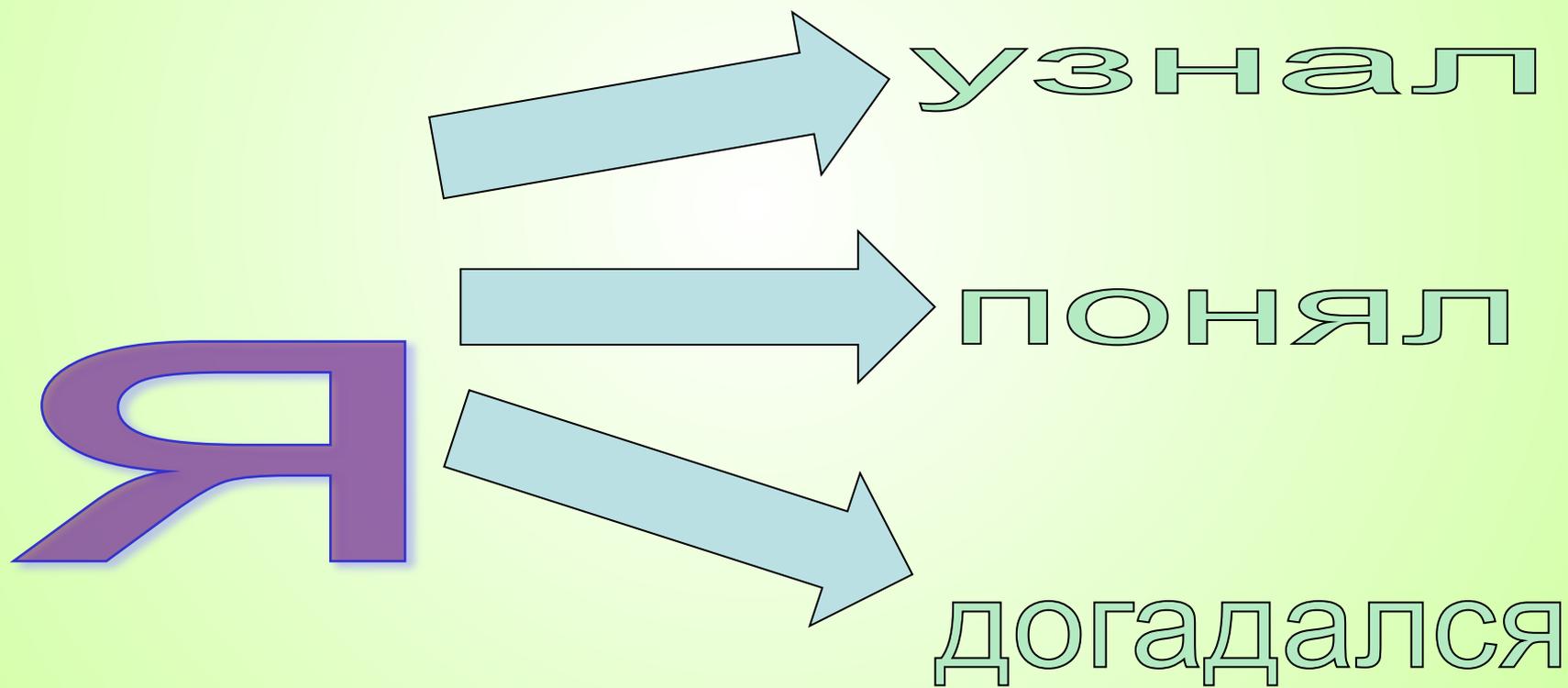
У меня всё
получилось!
!?

Надо
ещё
примеров.
решить
пару

Ну
придумал
математику!
кто
эту



Уходя с урока





Спасибо за работу!

Я – функция сложная, это известно,
Ещё расскажу, если вам интересно,
Что точку разрыва и корень имею,
И есть интервал, где расти не посмею.
Во всём остальном положительна, право,
И это, конечно, не ради забавы.
Для чисел больших я стремлюсь к единице.
Найдите меня среди прочих в таблице.

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+4x^2}}$$

$$f(x) = \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^2$$

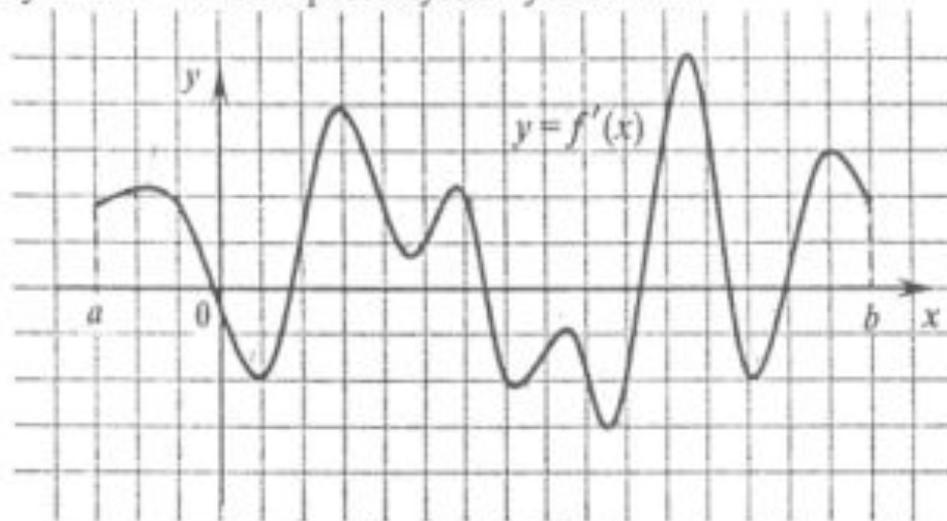
$$f(x) = (x^2 - 1)^2$$

$$f(x) = x(1-x)$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

B2

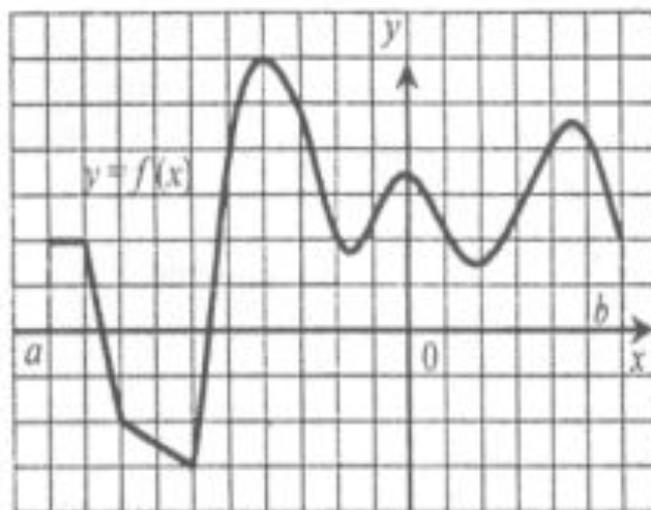
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[a; b]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и в ответе укажите число промежутков убывания.



н 5

B2

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[a; b]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и в ответе укажите число промежутков убывания.



н 6

Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-6, 6]$.
На рисунке 104 изображен ее график. Укажите
число промежутков, на которых отрицательна
функция $y = f'(x)$.

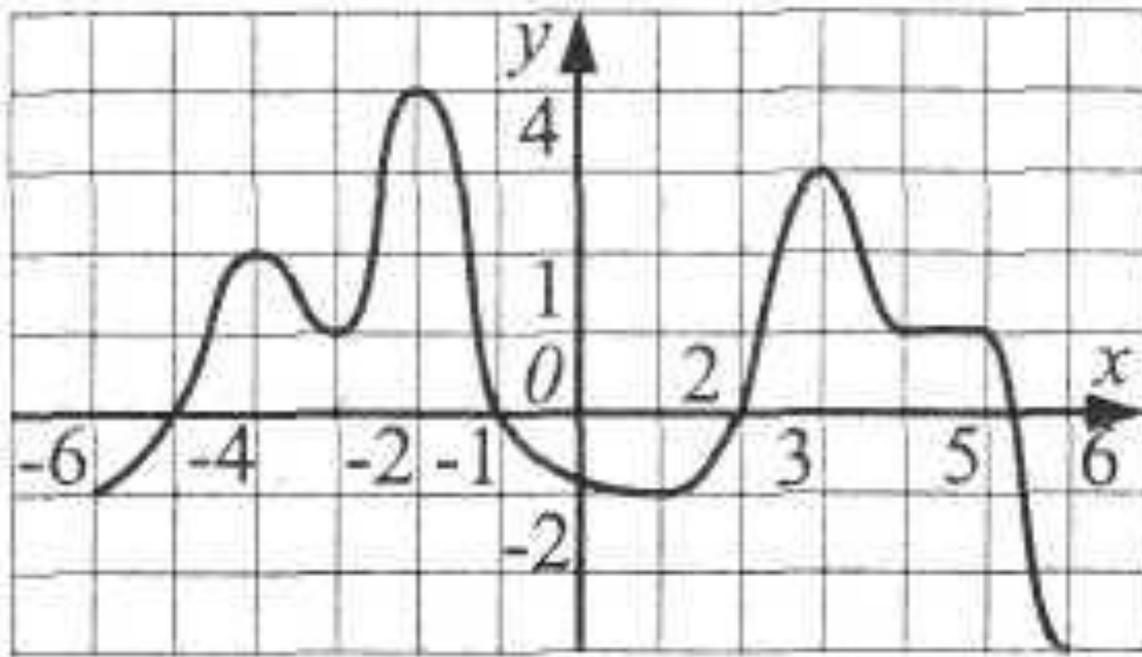


Рис. 104.

На рисунке 119 изображены четыре непрерывных линии. Одна из этих линий — график производной для возрастающей на всей числовой прямой функции. Укажите номер этой линии.

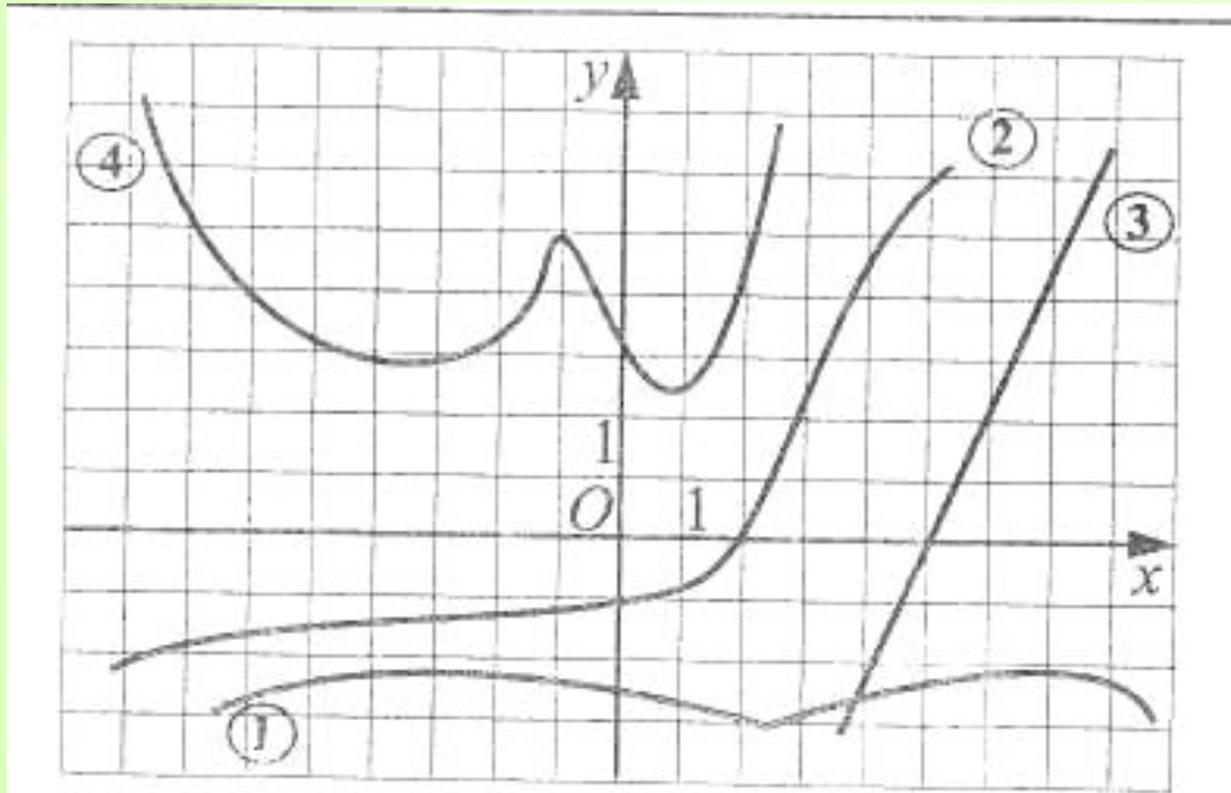


Рис. 119.

4