

**ЕГЭ 2022**

**Математика** (профильный уровень)

**9 ЗАДАНИЕ**

**Показательная и логарифмическая функции**

Работу выполнила  
Студентка 5 курса ИМиМ  
Хасанова Альбина

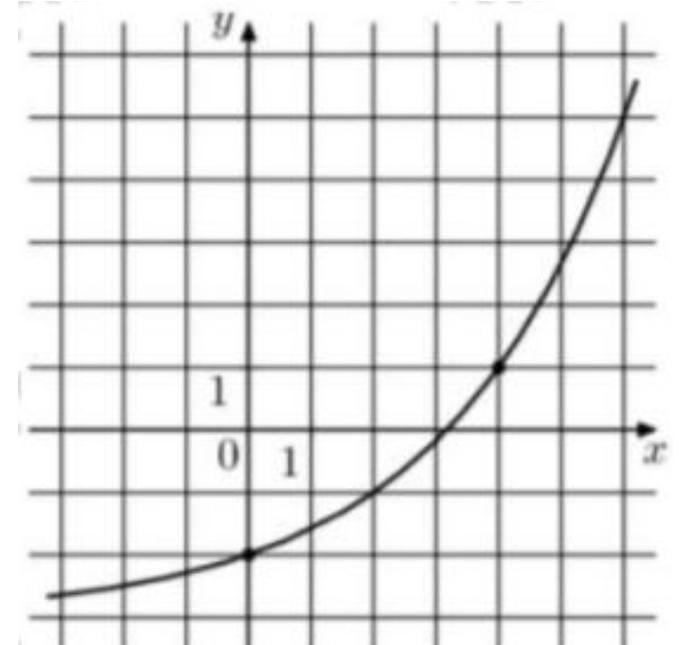
# Показательная функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^x + b$ .  
Найдите  $f(10)$ .

$$\begin{aligned}x = 0 \quad f(x) = -2 \quad a^0 = 1 \\ -2 = 1 + b \Rightarrow b = -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x = 4 \quad f(x) = 1 \quad f(x) = a^x - 3 \\ 1 = a^4 - 3 \Rightarrow a^4 = 4 \Rightarrow a = \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= \sqrt{2}^x - 3 \\ f(10) &= \sqrt{2}^{10} - 3 = 2^5 - 3 = 29\end{aligned}$$



# Показательная функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ .  
Найдите  $f(-5)$ .

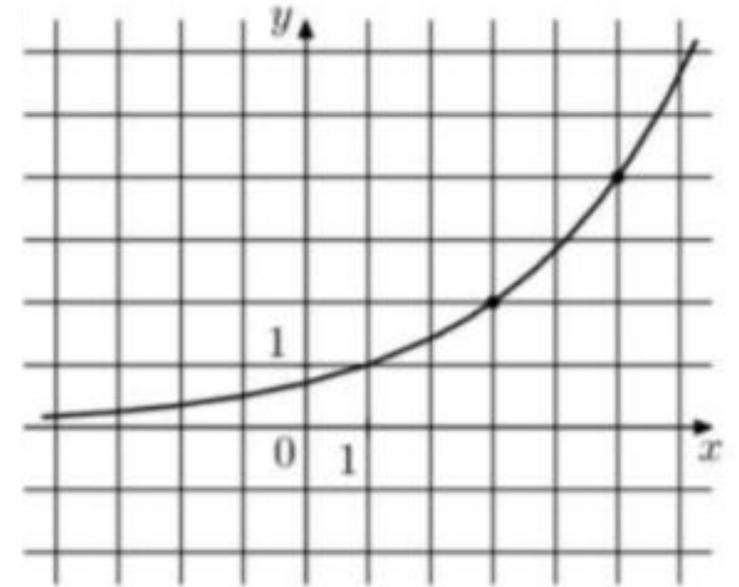
$$x = 3 \quad f(x) = 2 \quad 2 = a^{3+b}$$

$$x = 5 \quad f(x) = 4 \quad 4 = a^{5+b} \Rightarrow 2 = a^{\frac{5+b}{2}}$$

$$a^{\frac{5+b}{2}} = a^{3+b} \Rightarrow \frac{5+b}{2} = 3+b \Rightarrow b = -1$$

$$b = -1 \Rightarrow 2 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$f(x) = \sqrt{2}^{x-1}$$
$$f(-5) = \sqrt{2}^{-5-1} = \frac{1}{8} = 0,125$$



# Показательная функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = 2^{ax+b} + c$ .  
Найдите  $f(4)$ .

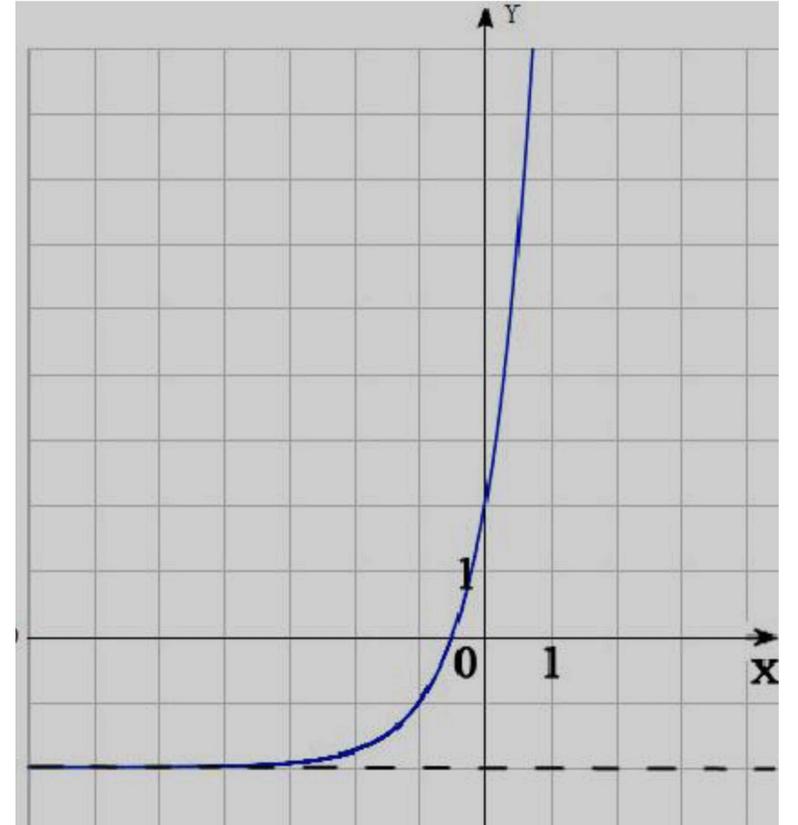
- 1) Так как асимптота  $y = -2$ , то  $c = -2$ .
- 2)  $f(0) = 2$ , следовательно,  
 $2^{0+b} - 2 = 2 \Rightarrow 2^{0+b} = 4 \Rightarrow b = 2$ .
- 3)  $f(-1) = -1$ , следовательно,

$$2^{-a+2} - 2 = -1 \Rightarrow 2^{-a+2} = 1 \Rightarrow a = 2.$$

Далее находим

$$f(4) = 2^{2 \cdot 4 + 2} - 2 = 1022.$$

Ответ: 1022.



# Логарифмическая функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$   
Найдите  $f(16)$ .

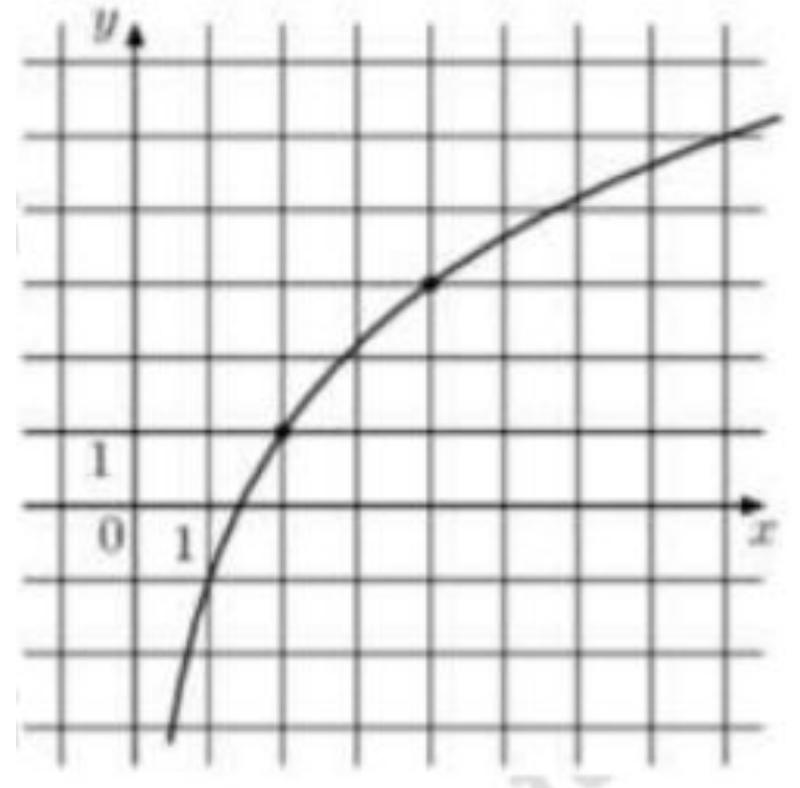
$$x = 2 \quad f(x) = 1 \quad 1 = b + \log_a 2$$

$$x = 4 \quad f(x) = 3 \quad 3 = b + \log_a 4$$

$$\begin{cases} 1 = b + \log_a 2 \\ 3 = b + \log_a 4 \end{cases} - \begin{cases} 1 = b + \log_a 2 \\ 3 = b + 2\log_a 2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} 2 &= \log_a 2 \\ 1 &= \log_{a^2} 2 \\ \log_{a^2} a^2 &= \log_{a^2} 2 \\ a &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$1 = b + \log_{\sqrt{2}} 2 \Rightarrow 1 = b + 2\log_2 2 \Rightarrow b = -1$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 + \log_{\sqrt{2}} x = 2 \left( -\frac{1}{2} + \log_2 x \right) \\ f(16) &= 2 \left( -\frac{1}{2} + \log_2 16 \right) = 7 \end{aligned}$$



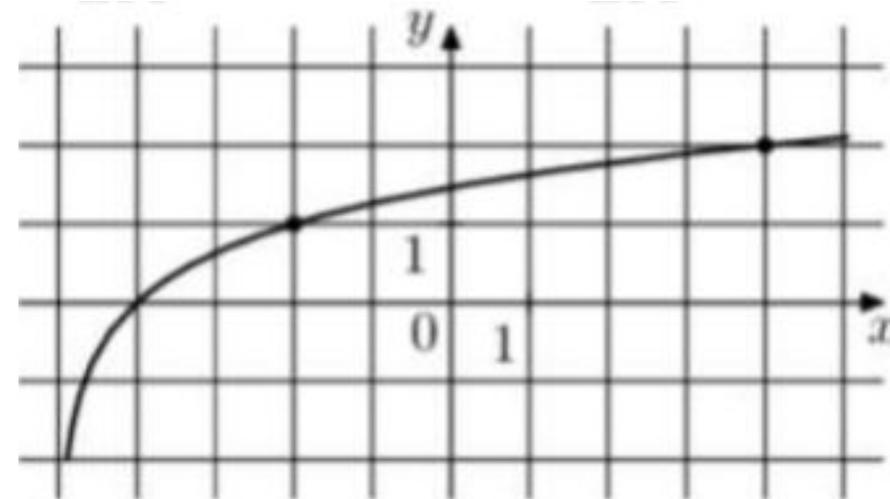
# Логарифмическая функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = \log_a(x + b)$   
Найдите  $f(238)$ .

Смещение графика по оси  $Ox$ :  $b = 5$   
 $f(x) = \log_a(x + 5)$

$$\begin{aligned}x = -2 \quad f(x) = 1 \quad 1 &= \log_a(-2 + 5) \\ &1 = \log_a 3 \\ &a = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= \log_3(x + 5) \\ f(238) &= \log_3(238 + 5) = \log_3 243 = 5\end{aligned}$$



# Логарифмическая функция

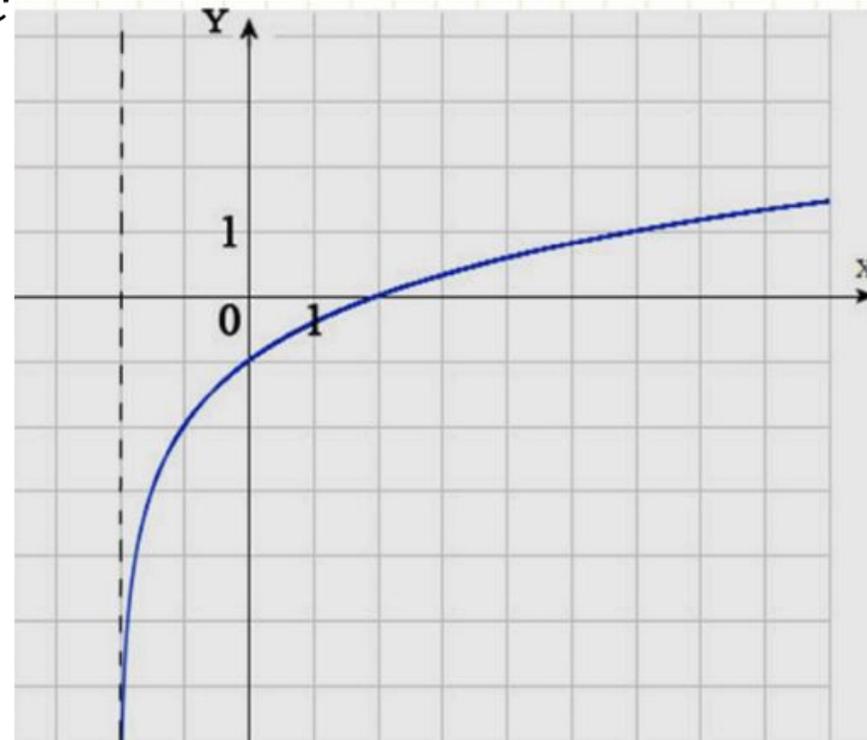
На рисунке изображён график функции  $f(x) = \log_2(x + b) + c$ .  
Найдите  $f(510)$ .

Наш график получается из графика  $y = \log_2(x)$  сдвигом влево на 2 относительно оси  $OY$ , следовательно,  $b = 2$  и сдвигом вниз на 2 относительно оси  $OX$ , следовательно,  $c = -2$ .

Далее находим

$$f(510) = \log_2(510 + 2) - 2 = 7.$$

Ответ: 7.



# Логарифмическая функция

На рисунке изображён график функции  $f(x) = \log_2(ax + b) + c$ .  
Найдите  $f(-130)$ .

Из внешнего вида графика видно, что  $a < 0$ .

Преобразуем функцию

$$\begin{aligned} f(x) &= \log_2(ax + b) + c = \log_2|a| \left(-x + \frac{b}{|a|}\right) + c \\ &= \log_2 \left(-x + \frac{b}{|a|}\right) + (\log_2|a| + c) \end{aligned}$$

Обозначим  $m = \frac{b}{|a|}$  и  $n = \log_2|a| + c$ . Перепишем функцию в виде

$$f(x) = \log_2(-x + m) + n.$$

Найдём теперь  $m$  и  $n$ .

Наш график получается из графика  $y = \log_2(-x)$  сдвигом влево на 2 относительно оси  $OY$ , следовательно,  $m = -2$  и сдвигом вверх на 5 относительно оси  $OX$ , следовательно,  $n = 5$ .

Далее находим

$$f(-130) = \log_2(130 - 2) + 5 = 12.$$

Ответ: 12.

