Уважаемые студенты групп 11, 12, 14, 18!

Внимательно прочитайте требования к выполнению!

1. **Решения присылать строго с 15.00 до 21.00, до 25.05 включительно, в любой день, не позже. Не ждать конца срока, постараться выслать как можно раньше.**
2. **Новое задание будет размещено в проколледже 26.05.20., в 15.00.**
3. **Каждое, не только в начале переписки, а каждое своё сообщение начинаете со своей фамилии и номера группы.**
4. **Фото делать не боком.**
5. **Оценки передам старостам, каждому индивидуально сообщать не буду.**

Задание на период 23.05.20-25.05.20

1. **Ознакомиться с презентацией: «Логарифм», необходимую информацию переписать в тетрадь.**
2. **Примеры из Задания 8 выполнить в тетради.**
3. **Отправить фото решений примеров из Задания 8 мне, Серебренниковой С.В. в ВК.**

Логарифмы и их свойства

2. Повторение:

Определение логарифма

Логарифмом числа ***b*** по основанию ***a*** называется показатель степени, в которую нужно возвести основание ***a***, чтобы получить число ***b***.

$$a^{\log_a b} = b,$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Свойства логарифмов

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (x\,y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

Теорема. Если a, b, c – положительные числа, причем $a \neq 1$, $c \neq 1$, то имеет место равенство

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Формула перехода к новому основанию логарифма

$$\left.\begin{aligned} x &= \log_a b \\ y &= \log_c b \\ z &= \log_c a \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \left.\begin{aligned} a^x &= b \\ c^y &= b \end{aligned}\right\} &\Rightarrow a^x = c^y \\ c^z &= a \end{aligned}\right\} \Rightarrow (c^z)^x = c^y \Leftrightarrow c^{zx} = c^y \Rightarrow zx = y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{y}{z} \Rightarrow \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$\lg 10 = 1$

$\lg 100 = 2$

$\lg 1000 = 3$

$\lg 10000 = 4$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$\lg 0{,}1 = -1$

$\lg 0{,}01 = -2$

$\lg 0{,}001 = -3$

$\lg 0{,}0001 = -4$

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма e, то логарифм называется натуральным:

$$\log_{e} b = \ln b, \quad e \approx 2{,}7$$

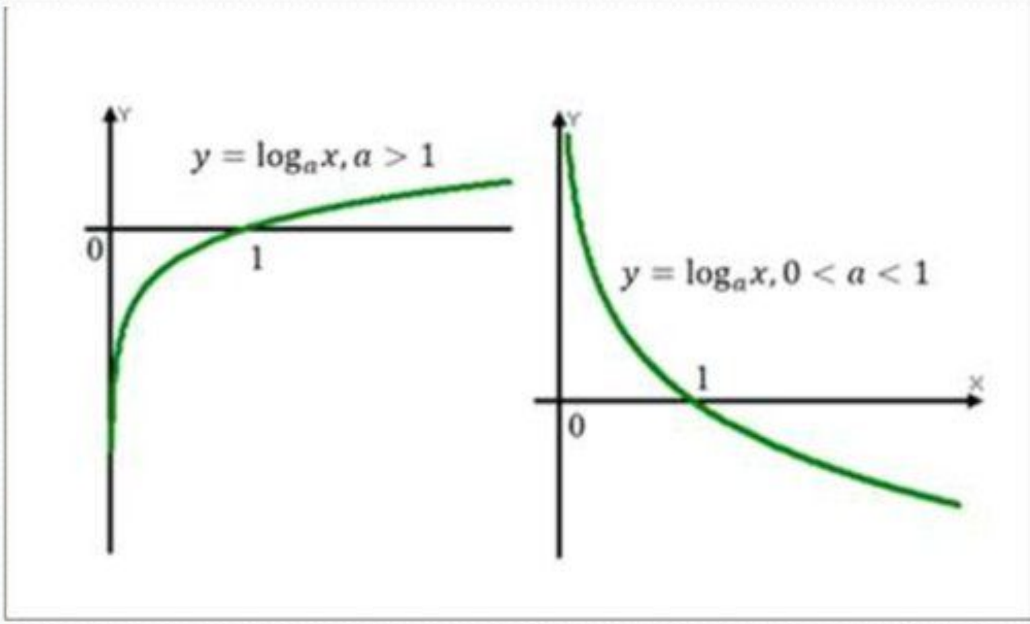
Логарифмическая функция

Логарифмическая функция

Функцию вида y= $\log_a x$, a $> 0, a \neq 1$ называют логарифмической функцией.

Основные свойства логарифмической функции y = loga x:

Свойство	a > 1	0 < a < 1
Область определения	D(f) = (0; +∞)	D(f) =(0; +∞)
Область значений	E(f) = (-∞; +∞)	E(f) = (-∞; +∞)
Монотонность	Возрастает на (0;+∞)	Убывает на (0;+∞)
Непрерывность	Непрерывная	Непрерывная
Выпуклость	Выпукла вверх	Выпукла вниз



Логарифмические уравнения и неравенства

Методы решения логарифмических уравнений

1. По определению логарифма

Решение простейшего логарифмического уравнения

$$\log_a f(x) = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

основано на применении определения логарифма и решении равносильного уравнения

$$f(x) = a^b$$

Пример 1

$$\log_2(3x-5) = 4$$

$$3x - 5 = 2^4$$

$$3x = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Решение простейших логарифмических уравнений

* № 1. Решите уравнение $\boldsymbol{log_{15}(5x-25)=2}$.
* *Решение.*
* $log_{15}(5x-25)=2$; $5x-25=15^2$; $5x-25=225$; $5x=200$; $x=40$.
* *Ответ.* 4.

* № 2. Решите уравнение $\boldsymbol{log_{2,5}(6x+11)=log_{2,5}(11x+6)}$.
* *Решение.*
* $log_{2,5}(6x+11)=log_{2,5}(11x+6)$; $6x+11=11x+6$; $5x=5$; $x=1$.
* *Ответ.* 1.

3. Введение новой переменной.

Пример 3.

$\log_4^2 x - 2\log_4 x - 3 = 0$ ОДЗ: $x > 0$

Пусть $\log_4 x = t$

$t^2 - 2t - 3 = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \log_4 x = 3 \\ \log_4 x = -1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = 64 \\ x = \frac{1}{4} \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{4}$; 64.

Логарифмические неравенства

Неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, где $a \neq 1$, $a > 0$

называют логарифмическими неравенствами

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

$a > 1$

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

ОДЗ

$0 < a < 1$

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

ОДЗ

Решим следующие примеры:

1. Вычислите значение выражения: $(\log_6 4 + 2\log_6 3) \cdot \log_5 125$.

2. Вычислить: $\dfrac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 36}{\log_2 16 - \frac{1}{3}\log_2 64}$.

3. Вычислить: $\dfrac{\log_7 28 - \frac{1}{3}\log_7 64}{\log_5 30 - 3\log_5 \sqrt[3]{6}}$.

4. Вычислите значение выражения: $\log_4 5 + \log_4 0{,}008 + \log_4 25$.

5. Вычислить: $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 + 3\log_7 \sqrt[3]{21}$.

6. Решите уравнение: $\log_5 x = \log_5 (6 - x^2)$.

7. Решить уравнение: $\log_5 (4 - x) = 3$.

8. Решите неравенство: $\log_{0,5} (3 - 4x) > -3$.

9. Решите неравенство: $\log_2 (1 - 2x) > 0$.

1) $(\log_6 4 + 2\log_6 3)\cdot\log_5 125 =$

$=(\log_6 4 + \log_6 3^2)\cdot\log_5 125 =$

$=\log_6(4\cdot 9)\cdot\log_5 125 =$

$=\log_6(36)\cdot\log_5 125 =$

$=2\cdot 3=6.$

$(6^2=36;\ 5^3=125)$

используем свойства:

$\log_a x+\log_a y=\log_a(x\cdot y)$

$p\log_a x=\log_a x^p$

2) $\dfrac{\log_2 24-\frac{1}{2}\log_2 36}{\log_2 16-\frac{1}{3}\log_2 64}=$

$36^{\frac{1}{2}}=\sqrt{36}=6$

$=\dfrac{\log_2 24-\log_2 36^{\frac{1}{2}}}{\log_2 16-\log_2 64^{\frac{1}{3}}}=$

$64^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{64}=4$

$=\dfrac{\log_2(24:6)}{\log_2(16:8)}=\dfrac{\log_2 8}{\log_2 2}=\dfrac{3}{1}=\underline{3}$

3) $\dfrac{\log_7 28-\frac{1}{3}\log_7 64}{\log_5 30-3\log_5\sqrt[3]{6}}=$

$=\dfrac{\log_7 28-\log_7 64^{\frac{1}{3}}}{\log_5 30-\log_5\left(6^{\frac{1}{3}}\right)^3}=$

$=\dfrac{\log_7(28:4)}{\log_5(30:6)}=\dfrac{\log_7 7}{\log_5 5}=\dfrac{1}{1}=\underline{1}$

4) $\log_4 5 + \log_4 0{,}008 + \log_4 25 =$

$= \log_4 5 + \log_4 0{,}2^3 + \log_4 25 =$

$= \log_4 (5 \cdot 0{,}2^3 \cdot 25) = \log_4 1 = 0$

(свойство: $\log_a 1 = 0$)

5) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 + 3\log_7 \sqrt[3]{21} =$

$= \log_7 36^{\frac{1}{2}} - \log_7 14 + \log_7 (21^{\frac{1}{3}})^3 =$

$= \log_7 (6 \div 14 \cdot 21) = \log_7 \frac{6 \cdot 21}{14} =$

$= \underline{\log_7 9}$

6) $\log_5 x = \log_5 (6 - x^2)$

$x = 6 - x^2$

$x^2 + x - 6 = 0$

$D = 1 + 24 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3; 2$

по определению: содержимое логарифма строго > 0 !!!

значит: появляется О.Д.З. !!!

$\begin{cases} x > 0 \\ 6 - x^2 > 0 \end{cases}$

проверяем:

$-3: \begin{cases} -3 > 0 \text{ н.} \\ \end{cases}$

$2: \begin{cases} 2 > 0 \text{ в} \\ 6 - 2^2 > 0 \text{ в} \end{cases}$ ответ: $\underline{x = 2}$

7) $\log_5(4-x)=3$

по определению: $4-x=5^3$

$4-x=125$

$-x=121$

$x=-121$.

ОДЗ: $4-x>0$

-121: $4-(-121)>0$ в

ответ: $x=-121$.

8) $\log_{0,5}(3-4x)>-3$

приводим к виду: $\log_a x>\log_a y$.

$\log_{0,5}(3-4x)>\log_{0,5}0,5^{-3}$

$\log_{0,5}(3-4x) > \log_{0,5}8$

$a=0,5<1$ => знак меняется !!!

$3-4x<8$

$-4x<5$

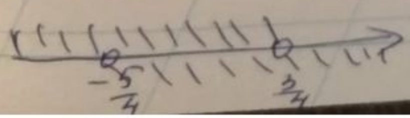
$x>-\frac{5}{4}$

ОДЗ:

$3-4x>0$

$-4x>-3$

$x<\frac{3}{4}$



$x\in\left(-\frac{5}{4};\frac{3}{4}\right)$

9) $\log_2(1-2x)>0$

$\log_2(1-2x)>\log_2 1$

$0=\log_2 2^0=\log_2 1$.

$a=2>1$ => знак не меняется !!!

$1-2x>1$

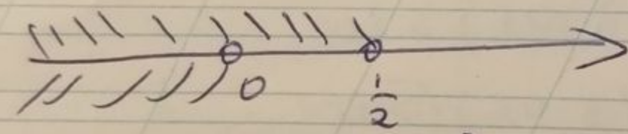
$-2x>0$

$x<0$

ОДЗ: $1-2x>0$

$-2x>-1$

$x<\frac{1}{2}$



$x\in(-\infty;0)$.