

# Элементы теории вероятностей и математической статистики

**ТЕМА:**

**Вероятности событий**

# Теория вероятностей



**Теория  
вероятностей** –  
раздел математики,  
изучающий  
закономерности  
случайных явлений:  
случайные события,  
случайные величины,  
их свойства и операции  
над ними



# История возникновения теории вероятностей

Возникновение теории  
вероятностей

как науки

относят к средним векам и  
первым попыткам

математического анализа  
азартных игр

(орлянка, кости, рулетка).





XVII век.

Исследуя  
прогнозирование  
выигрыша в азартных  
играх, Блез Паскаль и  
Пьер Ферма  
открыли первые  
вероятностные  
закономерности,  
возникающие при  
бросании костей.



# Вероятность случайного события

Вероятностью события  $A$  называется *отношение* числа  $m$  благоприятных для этого события исходов к  $n$  числу всех равновозможных исходов

Вероятность выражают в *процентах*

Вероятность события обозначается большой латинской буквой  $P$  (от французского слова *probabilite*, что означает — возможность, вероятность)

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

***m*** – число элементарных исходов, благоприятствующих событию ,

***n*** – число всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

## ЗАДАЧА НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Пример: Испытание: подбрасывается игральная кость. Найти вероятность событий:

A - выпало число очков, равное 5

B - выпало четное число очков

C - выпало число очков, большее 4





- А – выпало число очков, равное 5

$$n = 6$$

$$m = 1$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{6}$$

- В - выпало четное число очков

$$n = 6$$

$$m = 3 \text{ (выпала 2, выпала 4, выпала 6)}$$

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- С - выпало число очков, большее 4

$$n = 6$$

$$m = 2 \text{ (выпала 5, выпала 6)}$$

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

# Свойства вероятности

- **Свойство 1.** Вероятность *достоверного* события  $A$  равна единицы:

$$P(A) = 1$$

- **Свойство 2.** Вероятность *невозможного* события  $B$  равна нулю:

$$P(B) = 0$$

- **Свойство 3.** Вероятность *случайного* события  $C$  – это положительное число, заключенное между нулем и единицей:

$$0 < P(C) < 1$$

# Основные виды задач



**1 вид.** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Финляндии

### **Решение**

Всего участвует  $n = 9 + 3 + 8 + 5 = 25$  спортсменов.

А т.к. финнов  $m = 5$  человек, то вероятность того, что на последнем месте будет спортсмен из Финляндии

$$P = \frac{5}{25} = 0,2$$

**В соревновании по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 7 спортсменов из Хорватии и 5 – из Словении. Порядок в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Македонии**

$$m = 4$$

$$n = 25$$

$$P = \frac{4}{25} = 0,16$$



**2 вид.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

### **Решение**

$m = 180 - 8 = 172$  сумки  
качественные,  
 $n = 180$  всего сумок

$$P = \frac{172}{180} = 0,955... \approx \mathbf{0,96}$$



**Фабрика выпускает сумки. В среднем на 80 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной.**

$$m = 80$$

$$n = 80 + 8 = 88$$

$$P = \frac{80}{88} = 0,91$$



**3 вид.** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

**Решение** Игральные кости - это кубики с 6 гранями. На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике. Т.е.  $n = 6 \times 6 = 36$ . Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1;1 1;2 1;3 1;4 1;5 1;6

2;1 2;2 2;3 2;4 2;5 2;6 и т.д. ....

6;1 6;2 6;3 6;4 6;5 6;6

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 8: 2;6 3;5; 4;4 5;3 6;2 Всего  $m = 5$  вариантов. Найдем вероятность.

$$P = \frac{5}{36} = 0,138 \approx \mathbf{0,14}$$



**3 вид.** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

**Решение** Игральные кости - это кубики с 6 гранями. На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике. Т.е.  $n = 6 \times 6 = 36$ . Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1;1 1;2 1;3 1;4 1;5 1;6  
2;1 2;2 2;3 2;4 2;5 2;6 и т.д. ....  
6;1 6;2 6;3 6;4 6;5 6;6

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 8: 2;6 3;5; 4;4 5;3 6;2 Всего  $m = 5$  вариантов. Найдем вероятность.

$$P = \frac{5}{36} = 0,138 \approx \mathbf{0,14}$$

**4 вид.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

**Решение**

Всего вариантов  $n = 2 \times 2 \times 2 = 8$ .

Благоприятных  $m = 3$  варианта: **о; о; р**

**о; р; о    р; о; о**

Вероятность равна

$$P = \frac{3}{8} = \mathbf{0,375}$$



**В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.**

$$m = 1$$

это р, р, р

$$n = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$P = \frac{1}{8} = 0,125$$



**5 вид.** В сборнике билетов по биологии всего 35 билетов, в 14 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по зоологии.

**Решение**

$m = 35 - 14 = 21$  - билет без зоологии

$n = 35$  – всего билетов

Вероятность равна

$$P = \frac{21}{35} = 0,6$$

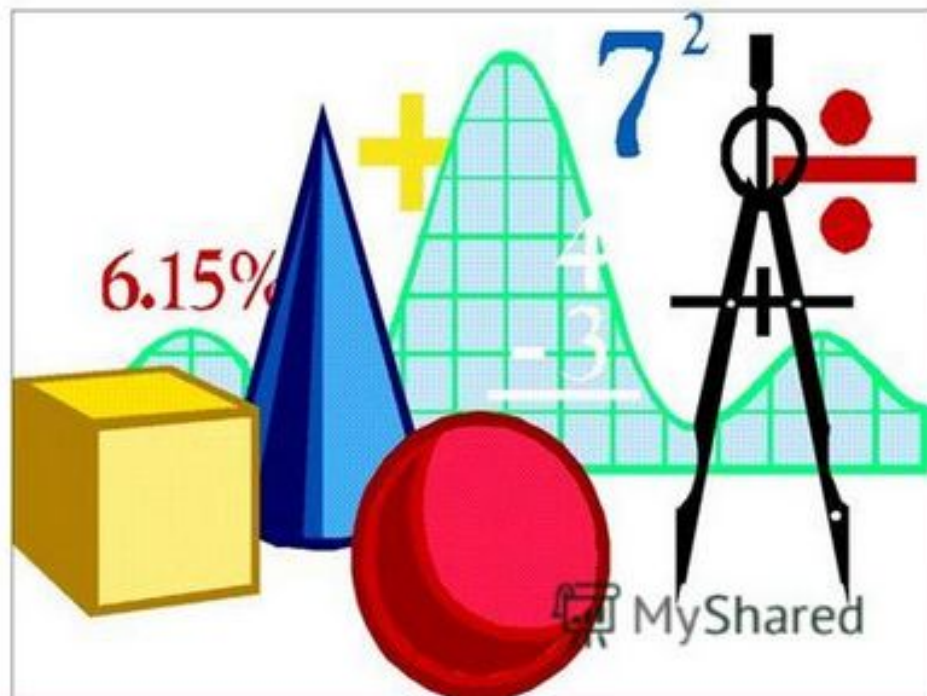


В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по производной

$$m = 20 - 13 = 7$$

$$n = 20$$

$$P = \frac{7}{20} = 0,35$$



**6 вид.** Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 80 докладов — первые три дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

### **Решение**

1 день – 12 докладов, 2 день – 12 докладов, 3 день – 12 докладов, 4 день – 22 доклада, т.к.  $(80 - 3 \times 12) : 2 = 22$

5 день –  $m = 22$  доклада.  $n = 80$  – всего выступлений.

Вероятность выступления профессора М:

$$P = \frac{22}{80} = \mathbf{0,275}$$

**Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 75 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 33 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?**

1 день – 33 выступления

2, 3 день – по  $(75-33):2=21$  выступление

$$m = 21 \quad n = 75$$

$$P = \frac{21}{75} = 0,28$$

**7 вид.** В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

### **Решение**

$m = 2000 - 12 = 1988$  - насосов не подтекает

$n = 2000$  – всего насосов

Вероятность, что случайно выбранный насос не подтекает:

$$P = \frac{1988}{2000} = \mathbf{0,994}$$



**В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает**

$$m = 1000 - 4 = 996$$

$$n = 1000$$

$$P = \frac{996}{1000} = 0,996$$

**8 вид.** Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

### **Решение**

Так как Руслан Орлов сам с собой играть не может, то вероятность его игры с каким-нибудь спортсменом из России будет ( $m = 9, n = 25$ ):

$$P = \frac{9}{25} = 0,36$$

Перед началом первого тура чемпионата по фехтованию участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 36 спортсменов, среди которых 8 участников из России, в том числе Василий Петров. Найти вероятность того, что в первом туре Василий Петров будет играть с каким-либо спортсменом из России?

$$m = 7$$

$$n = 35$$

$$P = \frac{7}{35} = 0,2$$