

# Преобразования графиков функций

# Оглавление

- Правила преобразований графиков функций
- Графические иллюстрации
- Примеры построения графиков сложных функций с помощью одного преобразования
- Примеры построения графиков сложных функций Примеры построения графиков сложных функций. Примеры построения графиков сложных функций с помощью нескольких преобразований

# Правила преобразований графиков функций

- Построение графика функции  $y=f(x+a)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(x)+b$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(-x)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=-f(x)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=kf(x)$  Построение графика функции

[оглавление](#)

# Параллельный перенос вдоль оси абсцисс $y=f(x+a)$

Для построения графика функции  $y=f(x+a)$  надо график функции  $y=f(x)$  параллельно перенести на  $|a|$  единиц вдоль оси  $Ox$

- в положительном направлении, если  $a < 0$
- в отрицательном направлении, если  $a > 0$

[графическая иллюстрация](#)

# Параллельный перенос вдоль оси ординат $y=f(x)+b$

Для построения графика функции  $y=f(x)+b$  надо график функции  $y=f(x)$  параллельно перенести на  $|b|$  единиц вдоль оси  $Oy$

- в положительном направлении, если  $b>0$
- в отрицательном направлении, если  $b<0$

[графическая иллюстрация](#)

# Симметричное отображение относительно оси ординат $y=f(-x)$

Для построения графика функции  $y=f(-x)$  надо график функции  $y=f(x)$  симметрично отобразить относительно оси  $Oy$

*Замечание:* при этом точки пересечения с осью  $y$  остаются неизменными.

[графическая иллюстрация](#)

# Симметричное отображение относительно оси абсцисс $y = -f(x)$

Для построения графика функции  $y = -f(x)$  надо график функции  $y = f(x)$  симметрично отобразить относительно оси  $Ox$

*Замечание:* при этом точки пересечения с осью  $x$  остаются неизменными.

[графическая иллюстрация](#)

# Растяжение/сжатие вдоль оси абсцисс

$$y=f(kx)$$

Для построения графика функции  $y=f(kx)$  надо график функции  $y=f(x)$  подвергнуть масштабированию вдоль оси  $Ox$

- растяжению в  $1/k$  раз , если  $0 < k < 1$
- сжатие в  $k$  раз, если  $k > 1$

*Замечание:* при этом точки пересечения с осью  $y$  остаются неизменными.

графическая  
иллюстрация графическая  
иллюстрация 1

графическая  
иллюстрация графическая  
иллюстрация 2



# Растяжение/сжатие вдоль оси ординат $y=kf(x)$

Для построения графика функции  $y=kf(x)$  надо график функции  $y=f(x)$  подвергнуть масштабированию вдоль оси  $Oy$

- растяжению в  $k$  раз, если  $k>1$
- сжатию в  $1/k$  раз, если  $0<k<1$

*Замечание:* при этом точки пересечения с осью  $x$  остаются неизменными.

графическая иллюстрация

1

графическая иллюстрация

2

# Построение графика $y=f(|x|)$

$$y=f(|x|)$$

Для построения графика функции  $y=f(|x|)$  надо:

- часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую правее оси  $Oy$ , оставить без изменения;
- эту же часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую правее оси  $Oy$ , симметрично отобразить относительно оси  $Oy$

[графическая иллюстрация](#)

# Построение графика $y = |f(x)|$

$$y = |f(x)|$$

Для построения графика функции  $y = |f(x)|$  надо:

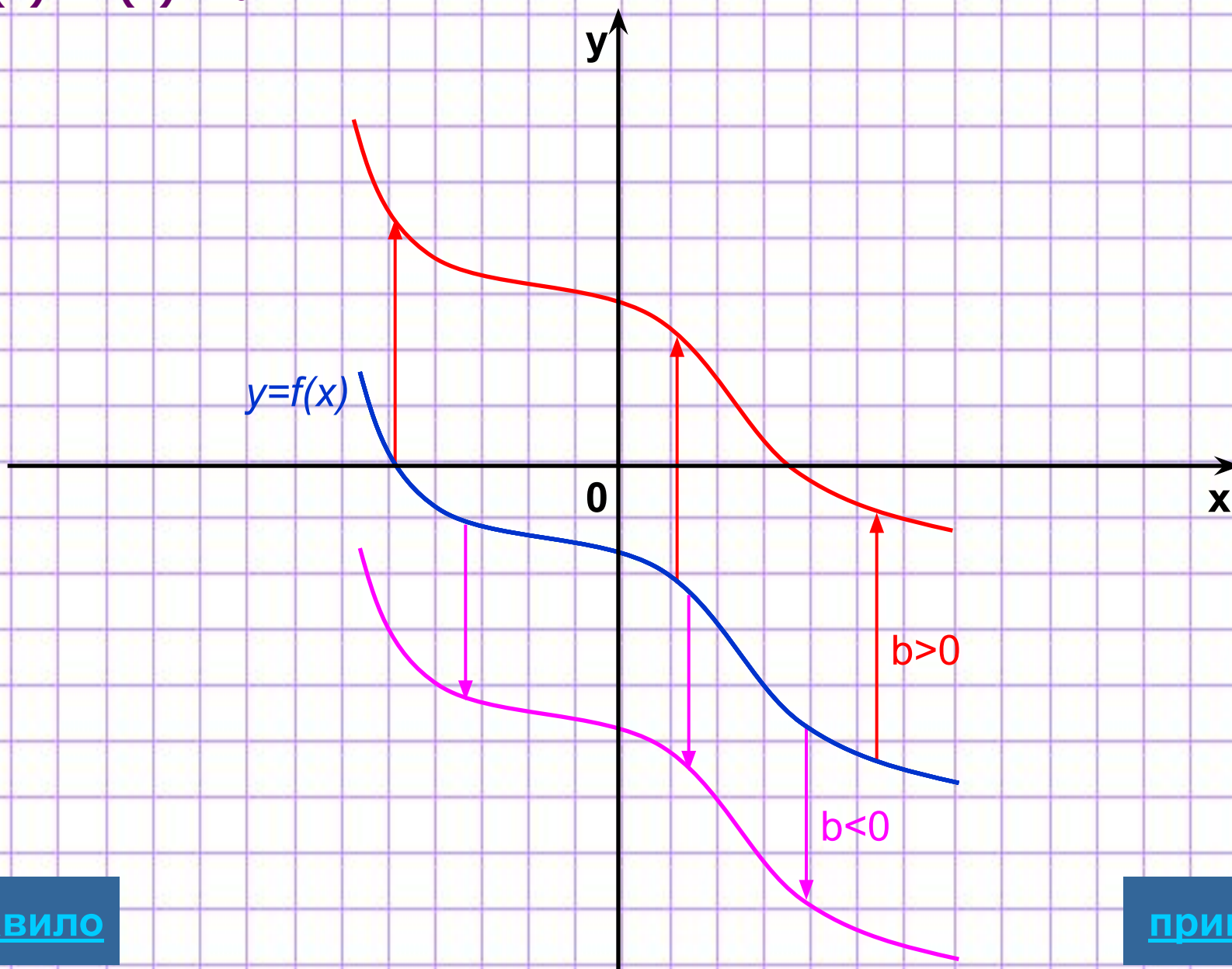
- часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащую выше оси  $Ox$ , оставить без изменения;
- часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащую ниже оси  $Ox$ , симметрично отобразить относительно оси  $Ox$

[графическая иллюстрация](#)

# Графические иллюстрации

- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x+a)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x)+b$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(-x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=-f(x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(kx)$ , Построение графика функции  $y=f(kx)$ ,  $0 < k < 1$
- Построение графика функции [правила](#) | [оглавление](#) | [примеры](#) Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика

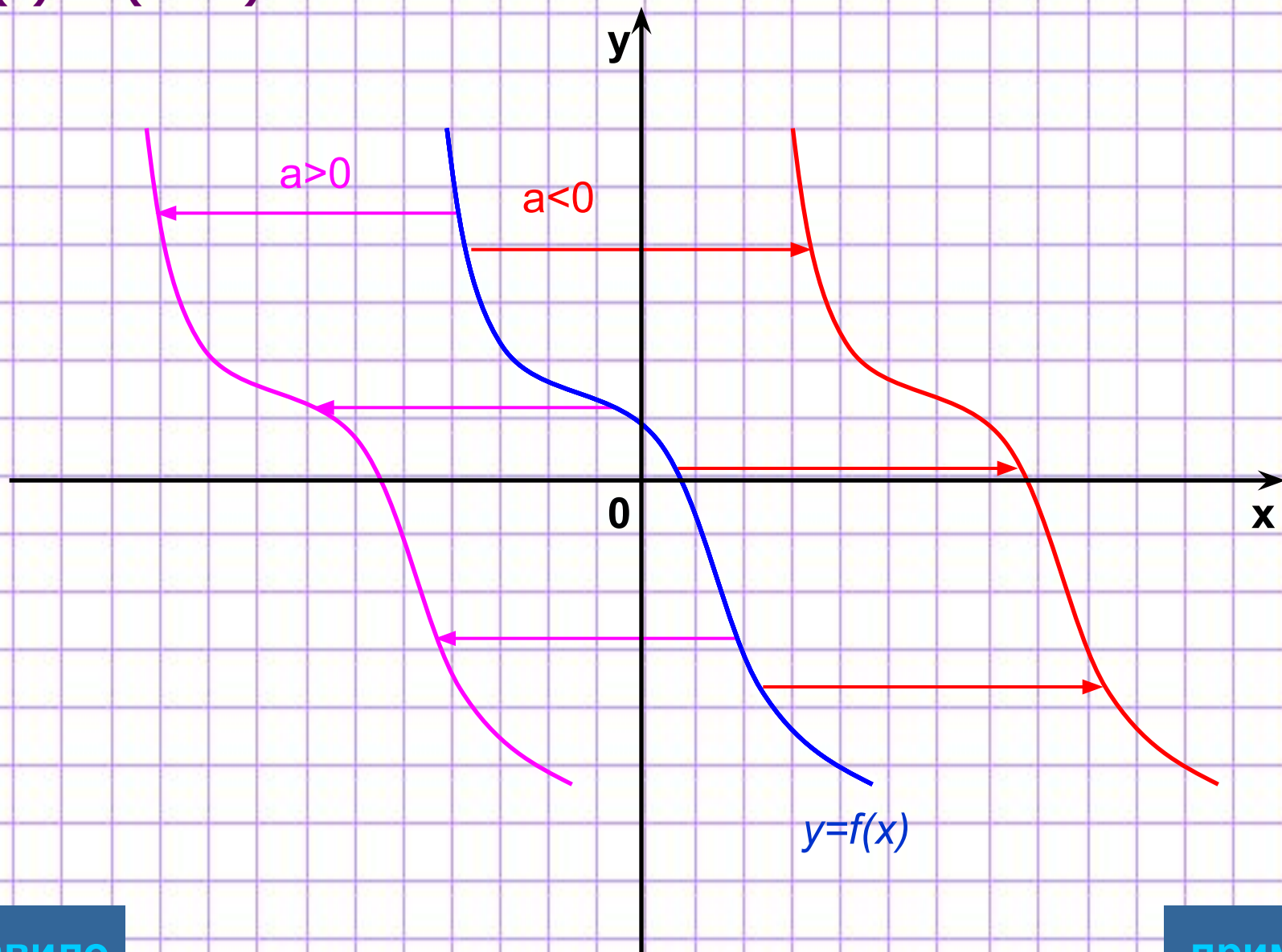
$$f(x) \rightarrow f(x) + b$$



правило

пример

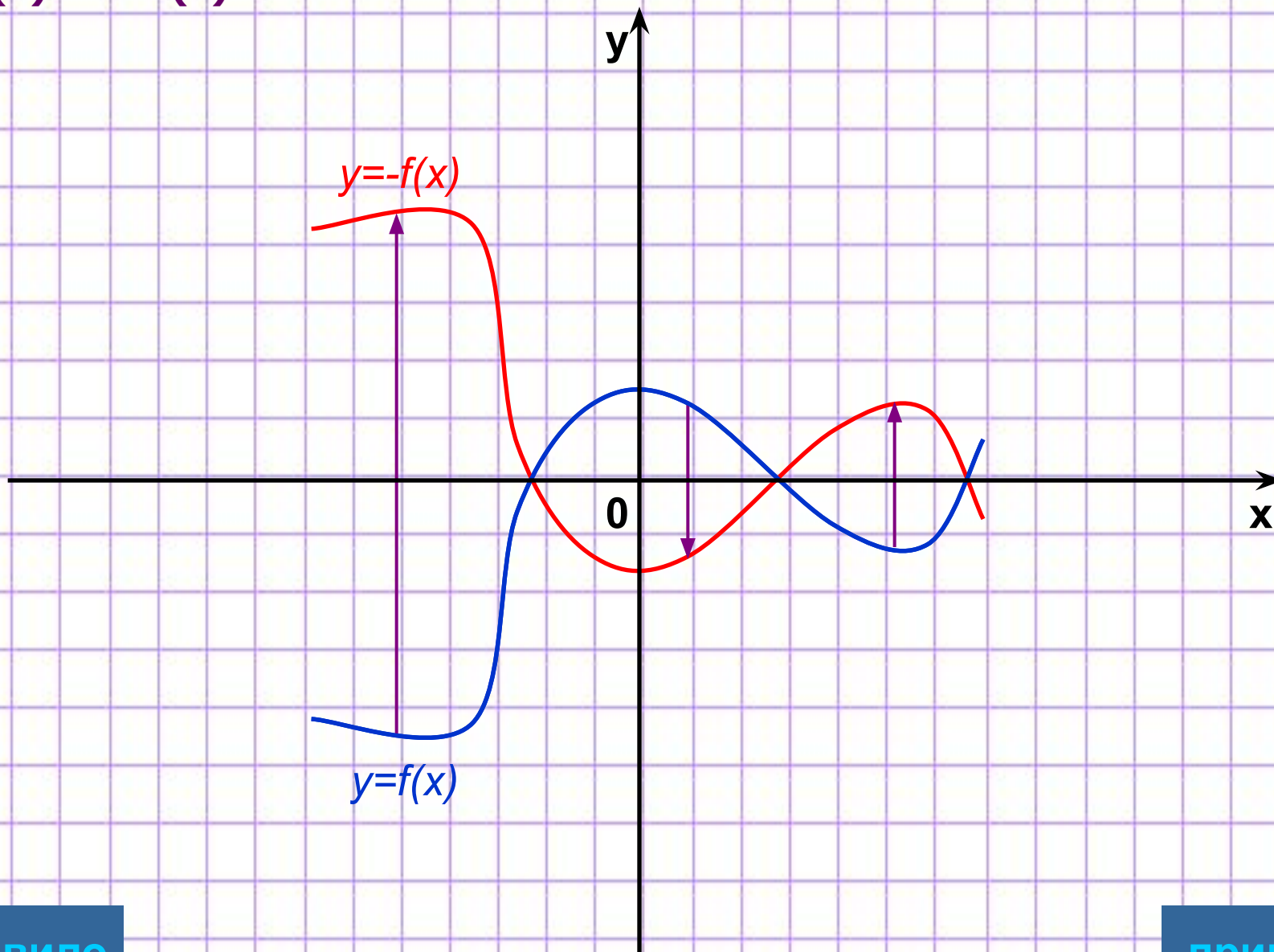
$$f(x) \rightarrow f(x + a)$$



правило

пример

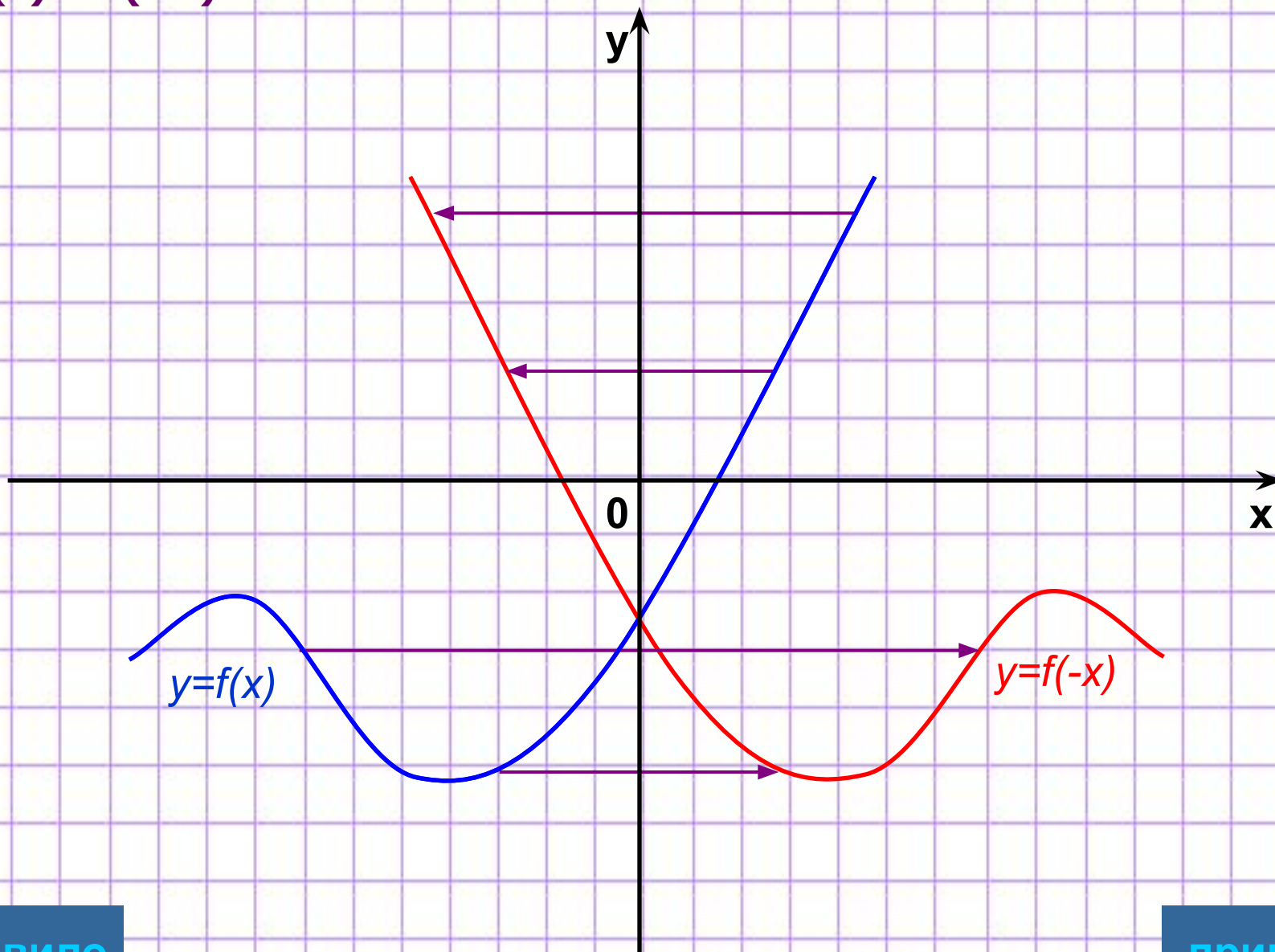
$$f(x) \rightarrow -f(x)$$



правило

пример

$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

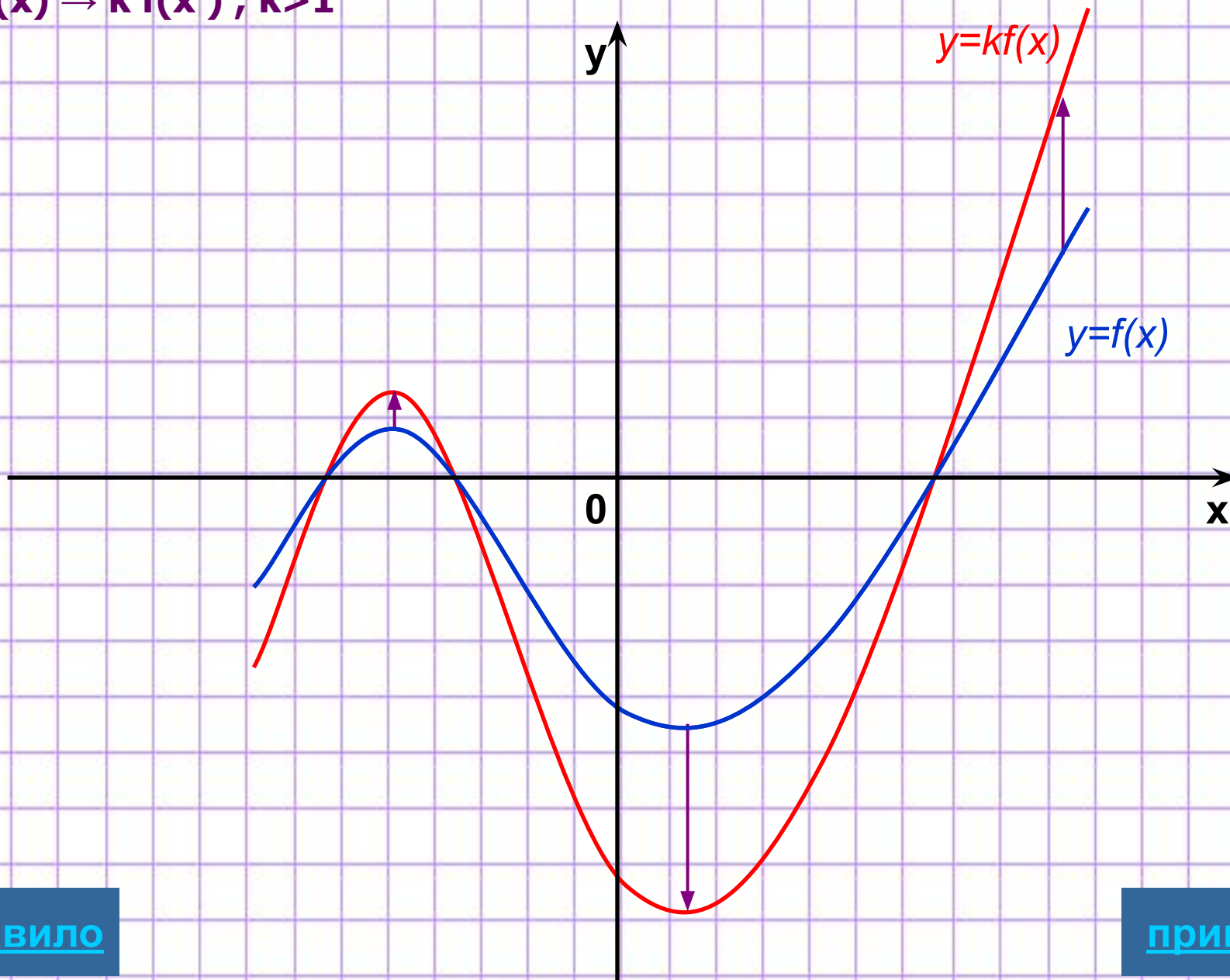


правило

пример



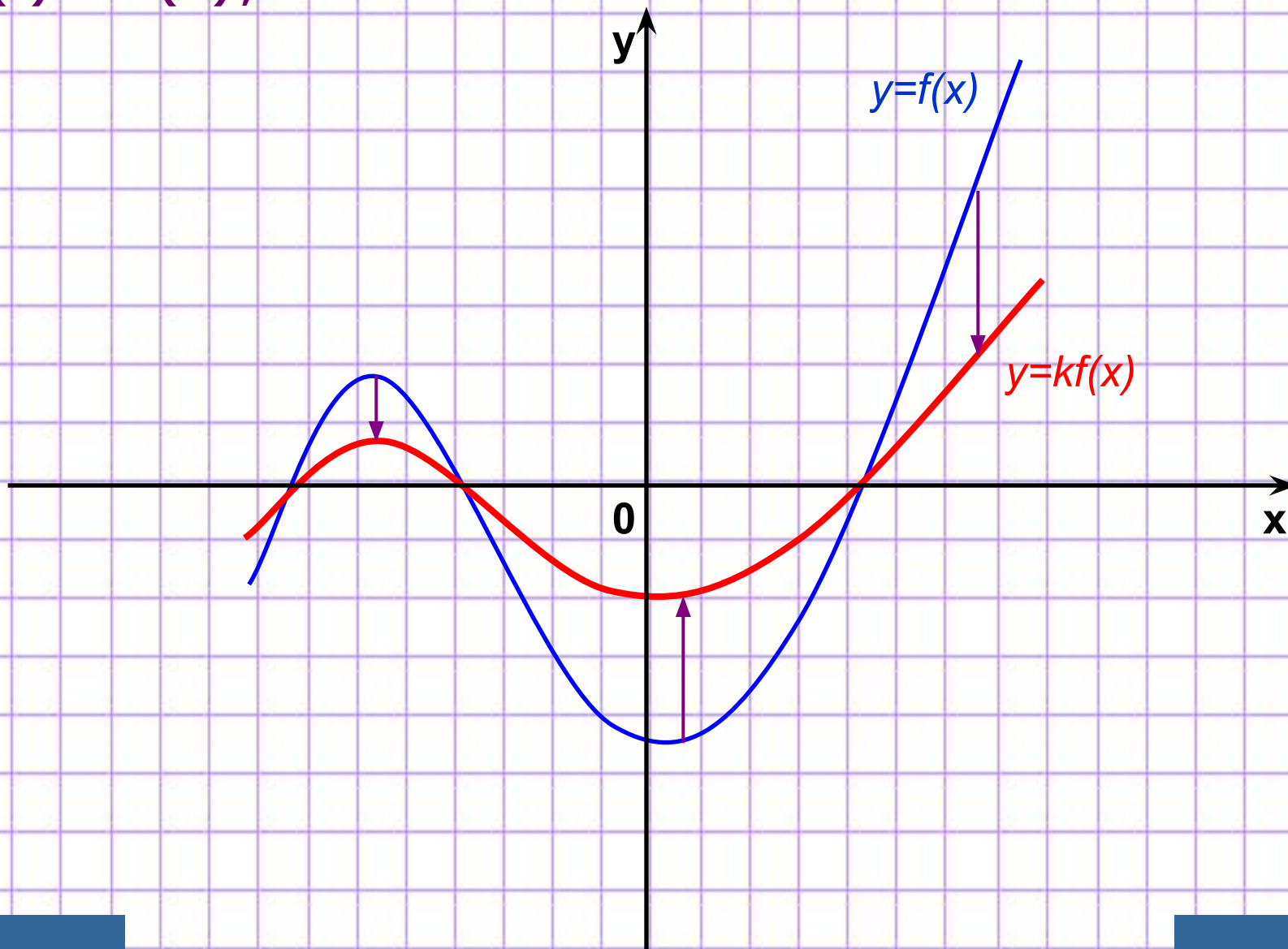
$$f(x) \rightarrow k f(x) ; k > 1$$



правило

пример

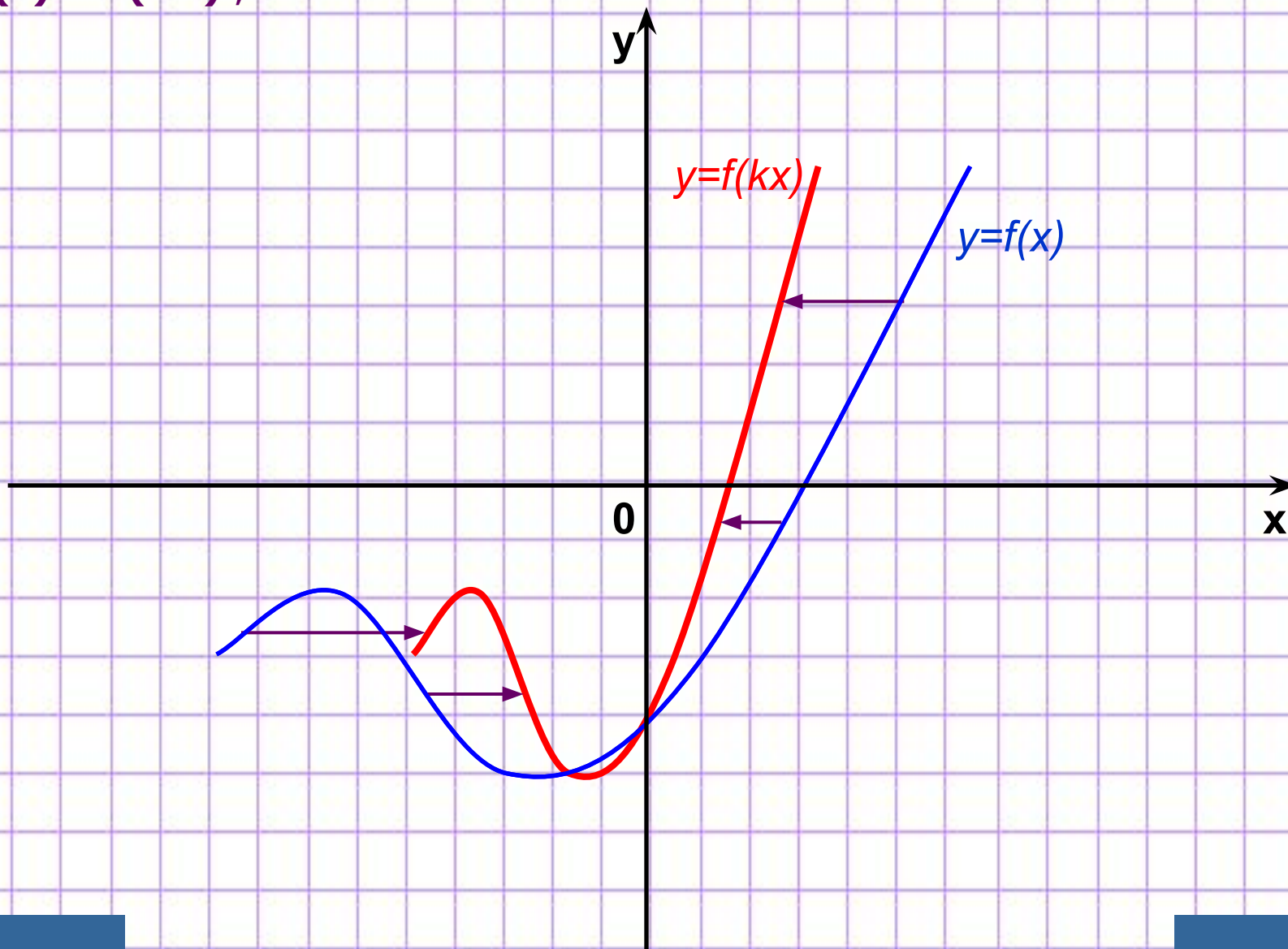
$$f(x) \rightarrow k f(x); \quad 0 < k < 1$$



правило

пример

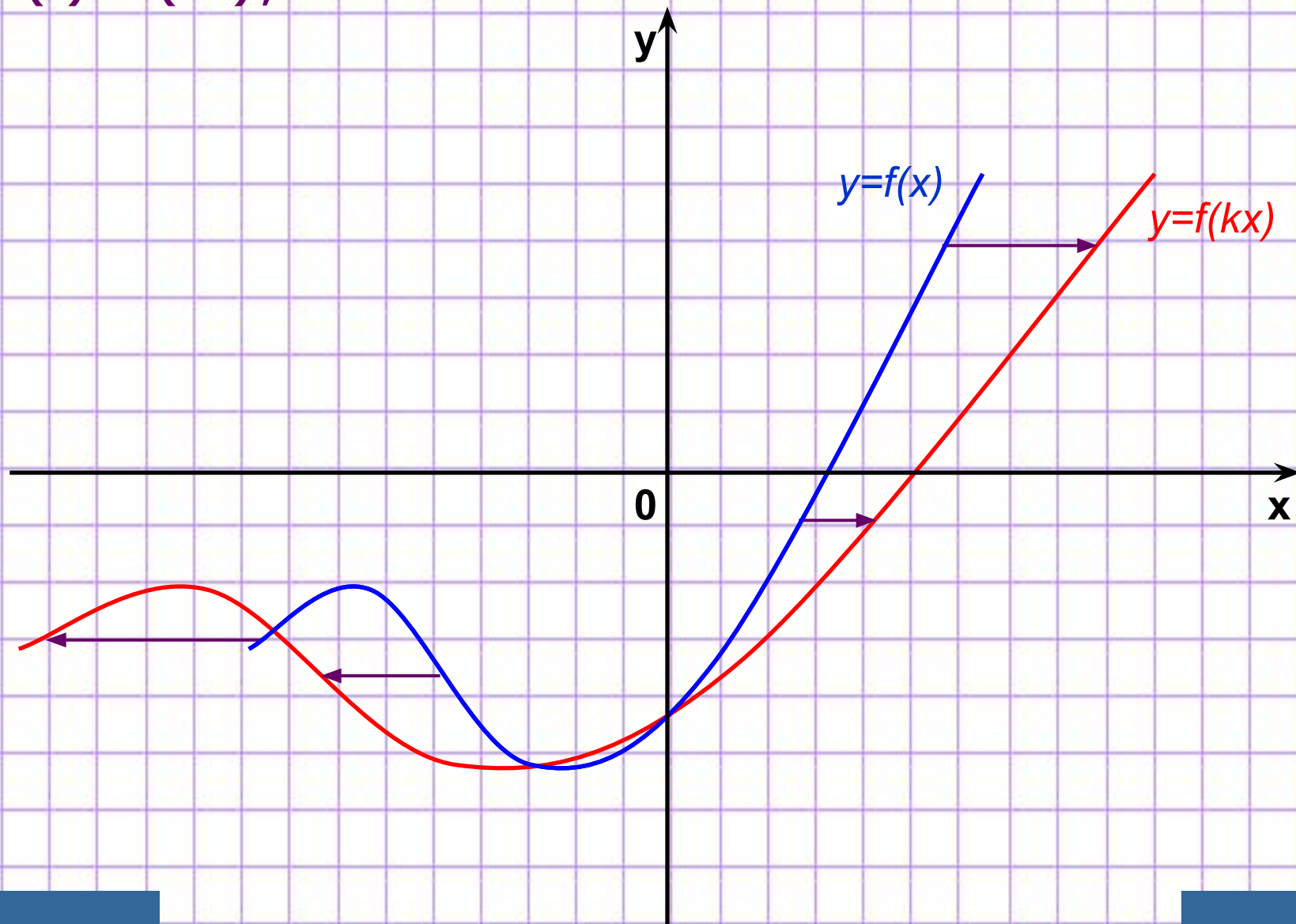
$$f(x) \rightarrow f(kx) ; k > 1$$



правило

пример

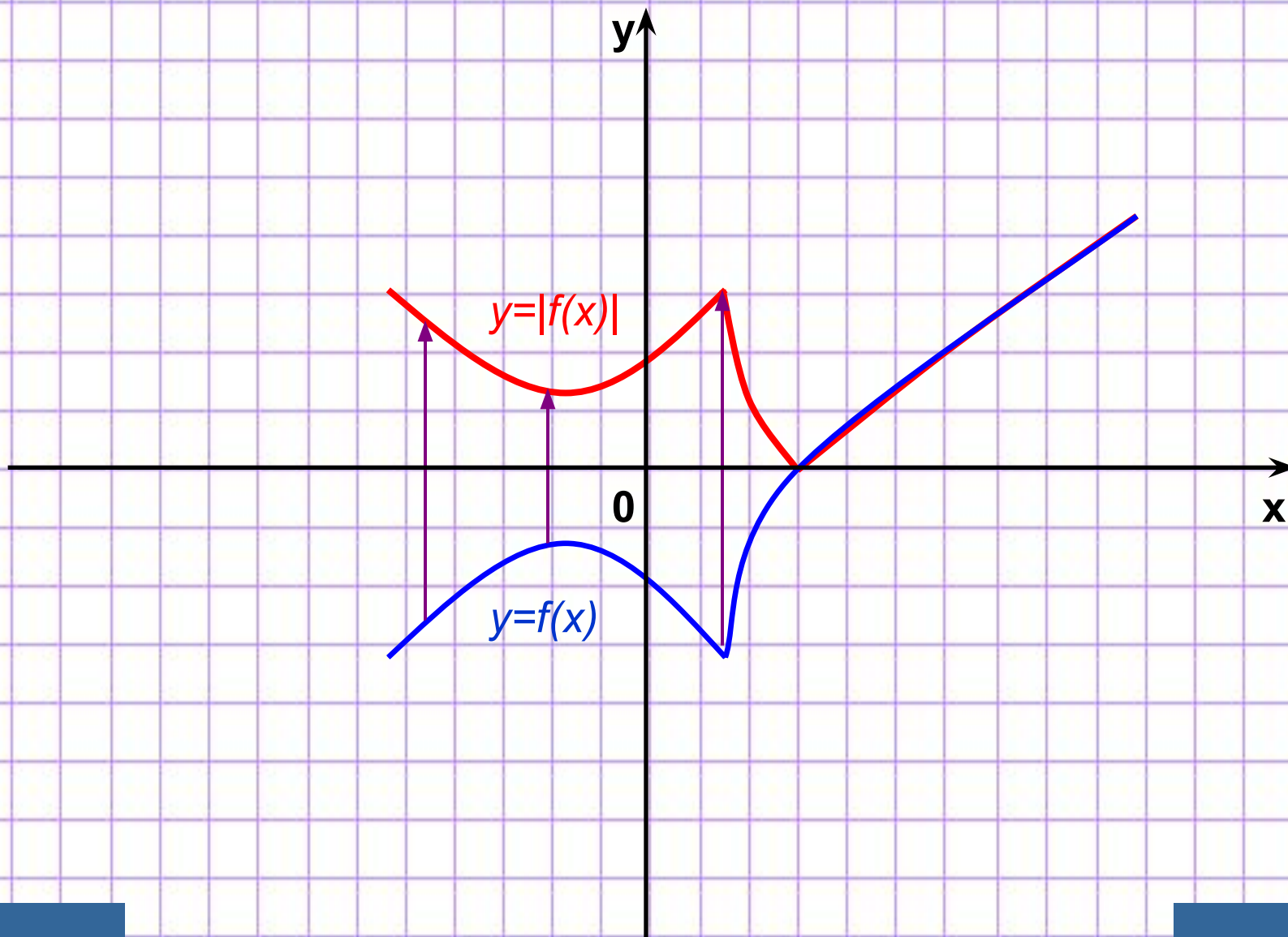
$$f(x) \rightarrow f(kx) ; 0 < k < 1$$



правило

пример

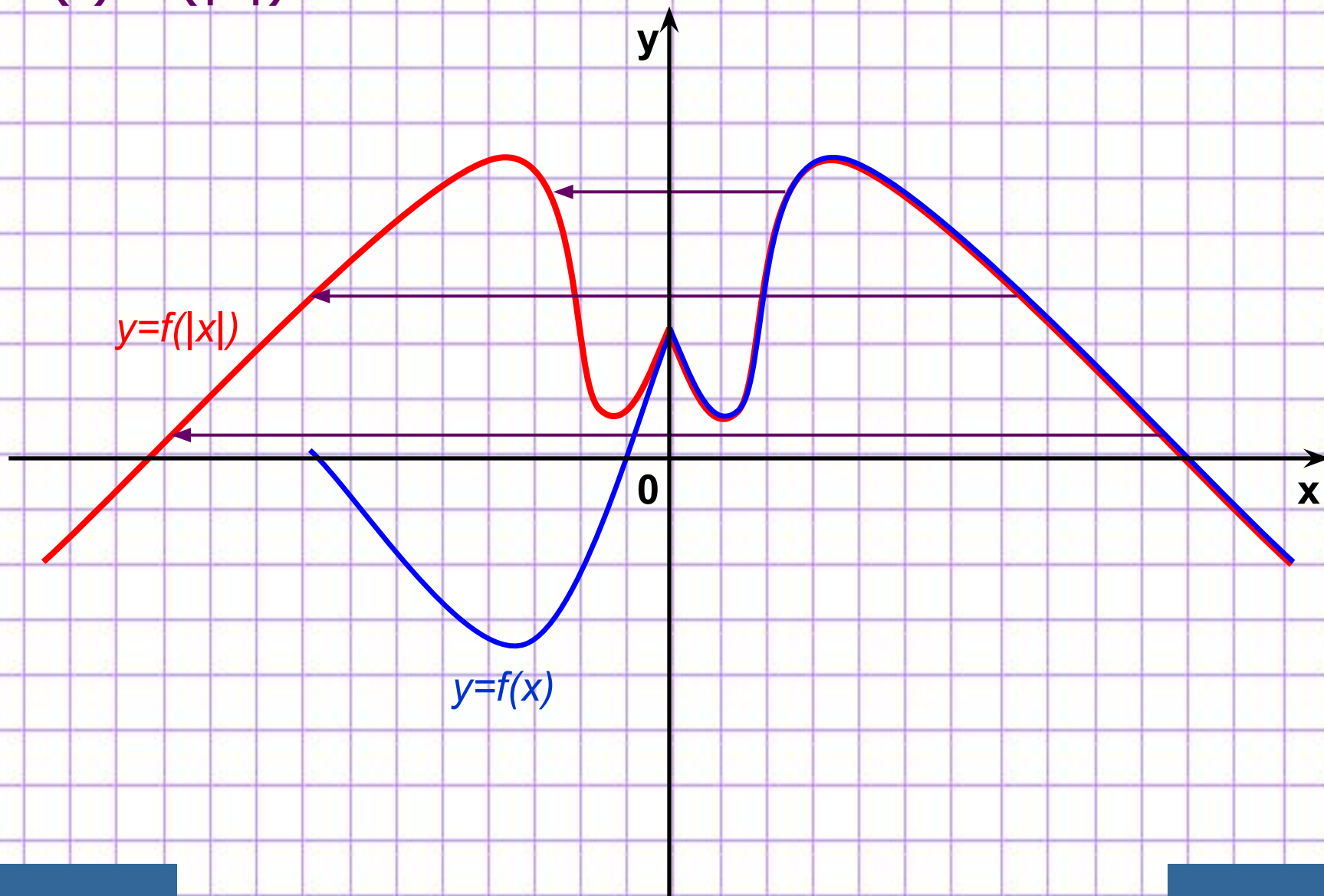
$$f(x) \rightarrow |f(x)|$$



правило

пример

$$f(x) \rightarrow f(|x|)$$



правило

пример

# Примеры построения графиков сложных функций

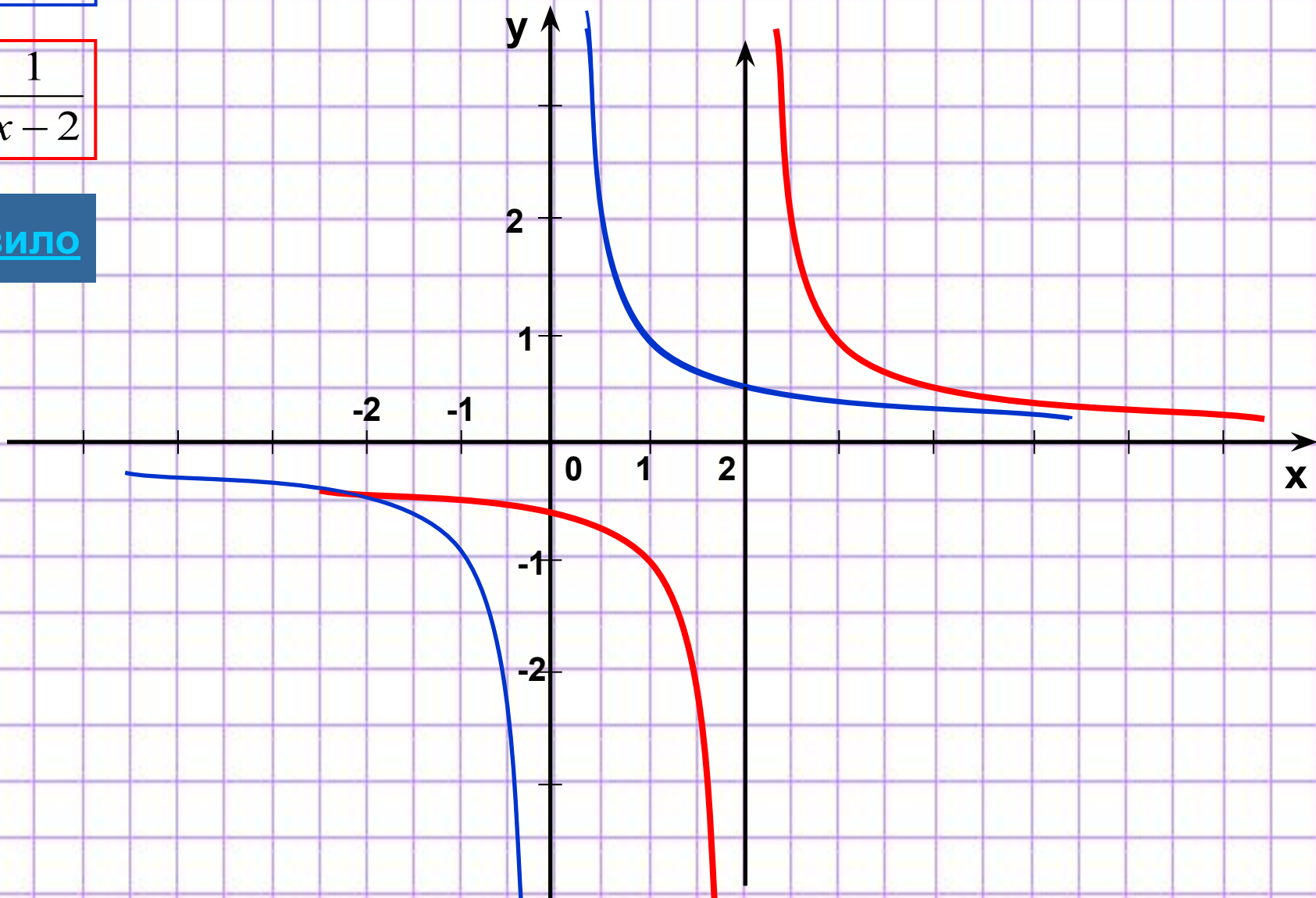
- Построение графика функции  $y=f(x+a)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(x)+b$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(-x)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=-f(x)$  Построение графика функции
- Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(kx)$ ,  $0 < k < 1$
- Построение графика функции  $y=f(1/x)$  Построение графика функции

# Параллельный перенос вдоль оси абсцисс

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x-2}$$

правило





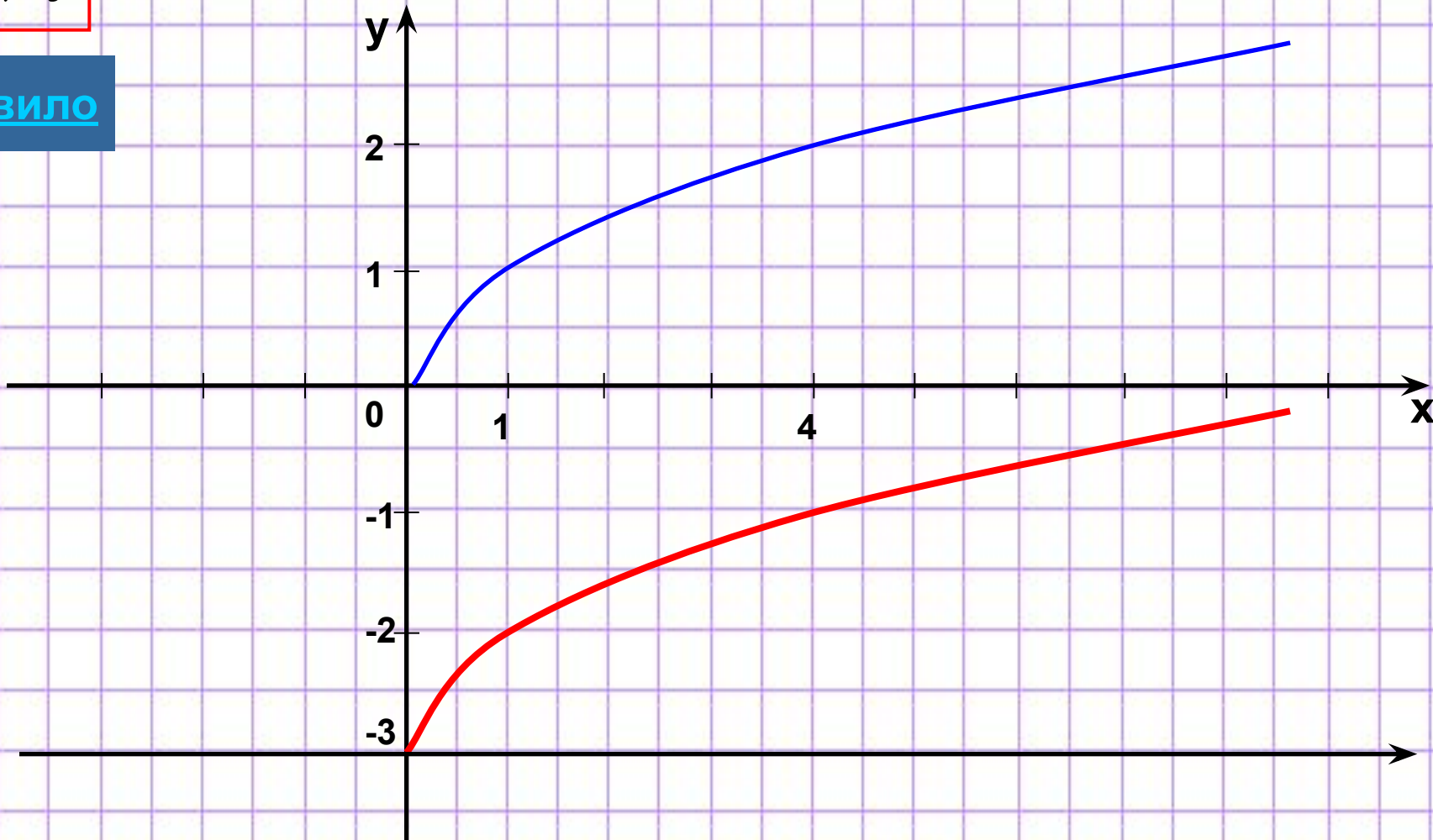
# Параллельный перенос

## вдоль оси ординат

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x} - 3$$

правило

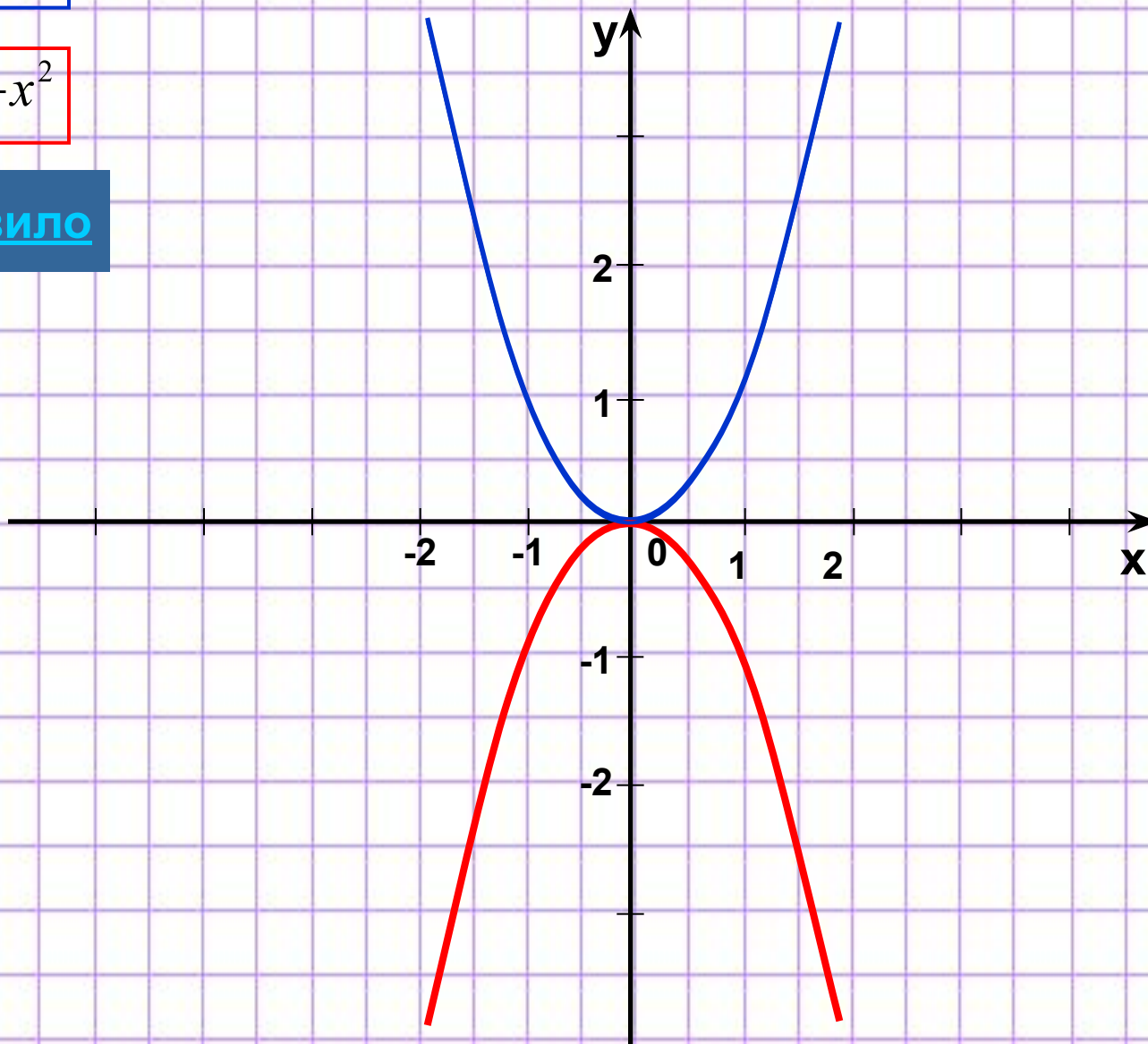


# Симметричное отображение относительно оси абсцисс

$$y = x^2$$

$$y = -x^2$$

правило

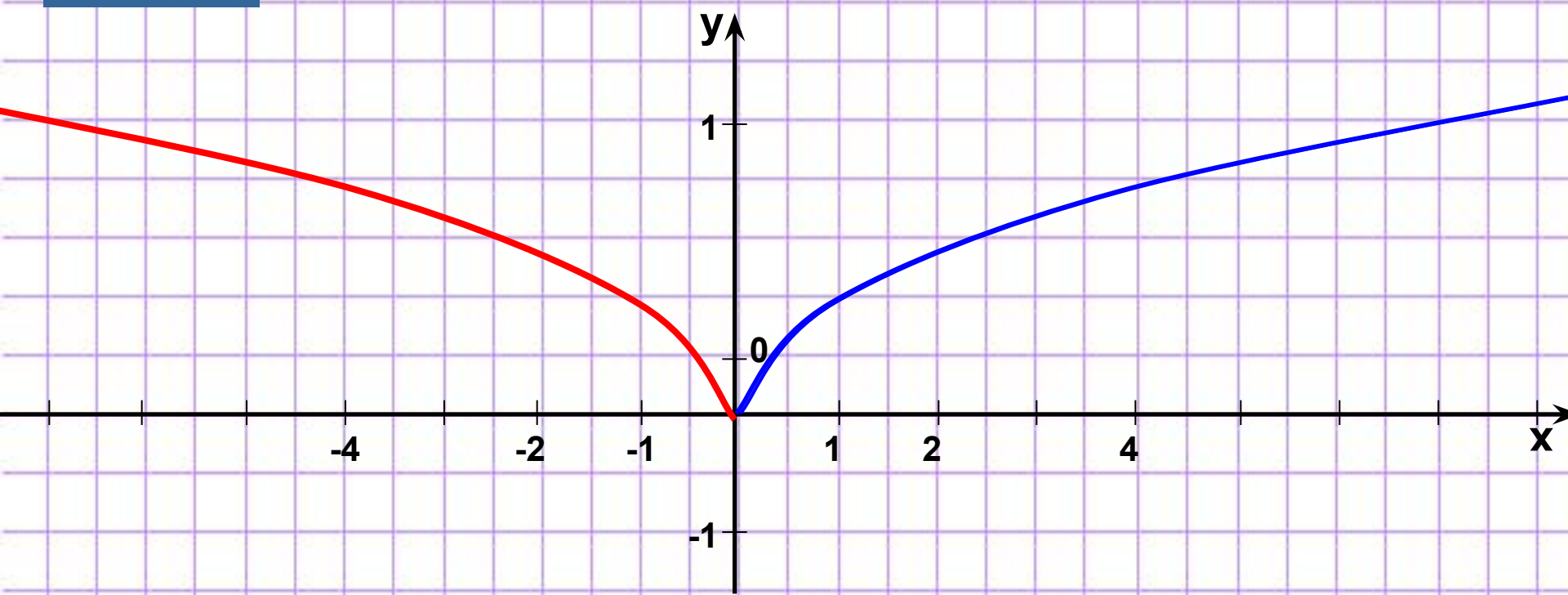


# Симметричное отображение относительно оси ординат

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{-x}$$

правило

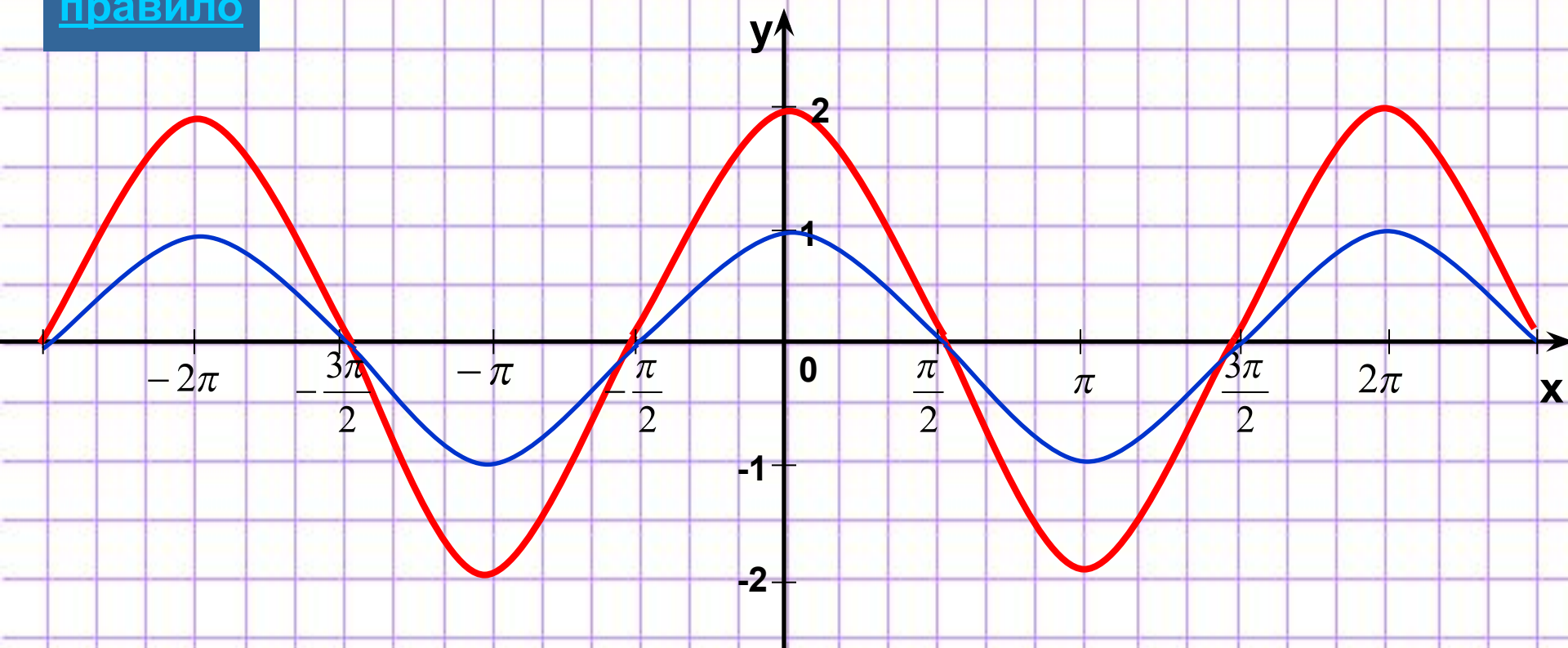


# Растяжение вдоль оси ординат

$$y = \cos x$$

$$y = 2 \cos x$$

правило



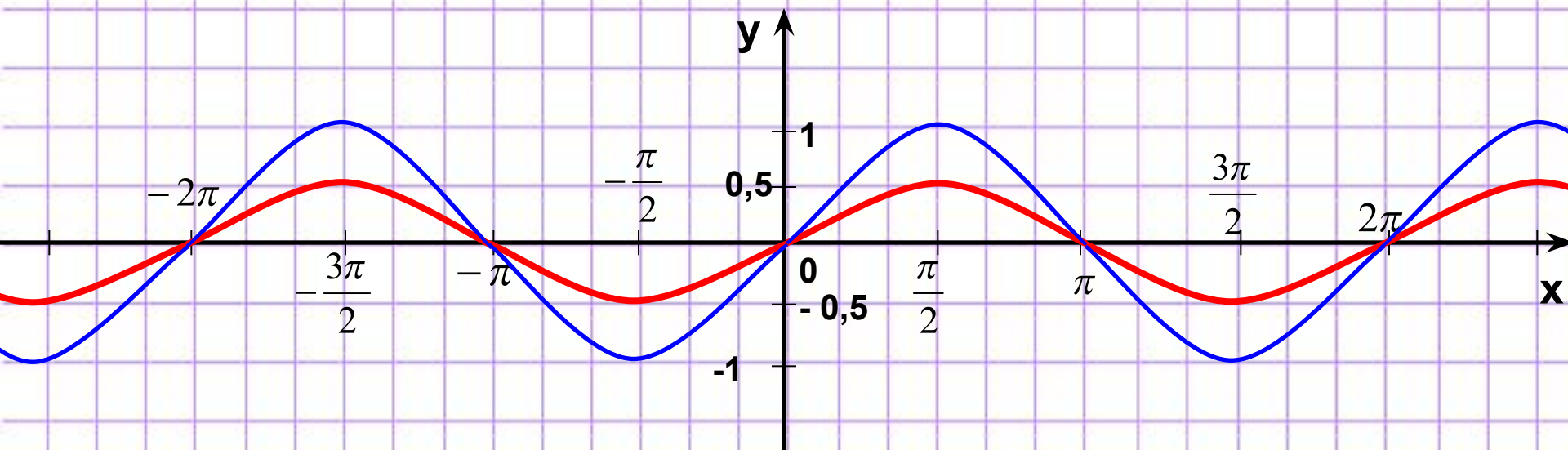
# Сжатие

## вдоль оси ординат

$$y = \sin x$$

$$y = 0,5 \sin x$$

правило

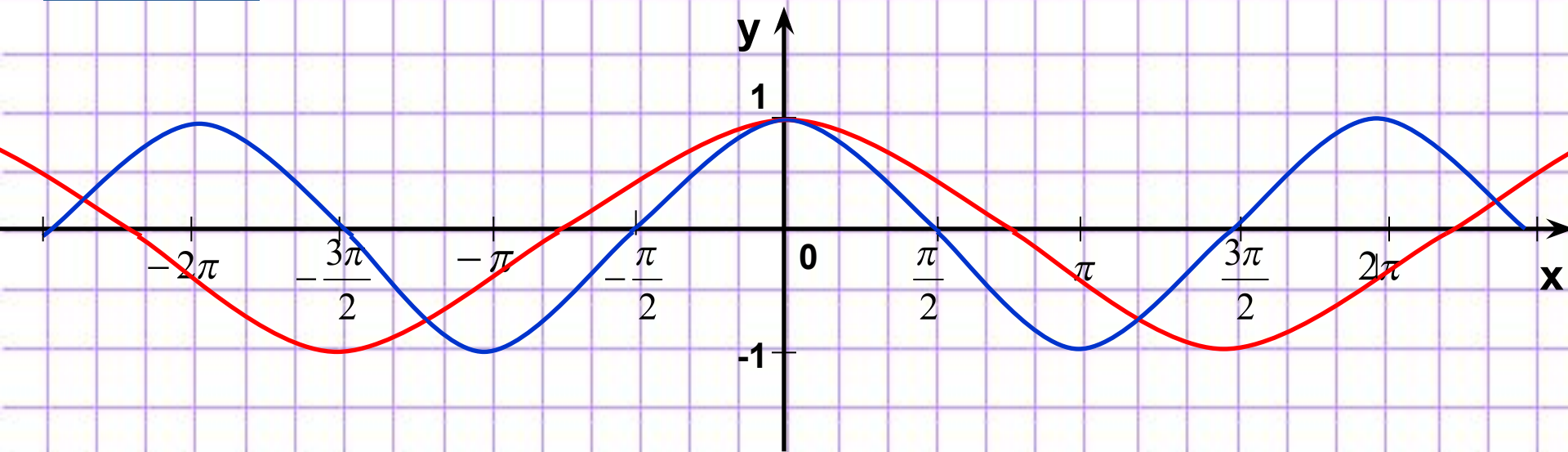


# Растяжение вдоль оси абсцисс

$$y = \cos x$$

$$y = \cos \frac{2}{3}x$$

правило

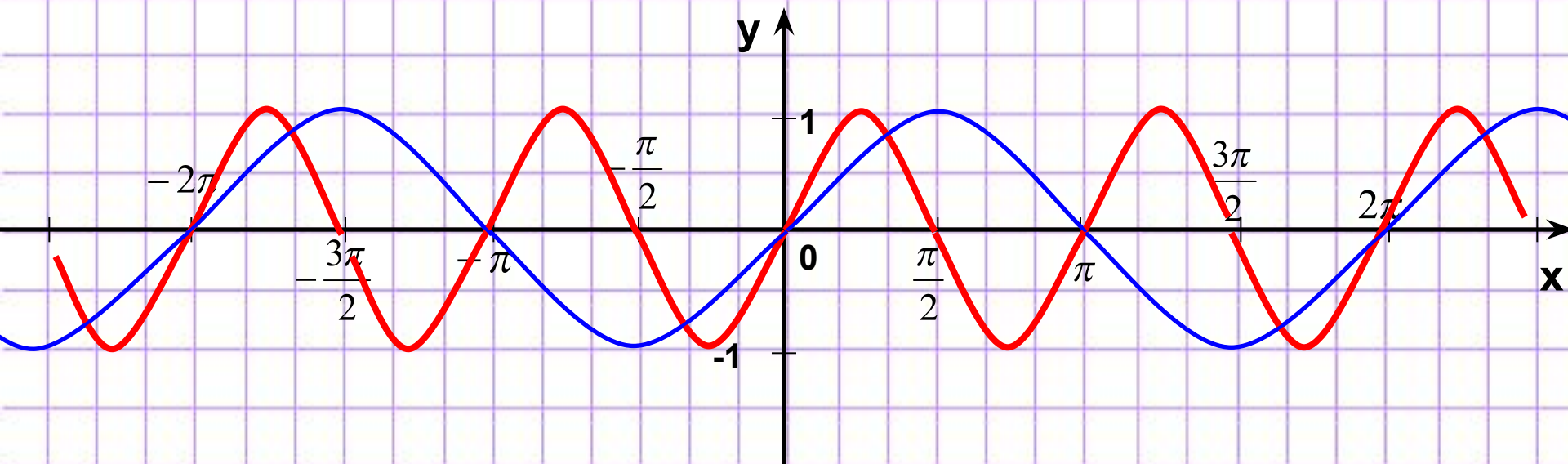


# Сжатие вдоль оси абсцисс

$$y = \sin x$$

$$y = \sin 2x$$

правило

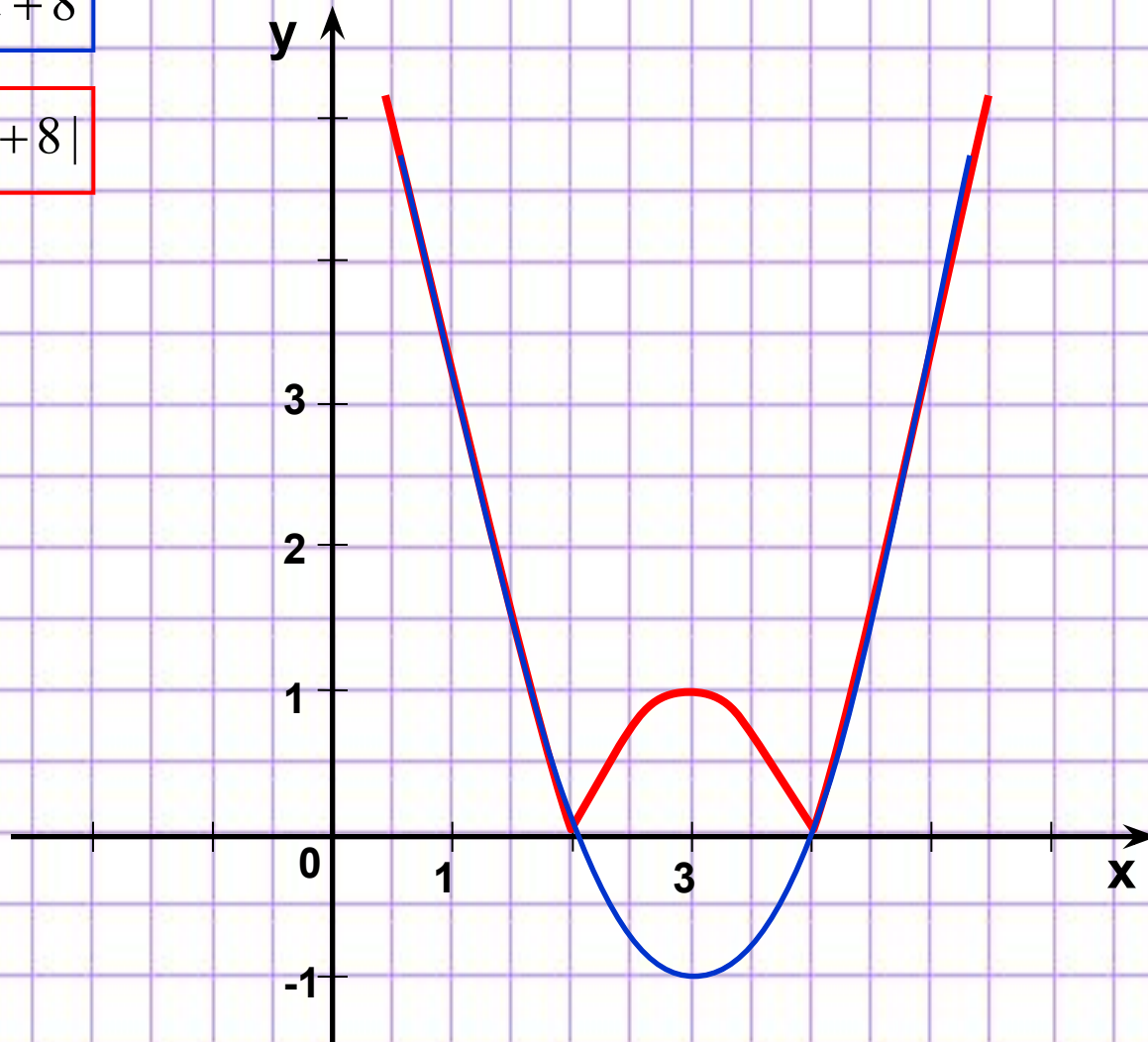


# Симметричное отображение нижней части графика

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$y = |x^2 - 6x + 8|$$

правило



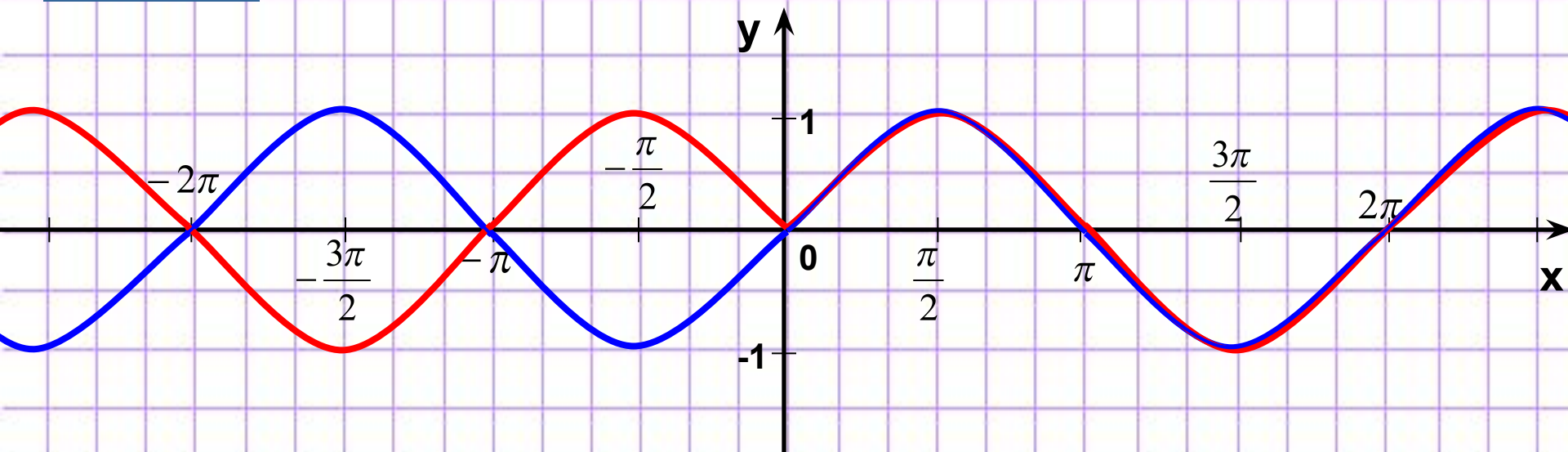


# Симметричное отображение правой части графика

$$y = \sin x$$

$$y = \sin |x|$$

правило



# Примеры построения графиков сложных функций

$$y = \cos 2x - 1,5$$

$$y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

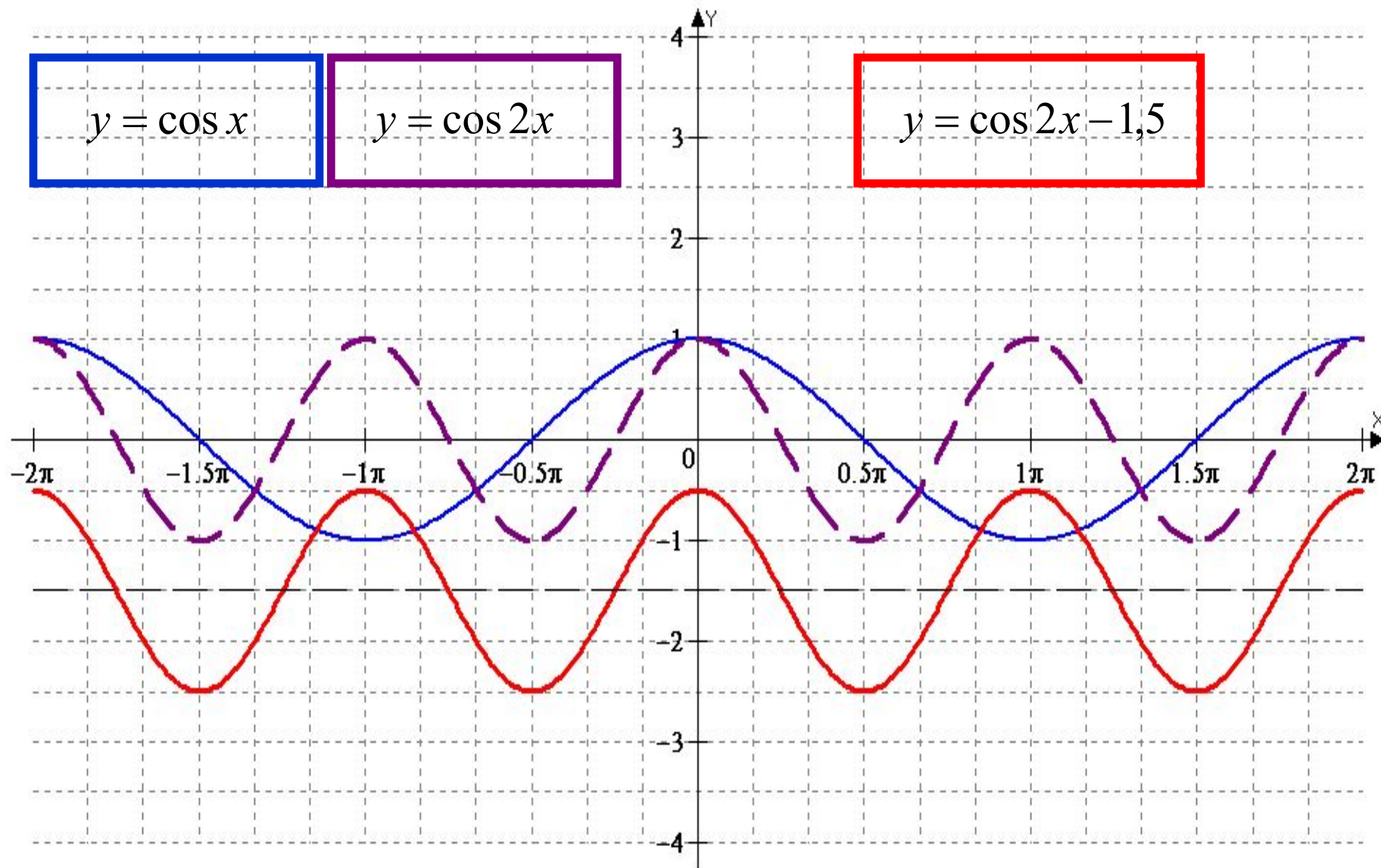
$$y = \left| \left| x^2 - 4 \right| - 5 \right|$$

$$y = -\frac{6}{|x| - 3}$$

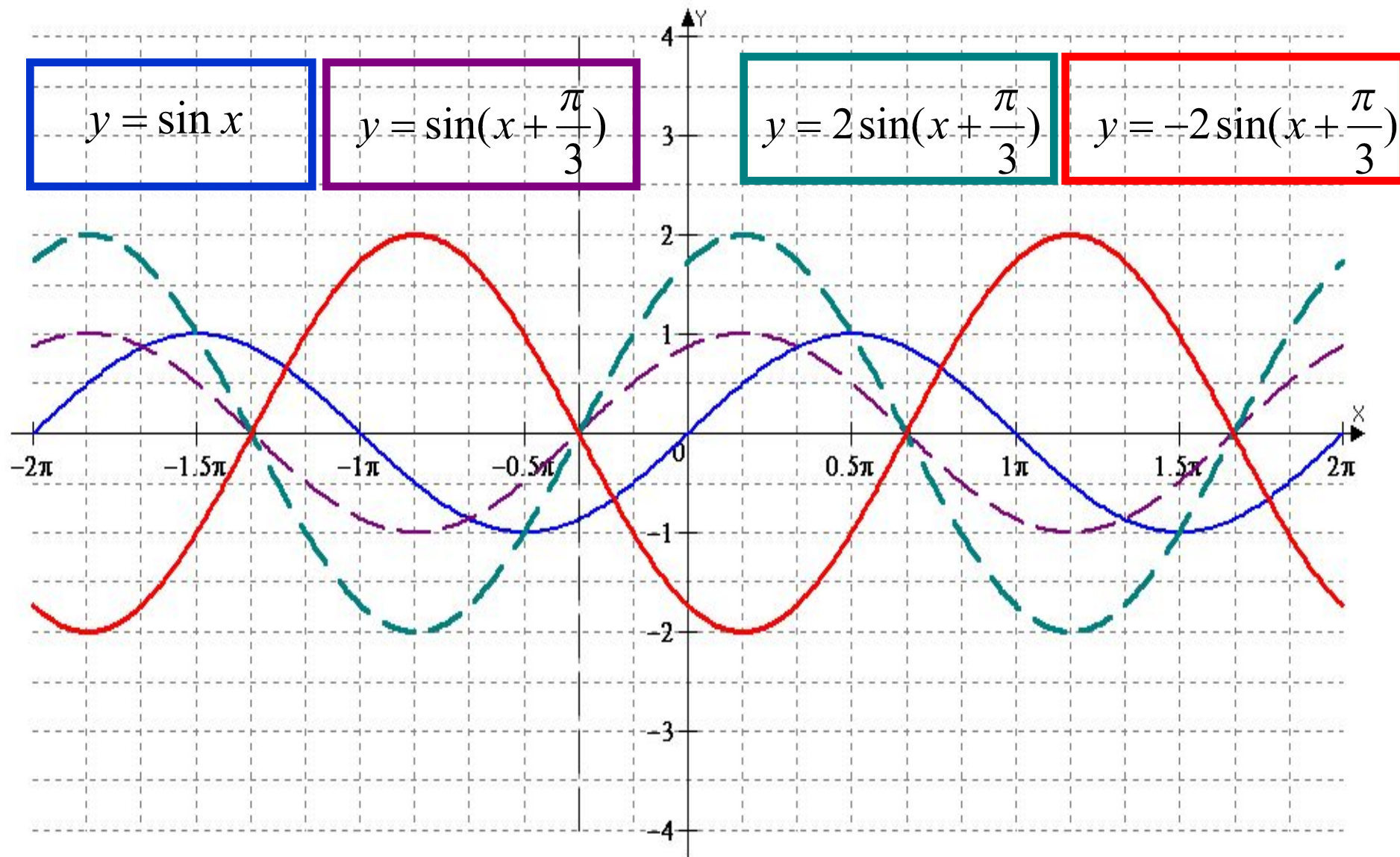
$$x = (y - 4)^3 + 2$$

[оглавление](#)

$$y = \cos 2x - 1,5$$



$$y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$



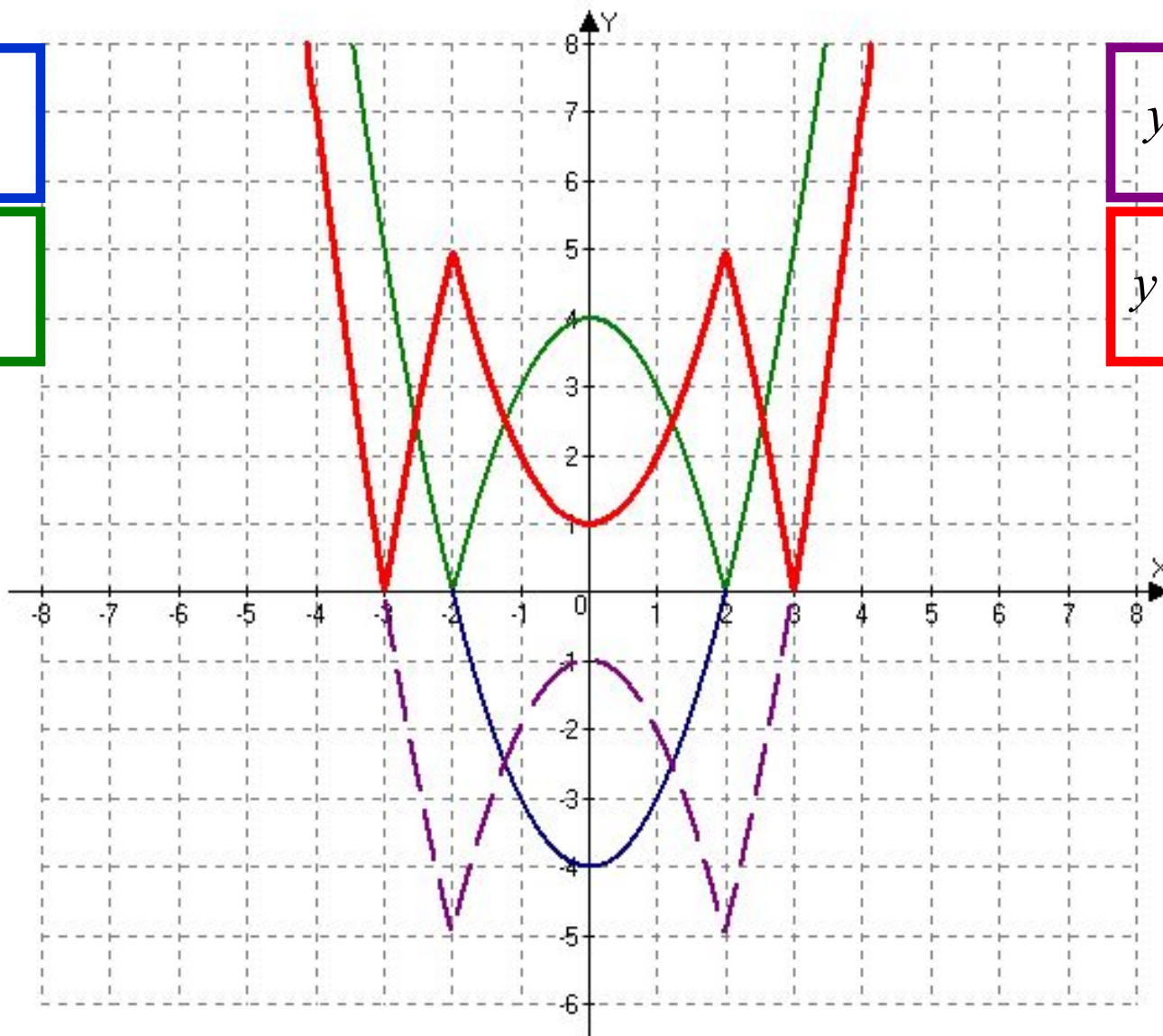
$$y = \left| \left| x^2 - 4 \right| - 5 \right|$$

$$y = x^2 - 4$$

$$y = \left| x^2 - 4 \right|$$

$$y = \left| x^2 - 4 \right| - 5$$

$$y = \left| \left| x^2 - 4 \right| - 5 \right|$$

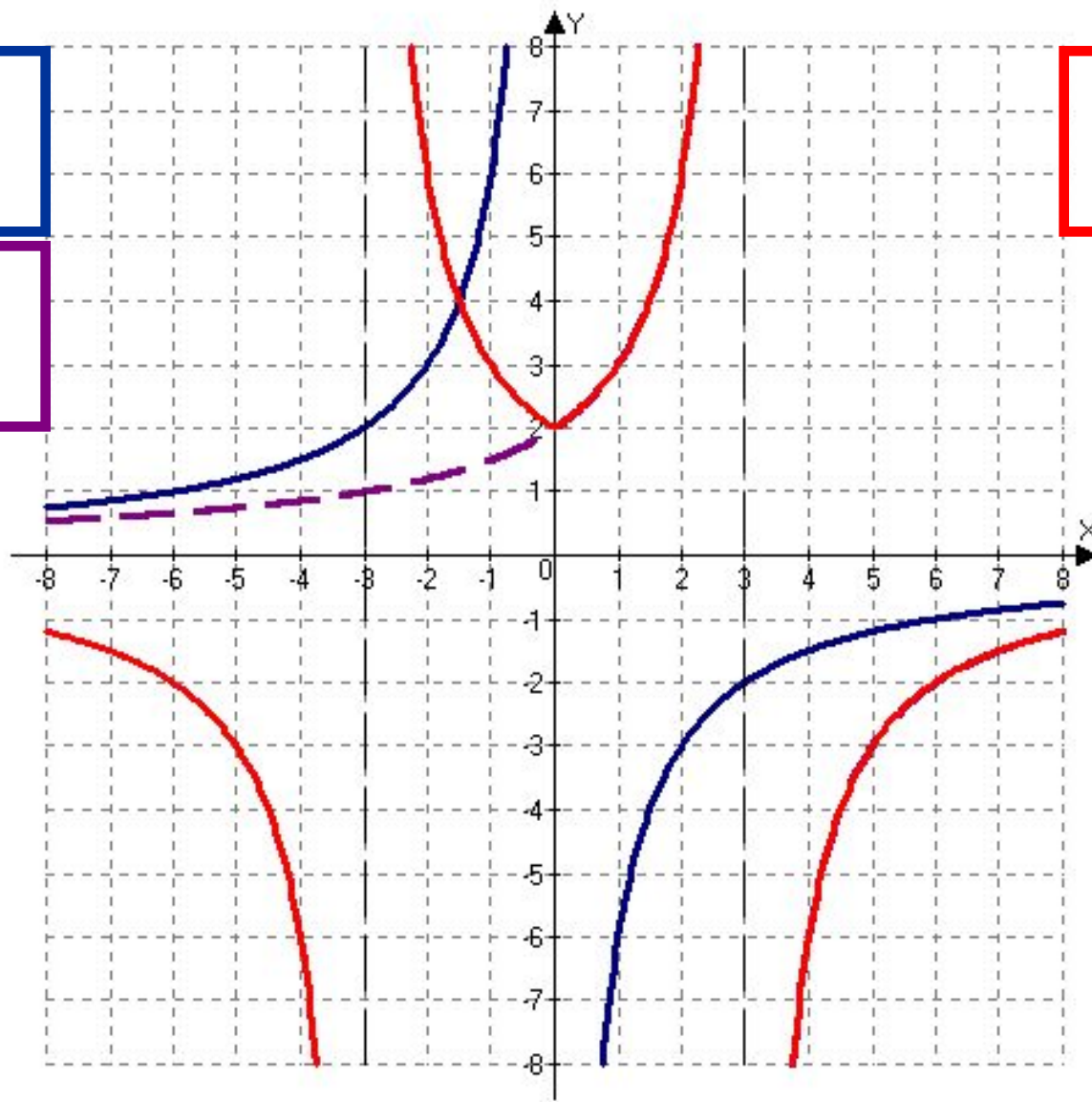


$$y = -\frac{6}{|x|-3}$$

$$y = -\frac{6}{x}$$

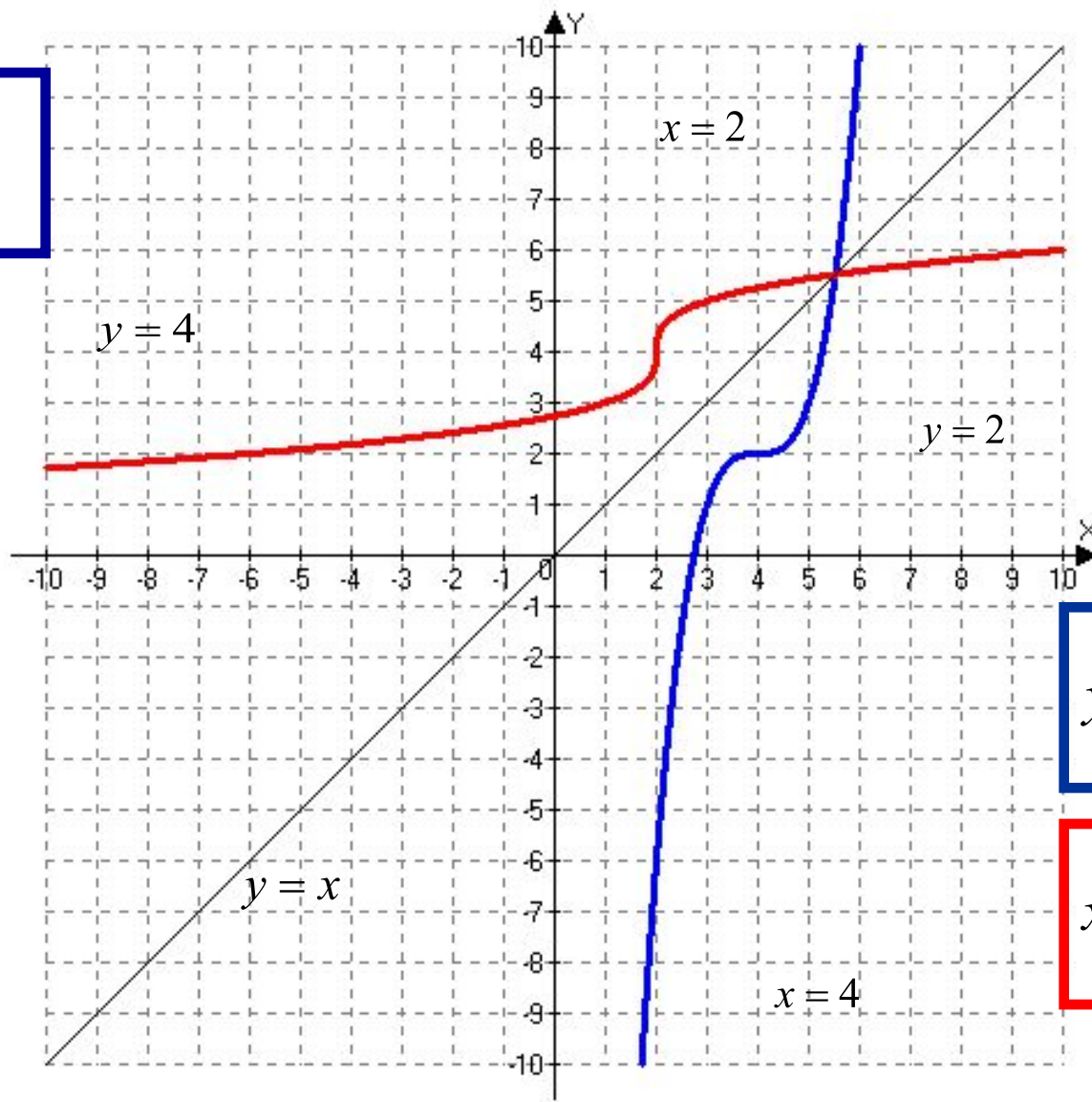
$$y = -\frac{6}{x-3}$$

$$y = -\frac{6}{|x|-3}$$



$$x = (y - 4)^3 + 2$$

$$y = x^3$$



$$y = (x - 4)^3 + 2$$

$$x = (y - 4)^3 + 2$$

