КИНЕМАТИКА

Рекомендуемая литература

- Диевский В.А. Теоретическая механика: Учебное пособие.—СПб.: «Лань», 2005.
- Лойцанский Л.Г., А.И. Лурье. Курс теоретической механики. Том первый. Статика и кинематика. 2006г.
- Сборник коротких задач по теоретической механике: Учебное пособие / Под ред. О.Э. Кепе. – Спб.: Изд. «Лань», 2008.
- Теоретическая механика. Методические указания к расчетно-графической работе по кинематике. Нижний Новгород, ННГАСУ, 2003 г.для выполнения расчетно-графической работы по статике. 2006г.
- Теоретическая механика. Методические указания к решению задач по кинематике точки. Нижний Новгород, ННГАСУ, 2009.

1. Тема:
КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил, то есть с чисто геометрической точки зрения.

Под движением в механике понимают изменение положения данного тела в пространстве по отношению к некоторой координатной системе, которую называют ***системой отсчета***.

Для описания течения времени в механике используют независимую переменную. При этом все другие переменные величины рассматривают как функции времени. Отсчет времени ведут от некоторого начального момента $t = t_0$.

Кроме того кинематика рассматривает ***кинематические характеристики***, такие как скорости или ускорения, и устанавливает связывающие их математические зависимости.

Основными разделами кинематики являются:

- кинематика точки,
- кинематика твердого тела,
- сложное движение точки,
- сложное движение твердого тела.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

Векторный способ задания движения точки

Положение движущейся точки M по отношению к системе отсчета $Oxyz$ можно задать ***радиус-вектором*** этой точки $\vec{r}$, который считается векторной функцией времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \tag{1.1}$$

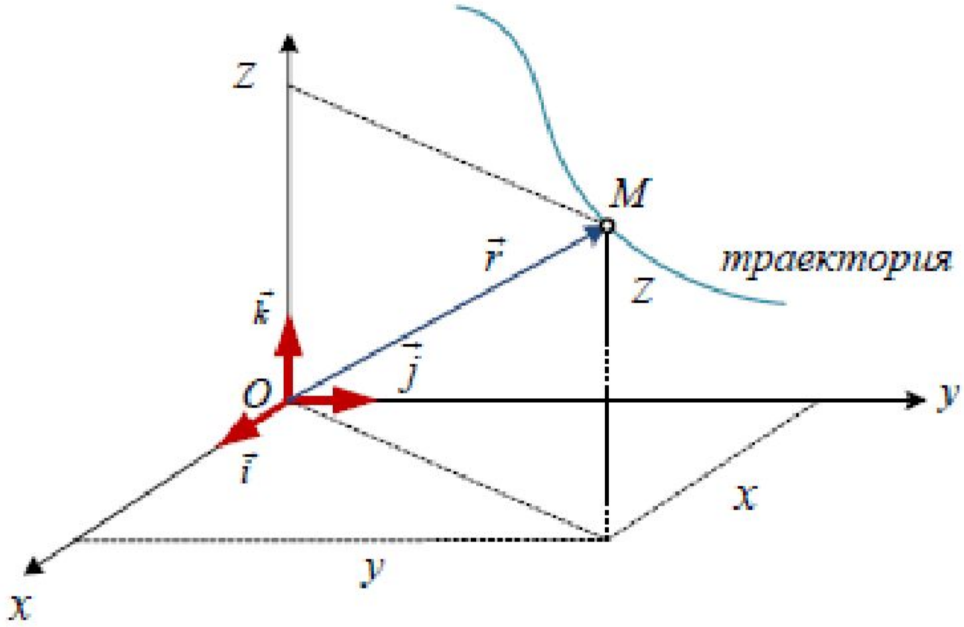


Рис. 1.1

Способы задания движения точки

Координатный способ задания движения точки

Положение точки в данной системе отсчета можно определить, задав ее координаты в виде функций времени. В декартовой системе координат это будут функции

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \tag{1.2}$$

Связь между векторным и координатным способами задания движения точки дается формулой

$$\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}, \tag{1.3}$$

где $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ – единичные вектора (орты) декартовой системы координат.

Способы задания движения точки

Естественный способ задания движения точки

Этот способ применяется тогда, когда заранее известна траектория точки.

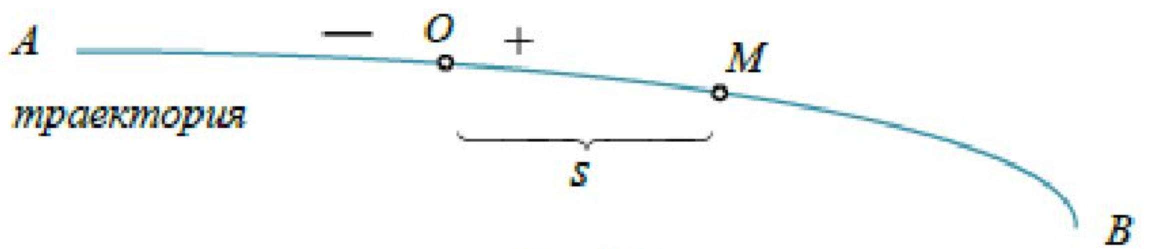


Рис. 1.2

Чтобы задать движение некоторой точки M естественным способом, следует указать:

1. траекторию точки (кривая AB на рис. 1.2);
2. начальную точку на ней (точка O на рис. 1.2);
3. положительное и отрицательное направление отсчета по траектории;
4. уравнение движения точки по траектории:

$$s = s(t), \tag{1.4}$$

в котором s есть ***дуговая координата***, то есть длина дуги по траектории между точками O и M, взятая со знаком «плюс» или «минус» в зависимости от того в какой части траектории находится точка.

Дуговая координата определяет положение точки, а не пройденный ею путь.

Скорость точки

Скоростью точки называется кинематическая мера движения, равная производной по времени от радиус-вектора этой точки:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \qquad (1.5)$$

В дальнейшем точкой сверху будем обозначать производную по времени.

Система координат при этом считается неподвижной, а орты $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ – постоянными, как по величине, так и по направлению.

Скорость точки – величина векторная, ее направление показывает куда в данный момент движется тело, а ее модуль – быстроту изменения положения точки. Размерность модуля скорости: $[v] = м/с$.

Определение скорости при координатном способе задания движения

Возьмем производную от радиус-вектора $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right) = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

Поскольку $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$,

где v_x, v_y, v_z – проекции вектора скорости на координатные оси, то очевидно, что они равны производным по времени от соответствующих координат:

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases} \qquad (1.6)$$

Обычным образом находятся модуль вектора скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

и его направляющие косинусы:

$$\begin{cases} n_x = cos(\vec{v}, x) = v_x/v \\ n_y = cos(\vec{v}, y) = v_y/v. \\ n_z = cos(\vec{v}, z) = v_z/v \end{cases}$$

Определение скорости при естественном способе задания движения

При естественном способе задания движения точки известна ее траектория и уравнение движения $s = s(t)$. Каждому значению дуговой координаты s соответствует свой радиус-вектор $\vec{r}$, который в этом случае можно рассматривать как сложную функцию:

$$\vec{r} = \vec{r}\big(s(t)\big).$$

Взяв производную по времени от радиус-вектора $\vec{r}$ по времени, получим скорость:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = \dot{s}\cdot\frac{d\vec{r}}{ds}.$$

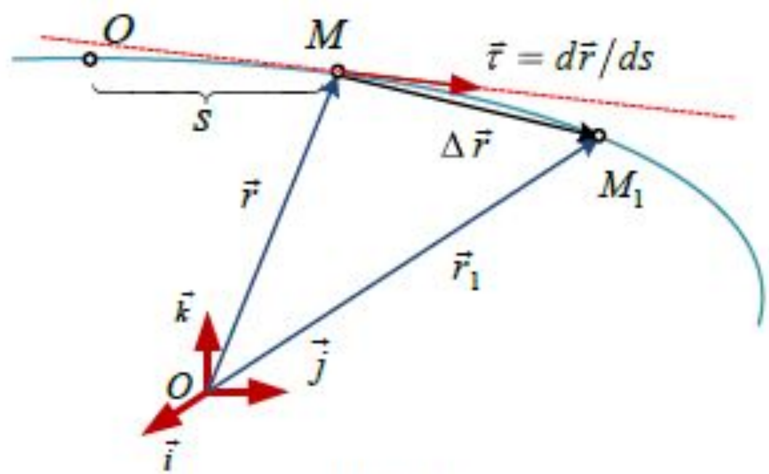


Рис. 1.3

Тогда вектор скорости можно представить как

$$\vec{v} = v_\tau \vec{\tau}, \tag{1.7}$$

где $v_\tau = \dot{s}$ представляет собой проекцию вектора скорости на касательную, которую также называют ***алгебраическим значением скорости***.

1.4. УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ

Определение ускорения при векторном способе задания движения точки

Ускорением точки называется кинематическая мера движения, равная производной по времени от вектора скорости точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad \text{или} \qquad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} \tag{1.8}$$

Система координат при этом считается неподвижной.
Ускорение характеризует изменение вектора скорости.
Размерность модуля ускорения $[a] = \text{м}/\text{с}^2$.

Определение ускорения при координатном способе задания движения

При координатном способе задания движения вектор скорости задается формулой:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}.$$

Дифференцируя это выражение по времени, получим формулу для ускорения:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \dot{v}_x\vec{i} + \dot{v}_y\vec{j} + \dot{v}_z\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k},$$

откуда следует, что

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases} \tag{1.9}$$

то есть проекции вектора ускорения на координатные оси равны вторым производным по времени от соответствующих координат, или первым производным по времени от соответствующих проекций вектора скорости.

Обычным образом находятся модуль вектора ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

и его направляющие косинусы:

$$\begin{cases} l_x = cos(\vec{a}, x) = a_x/a \\ l_y = cos(\vec{a}, y) = a_y/a. \\ l_z = cos(\vec{a}, z) = a_z/a \end{cases}$$

1.5. Геометрия траекторий

Радиус кривизны

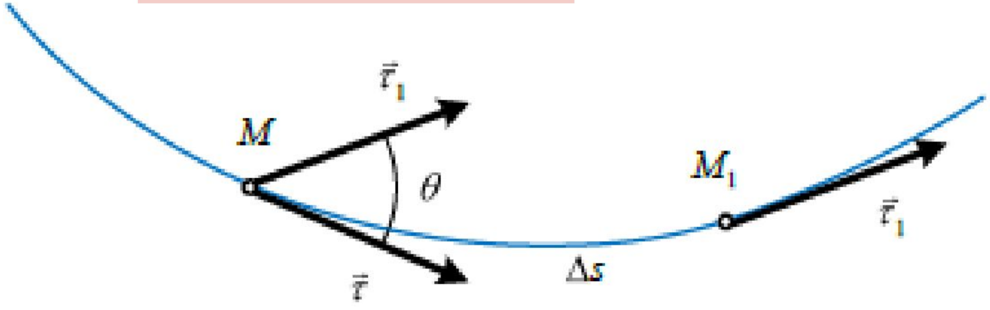


Рис. 1.4

Перенесем вектор $\vec{\tau}_1$ параллельно в точку М. Угол θ между единичными векторами $\vec{\tau}$ и $\vec{\tau}_1$ называется ***углом смежности***. При $\Delta t \to 0$ точка M_1 будет стремиться к точке M, а угол θ и длина дуги $|\Delta s|$ – к нулю.

Предел их отношения называется ***кривизной*** данной кривой в точке М:

$$lim_{\Delta t \to 0} \frac{\theta}{|\Delta s|} = k.$$

Величина, обратная кривизне, называется ***радиусом кривизны***:

$$\rho = 1/k.$$

Радиус кривизны измеряется в метрах. Радиус кривизны равняется радиусу окружности, которая наилучшим образом совпадает с кривой в окрестности данной точки.

Естественные оси.

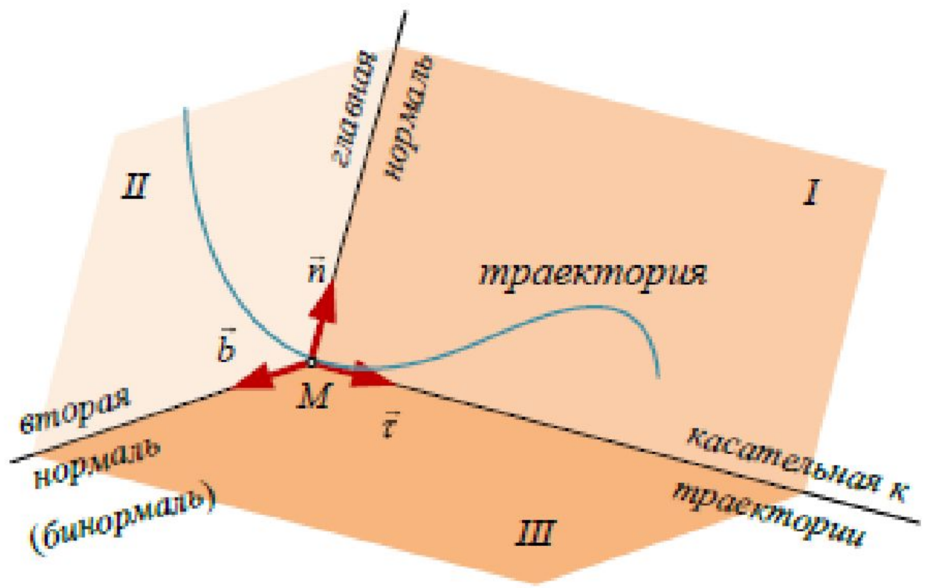


Рис. 1.5

Касательная, нормаль и бинормаль вместе образуют ***естественные оси***. Естественные оси являются подвижными, они перемещаются по траектории С естественными осями связана правая тройка единичных векторов (ортов):

$\vec{\tau}$ – ***единичный вектор касательной***,

$\vec{n}$ – ***единичный вектор нормали***,

$\vec{b}$ – ***единичный вектор бинормали***.

1.6. Определение ускорения при естественном способе задания движения

Касательное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено по касательной к траектории и определяется проекцией вектора ускорения на касательную, знак которой показывает в какую сторону дуговой координаты s оно направлено:

$$a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = \ddot{s} \qquad (1.11)$$

Проекцию a_τ называют алгебраическим значением касательного ускорения

Модуль касательного ускорения $|a_\tau|$ можно вычислить через производную от модуля скорости:

$$|a_\tau| = \left|\frac{dv}{dt}\right| = |\dot{v}|.$$

Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ направлено по главной нормали и его проекция на нормаль

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \qquad (1.12)$$

Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_n}^2}. \qquad (1.13)$$

1.7. Различные формы движения точки

Прямолинейное движение и криволинейное движение

Траекторией точки при ***криволинейном движении*** является кривая, и ее кривизна имеет конечное значение, а радиус кривизны не равен нулю.

Траекторией при ***прямолинейном движении*** является прямая линия.

Радиус кривизны прямой линии бесконечен ($\rho = \infty$). Из (1.12) следует, что нормальное ускорение в этом случае равно нулю ($a_n = 0$).

Следовательно, при прямолинейном движении полное ускорение совпадает с касательным: $\vec{a} = \vec{a}_\tau$ и $a = \left|\frac{dv}{dt}\right|$.

Ускоренное движение и замедленное движение

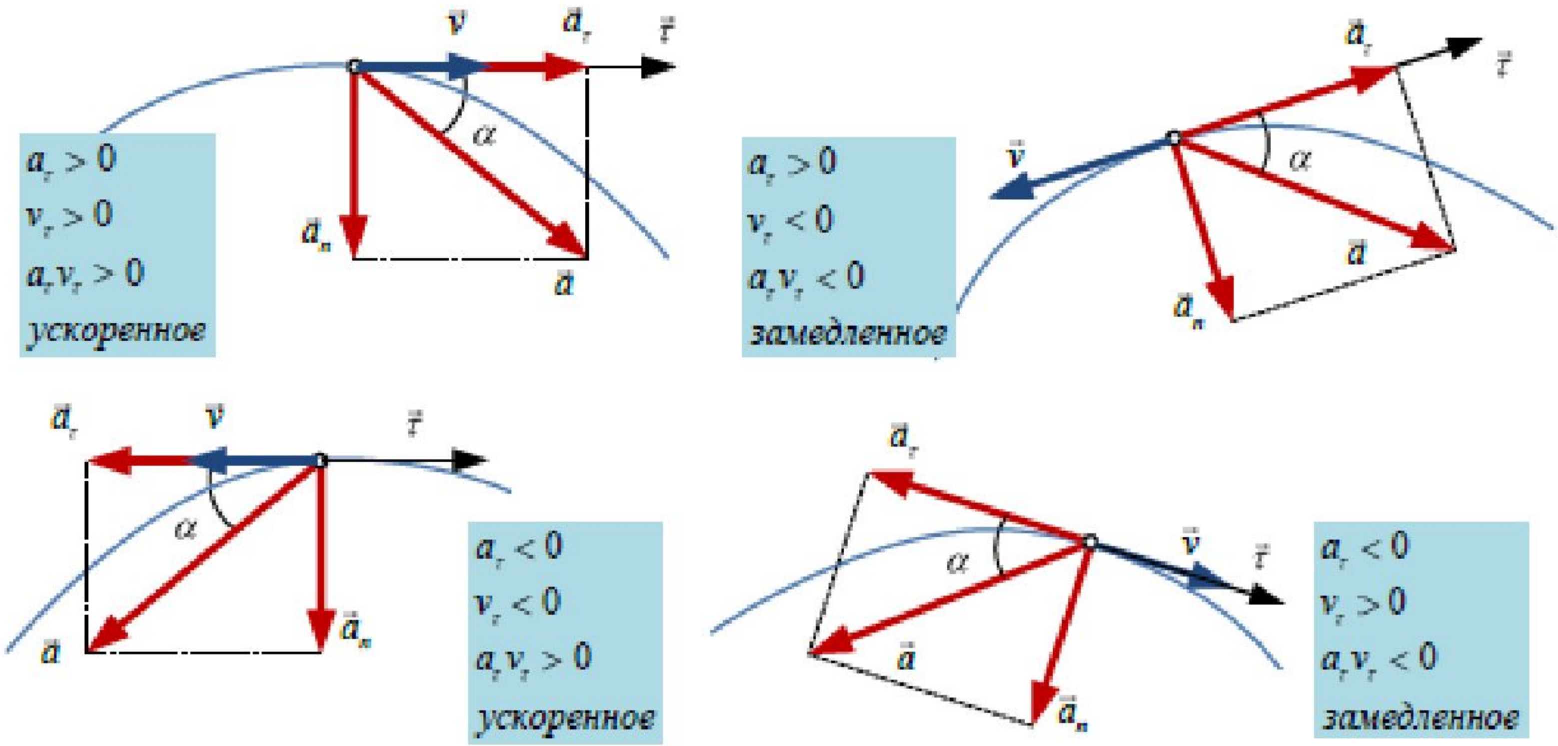


Рис. 1.7

Равнопеременное движение

Равнопеременным называется движение точки, при котором модуль касательного ускорения все время остается постоянным: $a_\tau = const$.

Оно бывает ***равноускоренным*** или ***равнозамедленным***.

Дважды интегрируя равенство $\frac{dv_\tau}{dt} = a_\tau = const,$ получим выражения для скорости и дуговой координаты, то есть ***уравнения равнопеременного движения***:

$$v_\tau = a_\tau t + v_0; \qquad s = a_\tau \frac{t^2}{2} + v_0 t + s_0, \tag{1.16}$$

где v_0 и s_0 – начальные значения величин v_τ и s.

2. Тема: ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Простейшими видами движения твердого тела являются ***поступательное и вращательное движения***.

Поступательным движением ***называется движение, при котором любой отрезок принадлежащий телу перемещается, оставаясь параллельным своему первоначальному направлению.***

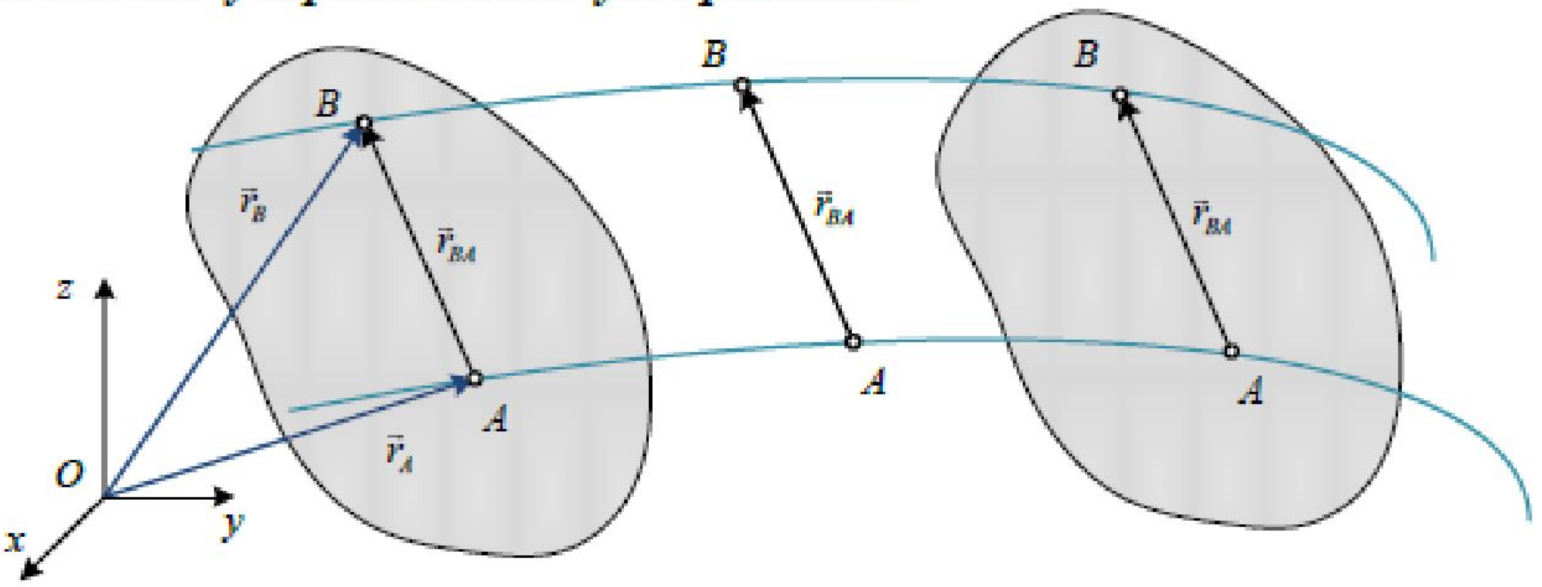


Рис. 2.1

Вращательное движение твердого тела

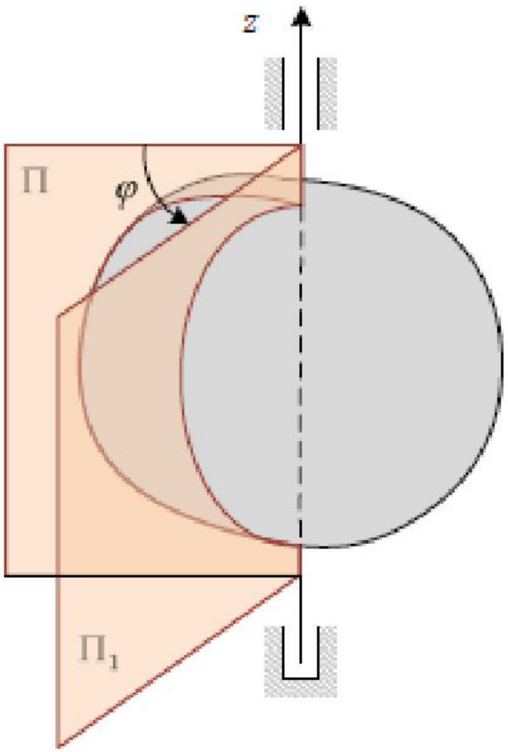


Рис. 2.2

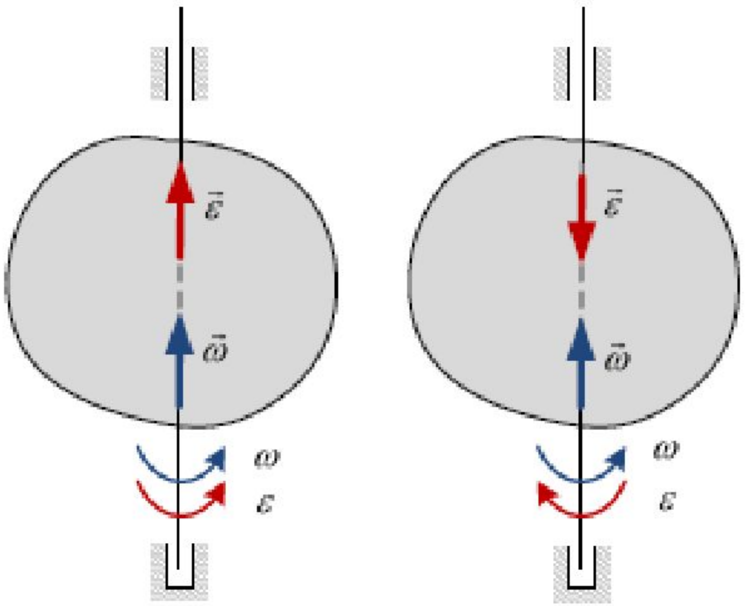


Рис. 2.3

Равномерное и равнопеременное вращение

Равномерным называется такое вращение тела, при котором угловая скорость все время остается постоянной: $\omega_z = const$. Тогда $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = 0$.

При равномерном вращении $d\varphi/dt = \omega_z = const$. Интегрируя это равенство, получим ***уравнение равномерного вращения***:

$$\varphi = \omega_z t + \varphi_0.$$

Это уравнение определяет величину угла поворота в любой момент времени.

Равнопеременным называется вращение тела, при котором величина углового ускорения все время остается постоянной: $\varepsilon_z = const$. Оно бывает ***равноускоренным*** или ***равнозамедленным***.

Дважды интегрируя равенство $\frac{d\omega_z}{dt} = \varepsilon_z = const,$ получим выражения для угловой скорости и угла поворота, то есть уравнения равнопеременного вращения:

$$\omega_z = \varepsilon_z t + \omega_0; \qquad \varphi = \frac{\varepsilon_z t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0,$$

где φ_0 и ω_0 – начальные значения угла поворота и угловой скорости.

2.5. УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

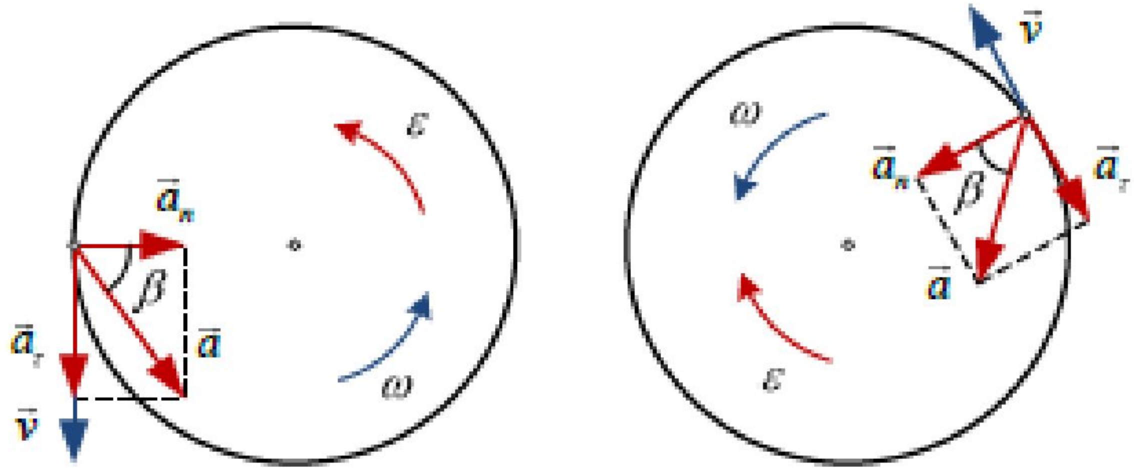


Рис. 2.6

ТАБЛИЦА МЕХАНИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ	
Поступательное движение тела (движение материальной точки)	***Вращательное движение тела***
Уравнение поступательного движения $s = s(t)$	Уравнение вращательного движения $\varphi = \varphi(t)$
Модуль скорости $v = \lvert\dot{s}\rvert$	Модуль угловой скорости $\omega = \lvert\dot{\varphi}\rvert$
Модуль касательного ускорения $a_\tau = \lvert\ddot{s}\rvert$	Модуль углового ускорения $\varepsilon = \lvert\ddot{\varphi}\rvert$
Равномерное движение $v_\tau = const,\quad s = v_\tau t + s_0$	Равномерное вращение $\omega_z = const,\quad \varphi = \omega_z t + \varphi_0$
Равнопеременное движение $a_\tau = const,\quad v_\tau = a_\tau t + v_0,$ $s = \frac{a_\tau t^2}{2} + v_0 t + s_0$	Равнопеременное вращение $\varepsilon_z = const,\quad \omega_z = \varepsilon_z t + \omega_0,$ $\varphi = \frac{\varepsilon_z t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$

3. Тема:
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Плоскопараллельным или плоским движением называется движение твердого тела, при котором его точки перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости.

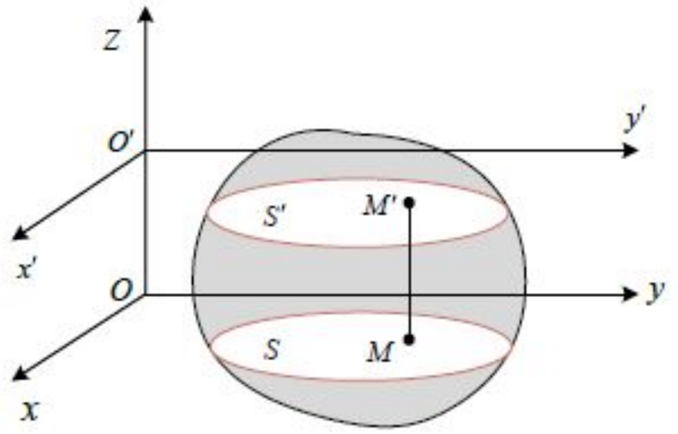


Рис. 3.1

Вывод: ***описание плоскопараллельного движения тела сводится к описанию движения одного сечения тела (плоской фигуры) относительно неподвижной плоскости.***

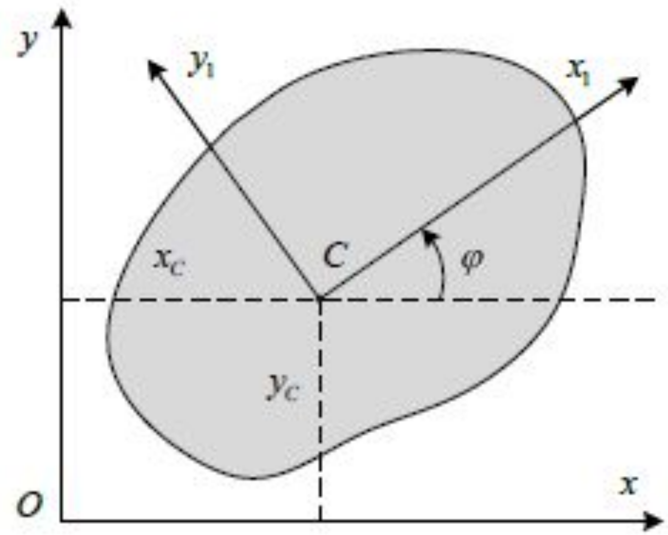


Рис.3.2

Координаты полюса и угол поворота при движении меняются, то есть зависят от времени. Соответствующие формулы называются ***уравнениями плоскопараллельного движения***:

$$\begin{cases} x_C = x_C(t) \\ y_C = y_C(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases} \qquad (3.1)$$

Из этих уравнений можно найти ***основные кинематические характеристики тела при плоском движении***:

- скорость $\vec{v}_C$ и ускорение $\vec{a}_C$ полюса,
- угловую скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ тела.

3.3. МГНОВЕННЫЙ ЦЕНТР СКОРОСТЕЙ

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю: $v_P = 0$.

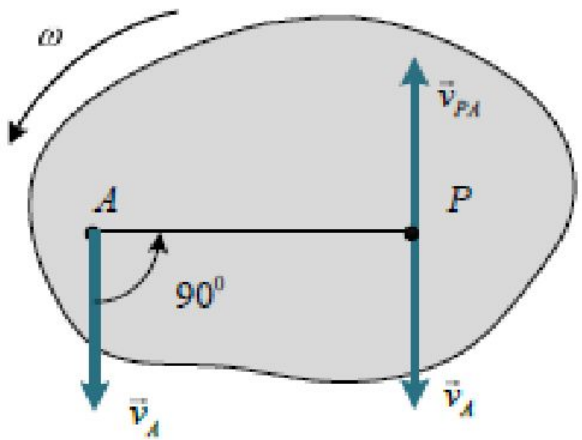


Рис. 3.6

Покажем, что такая точка всегда существует.

Пусть некоторое тело (рис. 3.6) вращается с угловой скоростью ω.

Рассмотрим произвольную точку A, скорость которой в данный момент равна $\vec{v}_A$. От направления этого вектора в сторону вращения фигуры отложим прямой угол и в полученном направлении проведем луч. На этом луче отложим отрезок $|AP| = \frac{v_A}{\omega}$.

Покажем, что полученная точка P будет иметь нулевую скорость.

Примем точку A за полюс. Тогда по теореме о сложении скоростей скорость точки P будет равна:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{PA}.$$

Заметим что:

1. Скорость $\vec{v}_{PA}$ перпендикулярна отрезку PA и направлена в сторону противоположную скорости $\vec{v}_A$;
2. Модули скоростей $\vec{v}_{PA}$ и $\vec{v}_A$ равны, поскольку $v_{PA} = \omega|PA| = \omega\frac{v_A}{\omega} = v_A$.

Отсюда ясно, что $\vec{v}_A + \vec{v}_{PA} = \vec{0}$, и точка P действтельно является мгновенным центром скоростей.

ПРИМЕЧАНИЯ:

1. Положение МЦС на движущейся фигуре не является неизменным, в процессе движения его положение постоянно меняется:
2. МЦС может находиться вне тела;
3. Если угловая скорость тела в данный момент равна нулю, то МЦС располагается в бесконечности. В этом случае скорости всех точек тела одинаковы. Движение тела в данный момент времени называют мгновенно поступательным, в отличие от поступательного движения, при котором $\omega = 0$ в любой момент времени.

ВЫВОД:

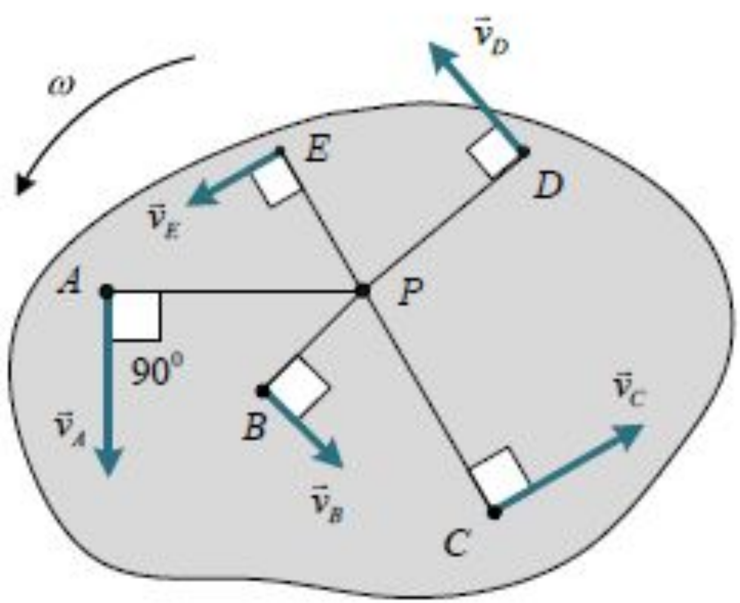
скорость произвольной точки М плоской фигуры равняется скорости, которую она имеет в относительном вращении вокруг МЦС.

Следовательно:

1. скорость $\vec{v}_M$ направлена перпендикулярно отрезку PM в сторону вращения;
2. модуль ее в соответствии с формулой (3.3) равен

$$v_M = \omega\, r_{MP}. \qquad (3.5)$$

Картина распределения скоростей точек движущейся плоской фигуры имеет вид, показанный на рис. 3.7.



$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} = \frac{v_C}{PC} = \frac{v_D}{PD} = \frac{v_E}{PE}$$

4. Тема: СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

4.1 ПОНЯТИЕ О СЛОЖНОМ ДВИЖЕНИИ ТОЧКИ

Сложным движением называют такое движение точки, которое рассматривается одновременно в двух системах отсчета.

При описании сложного движения одну из систем отсчета считают ***неподвижной или основной*** (система $O_1x_1y_1$ на рис. 4.1) . Другая система отсчета рассматривается как ***подвижная*** (система Oxy на рис. 4.1).

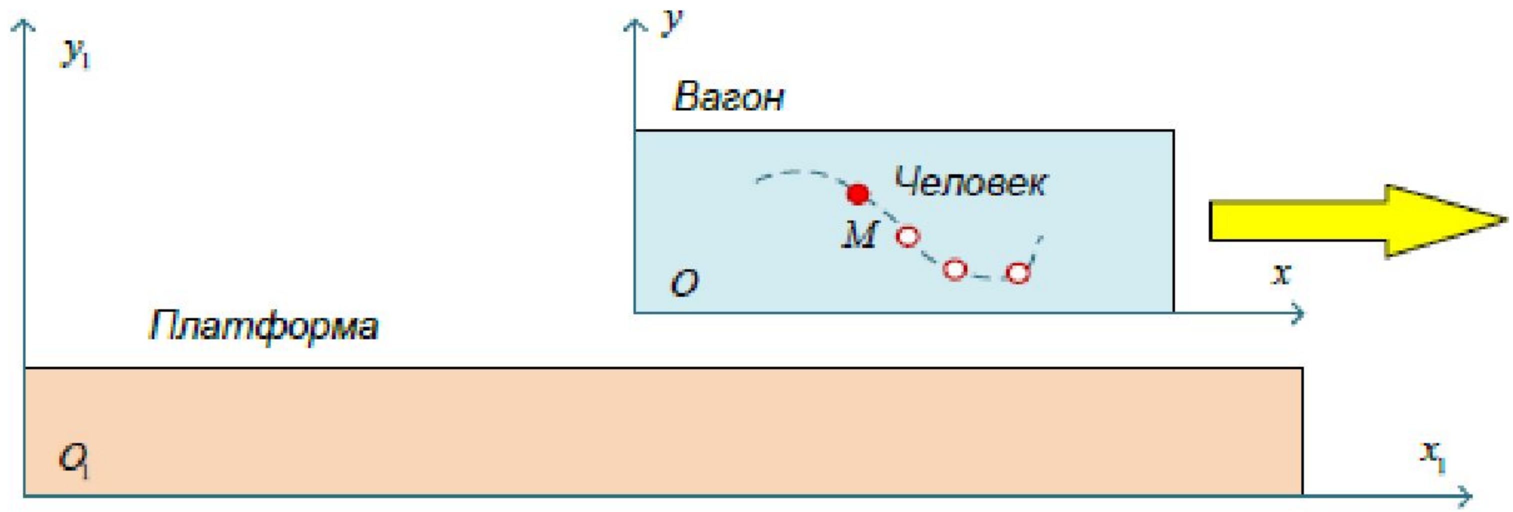


Рис. 4.1

В таких случаях можно выделить три вида движения: ***абсолютное, относительное и переносное***.

1. ***Абсолютным движением*** называется движение точки по отношению к неподвижной системе координат (движение человека по отношению к платформе). Характеристиками абсолютного движения являются ***абсолютная скорость*** $\vec{v}_a$ и ***абсолютное ускорение*** $\vec{a}_a$, то есть скорость и ускорение точки относительно неподвижной системы координат (относительно платформы). Они обозначаются индексом «а».
2. ***Относительным движением*** называется движение точки по отношению к подвижной системе координат (движение человека относительно вагона). Характеристиками относительного движения являются ***относительная скорость*** $\vec{v}_r$ и ***относительное ускорение*** $\vec{a}_r$, то есть скорость и ускорение точки относительно подвижной системы координат (относительно вагона). Они обозначаются индексом «*r*».
3. ***Переносным движением*** называется движение подвижной системы координат относительно неподвижной. В подвижной системе координат положение точки М все время меняется. ***Переносной скоростью*** $\vec{v}_e$ и ***переносным ускорением*** $\vec{a}_e$ называется скорость и ускорение той точки подвижной системы координат, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка. Они обозначаются индексом «*e*».

4.3. Теорема Кориолиса о сложении ускорений

Рассмотрим, как определяются при сложном движении точки ускорения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ (ускорение точки относительно подвижной системы координат) получается дифференцированием по времени вектора относительной скорости $\vec{v}_r$.

При этом предполагается, что орты $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ неподвижны $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k} = const)$, а координаты *x*, *y*, *z* меняются:

$$\vec{a}_r = \dot{\vec{v}}_r\Big|_{\substack{\vec{i}=const\\ \vec{j}=const\\ \vec{k}=const}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}. \qquad \text{(a)}$$

Переносное ускорение $\vec{a}_e$ (ускорение, которое точка приобретает в результате движения подвижной системы координат относительно неподвижной) получается дифференцированием по времени вектора $\vec{v}_e$.

При этом учитывается, что при переносном движении изменение координат точки просходит только за счет изменения вектора $\vec{\rho}_O$, а также за счет поворота ортов подвижной системы координат $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Координаты точки *M* в подвижной системе координат x, y, z при этом не изменяются (точка двигается вместе с системой).

$$\vec{a}_e = \dot{\vec{v}}_e\Big|_{\substack{x=const\\ y=const\\ z=const}} = \ddot{\vec{\rho}}_O + x\ddot{\vec{i}} + y\ddot{\vec{j}} + z\ddot{\vec{k}}. \qquad \text{(б)}$$

Абсолютное ускорение $\vec{a}_a$ (ускорение точки относительно неподвижной системы координат) определяется как производная по времени от вектора абсолютной скорости $\vec{v}_a$.

При этом учитывается, что все, входящие в выражение величины являются переменными.

$$\vec{a}_a = \dot{\vec{v}_a} = \dot{\vec{\rho}}_O + \ddot{x}\vec{\imath} + \ddot{y}\vec{\jmath} + \ddot{z}\vec{k} + \underline{\underline{2\left(\dot{x}\dot{\vec{\imath}} + \dot{y}\dot{\vec{\jmath}} + \dot{z}\dot{\vec{k}}\right)}} + x\ddot{\vec{\imath}} + y\ddot{\vec{\jmath}} + z\ddot{\vec{k}}. \quad (в)$$

Сравнивая формулы (а), (б) и (в) видим, что в выражение для абсолютного ускорения кроме переносного и относительного ускорений входит еще одна группа слагаемых, которая представляет собой ускорение называемое ***ускорением Кориолиса***:

$$\vec{a}_{cor} = 2\left(\dot{x}\dot{\vec{\imath}} + \dot{y}\dot{\vec{\jmath}} + \dot{z}\dot{\vec{k}}\right).$$

Таким образом, справедливой является следующая теорема:

ТЕОРЕМА

Абсолютное ускорение точки равно векторной сумме относительного и переносного и кориолисова ускорений:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{cor}. \quad (4.2)$$

4.4. Вычисление ускорения Кориолиса

Ускорение Кориолиса можно вычислять более просто, если использовать формулы Пуассона, которые показывают, как изменяются единичные векторы системы координат (орты), в то время как сама система координат поворачивается относительно некоторой оси u (рис 4.5).

Формулы Пуассона имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\vec{i}} = \vec{\omega} \times \vec{i} \\ \dot{\vec{j}} = \vec{\omega} \times \vec{j} \\ \dot{\vec{k}} = \vec{\omega} \times \vec{k} \end{cases}.$$

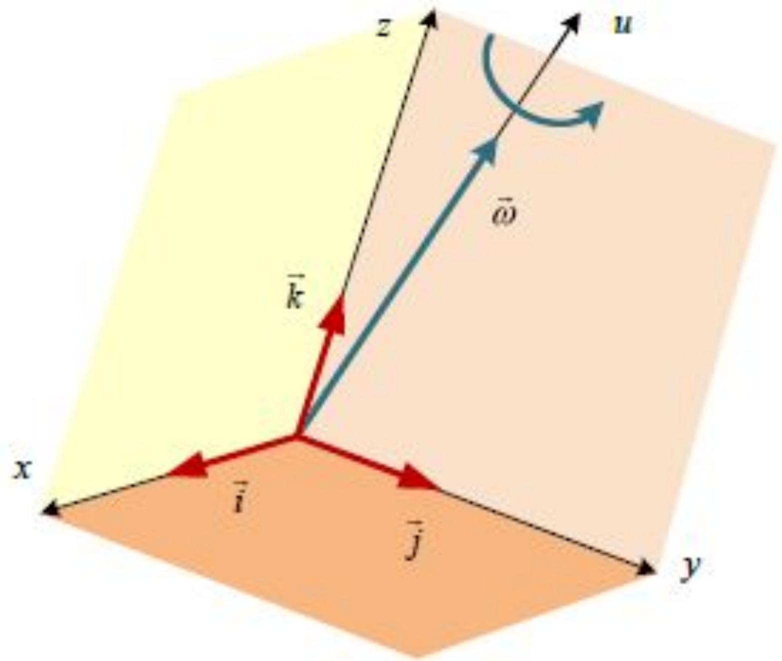


Рис. 4.5

Если учесть, что угловая скорость единичных векторов фактически представляет собой угловую скорость переносного движения, то можно записать:

$$\vec{a}_{cor} = 2\left(\dot{x}\dot{\vec{i}} + \dot{y}\dot{\vec{j}} + \dot{z}\dot{\vec{k}}\right) = 2\vec{\omega}_e \times \left(\dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}\right).$$

Поскольку $\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} = \vec{v}_r$ - относительная скорость, то

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r. \qquad (5.3)$$

Кориолисово ускорение равно удвоенному векторному произведению угловой скорости переносного движения на относительную скорость точки. Модуль кориолисова ускорения при этом равен

$$a_{cor} = 2\ \omega_e\ v_r\ sin(\vec{\omega}_e,\ \vec{v}_r) \qquad (5.4)$$

Из этой формулы видно, что кориолисово ускорение может быть равно нулю в трех случаях:

1. Когда переносное движение является поступательным (угловая скорость переносного движения равна нулю $\vec{\omega}_e = 0$;
2. Когда отсутствует относительное движение (относительная скорость точки равна нулю$\vec{v}_r = 0$;
3. Когда векторы $\vec{\omega}_e$ и $\vec{v}_r$ праллельны друг другу, то есть кгда точка движется вдоль оси вращения.

Направление кориолисова ускорения определяется по правилу Жуковского.

Правило Жуковского

Чтобы найти направление кориолисова ускорения надо:

1. ***спроектировать вектор относительной скорости на плоскость, перпендикулярную оси вращения;***
2. ***повернуть полученную проекцию на 90^0 по ходу вращения.***

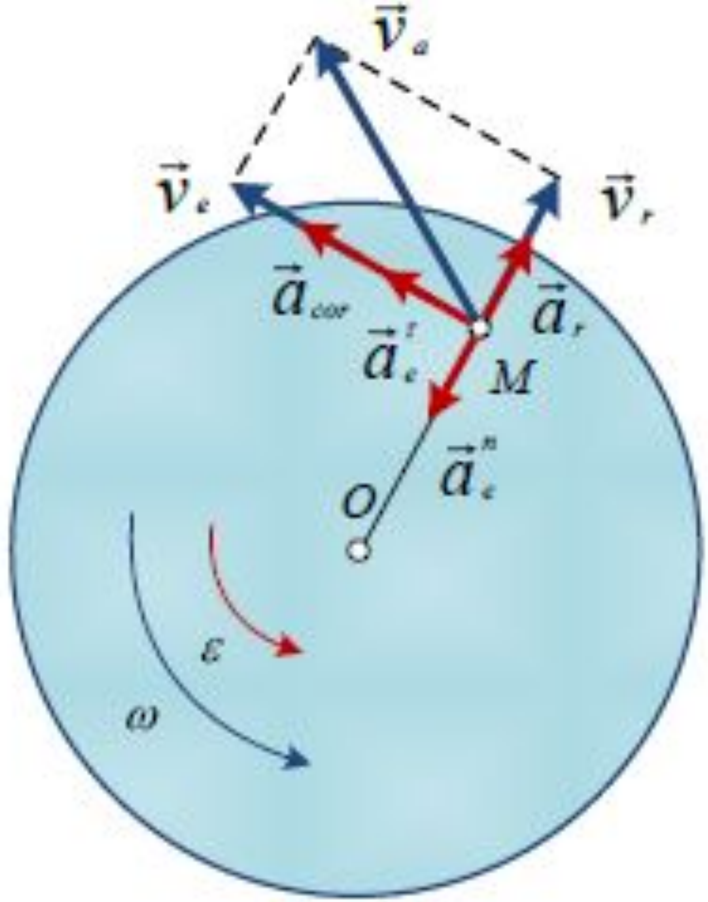
4.5. Кориолисово ускорение при движении тел по поверхности Земли

Любое тело, движущееся относительно поверхности Земли, получает кориолисово ускорение.

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r.$$

1. При движении тела на север кориолисово ускорение направлено на запад.
2. При движении тела на юг кориолисово ускорение направлено на восток.
3. При движении тела на восток кориолисово ускорение направлено от земной оси.
4. При движении тела на запад кориолисово ускорение направлено к земной оси.

Обобщая можно сказать, что в северном полушарии кориолисово ускорение направлено влево по ходу движения (рис. 4.6).


$\vec{v}_a$
$\vec{v}_e$
$\vec{v}_r$
$\vec{a}_{cor}$
$\vec{a}_r$
$\vec{a}_e^{\tau}$
M
$\vec{a}_e^{n}$
O
ε
ω
Рис. 4.6

Примеры действия кориолисова ускорения в северном полушарии:

- отклонение Гольфстрима и других течений,
- отклонение воздушных потоков.

- закручивание против часовой стрелки циклонов,
- реки подмывают правый берег,
- правый рельс на железных дорогах изнашивается быстрее.

В южном полушарии кориолисово ускорение имеет обратное направление, поэтому перечисленные эффекты проявляются зеркально по отношению к северному полушарию.

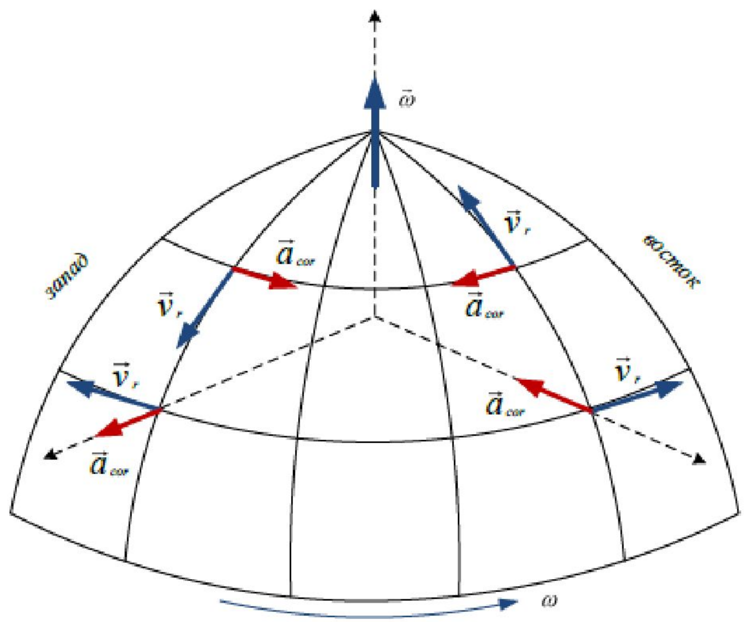


Рис. 4.7