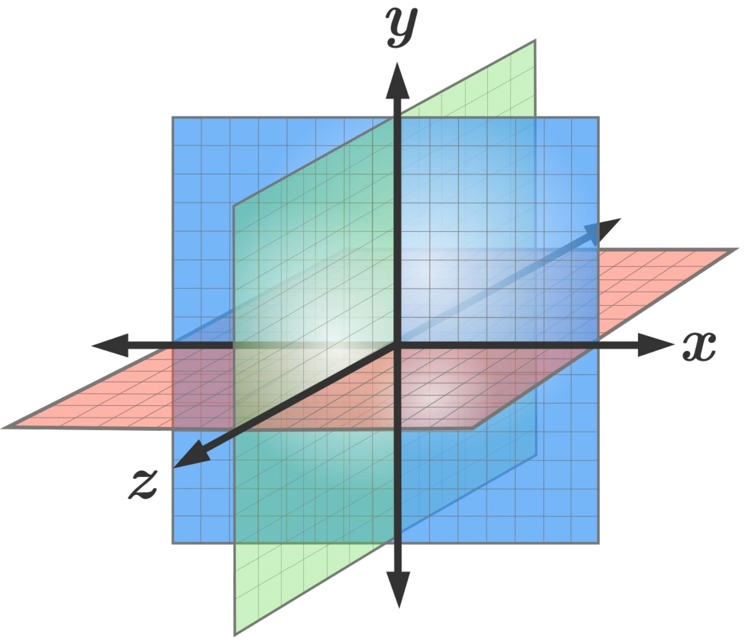
Тема урока: **«Некоторые следствия из аксиом стереометрии»**

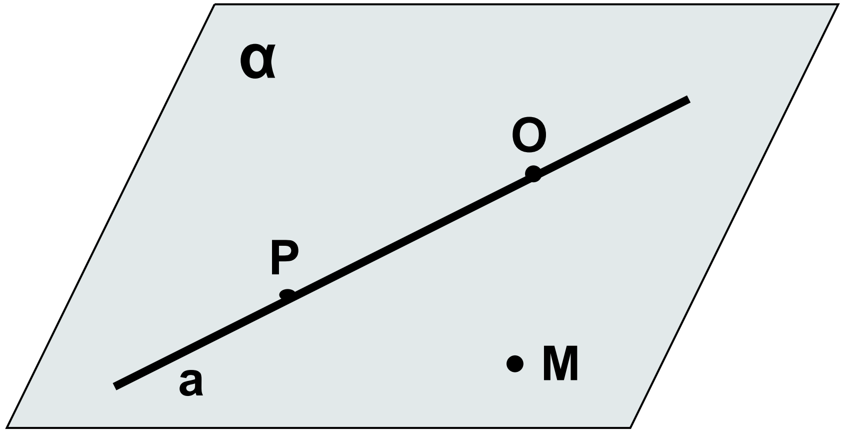


Некоторые следствия из

Теорема 1

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.

Доказательство:



Дано:

a – *прямая*

$\text{т.}\, M \notin a$

Доказать:

а) $\begin{cases} a \in \alpha \\ \text{т.}\, M \in \alpha \end{cases}$

б) α – единственная

1. Для того, чтобы доказать существование плоскости, выберем на прямой а две точки, так что:

   $\text{т.}\, P \in a \quad \text{т.}\, O \in a$

По аксиоме А1: через точки P, O, M проходит плоскость.

По аксиоме А2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е. $a \in \alpha$

$\text{т.}\, M \in \alpha$

2. Любая плоскость проходящая через прямую а и точку M проходит через т.P, т.O, и т.M, значит по **аксиоме А1** она – единственная.

Теорема доказана

Некоторые следствия из

Теорема 2

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

Дано:

$a \cap b$

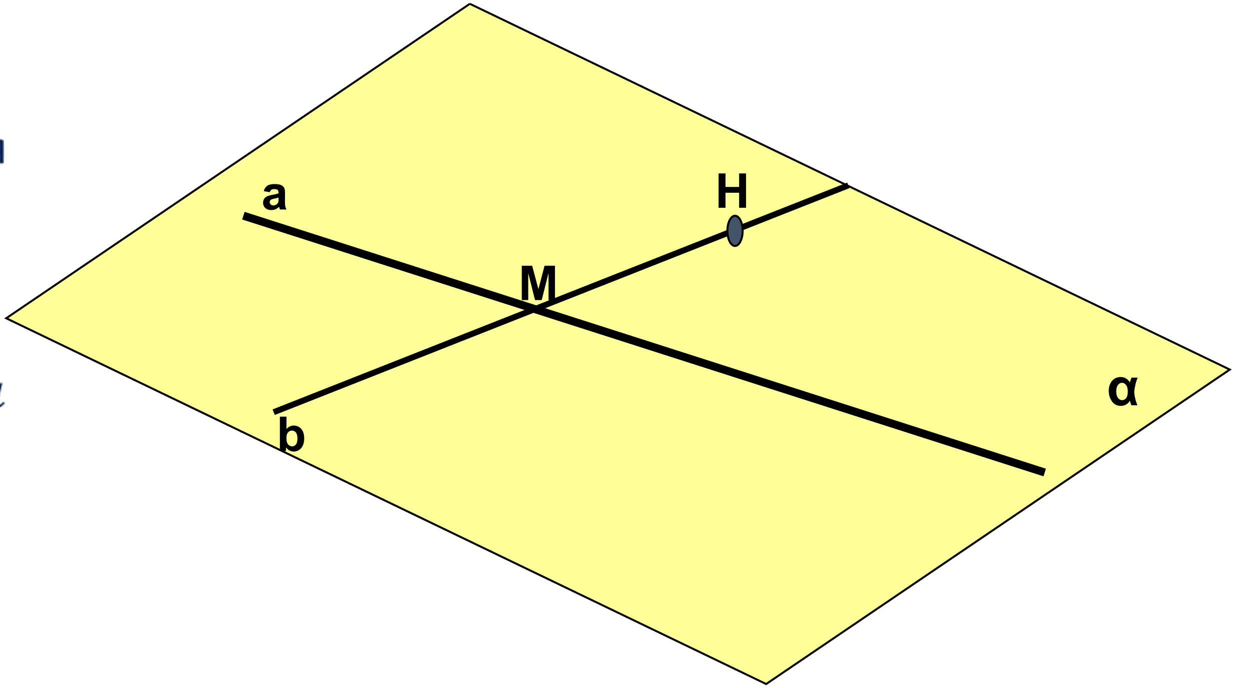
Доказать:

а) $(a \cap b) \in \alpha$

б) α — единственная

Доказательство:

1. т.М – точка пересечения прямых a и b ($a \cap b =$ т. M)
2. Выберем на прямой b точку H так, что: т. $H \notin a$
3. Через прямую *a* и точку H проходит плоскость α *(по теореме 1)*



4. т. $M \in \alpha$, т. $H \in \alpha$

т. $M \in b$, т. $H \in b$ => все точки b принадлежат плоскости α. *(по аксиоме А2)*

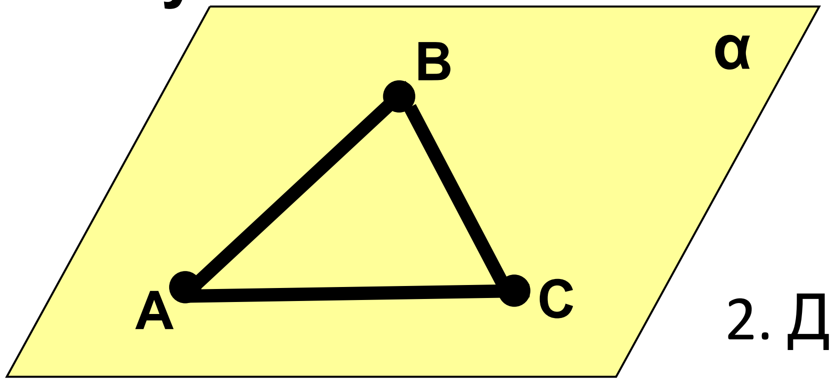
5. Плоскость проходит через a и b и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые a и b, проходит и через H, значит α – единственная.

Теорема доказана

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.

1-й случай



Доказательство:

1. По аксиоме А1 через три точки проходит плоскость α

$$\left.\begin{array}{l} \text{т.} A \in \alpha \\ \text{т.} B \in \alpha \\ \text{т.} C \in \alpha \end{array}\right| \Rightarrow \quad \alpha - \text{единственная}$$

2. Две точки каждого отрезка лежат в плоскости, значит все точки каждого из отрезков лежат в плоскости α *(по аксиоме А2)*

Отсюда, отрезки AB, BC, AC лежат в плоскости α

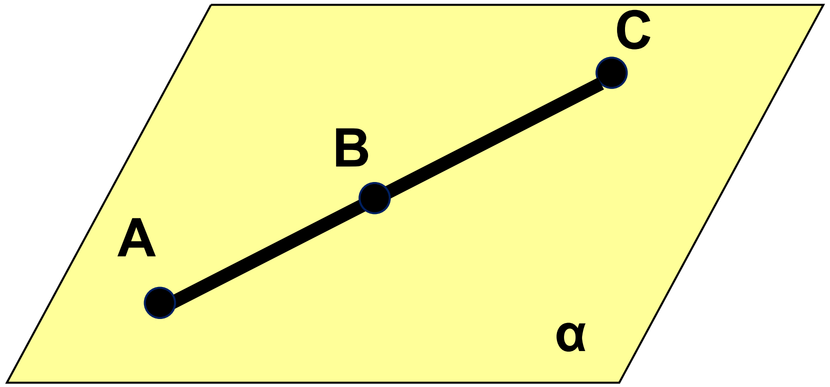
Ч.т.д.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

№ 6

Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.

2-й случай

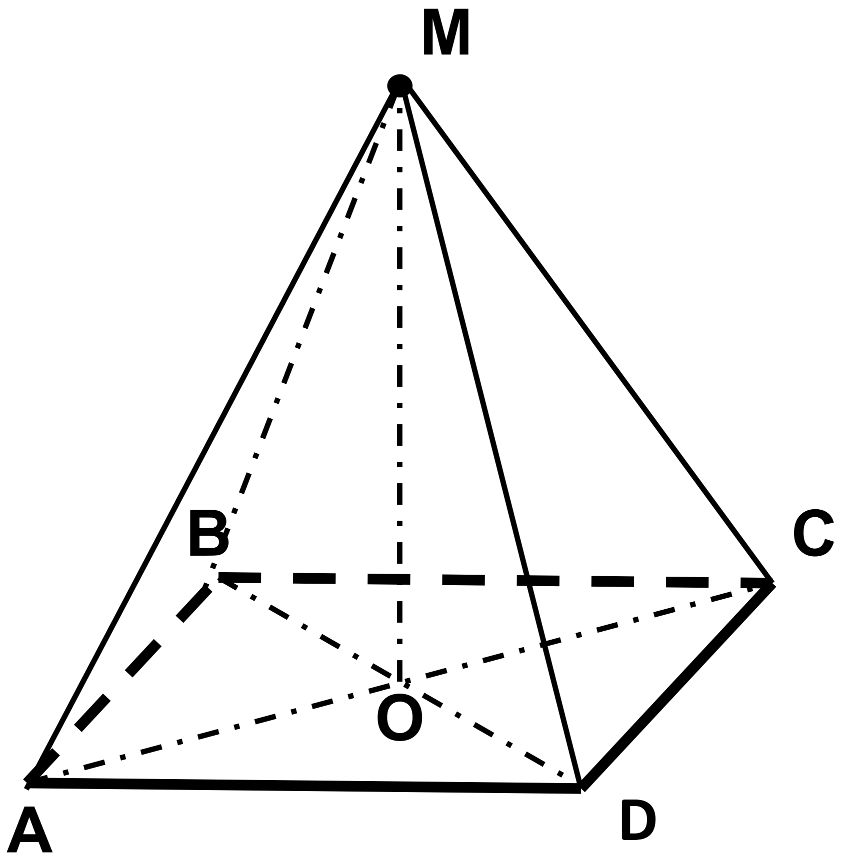


Доказательство:

Так как 3 точки принадлежат одной прямой, то все точки этой прямой лежат в плоскости.
(по аксиоме А2)

Ч.т.д.

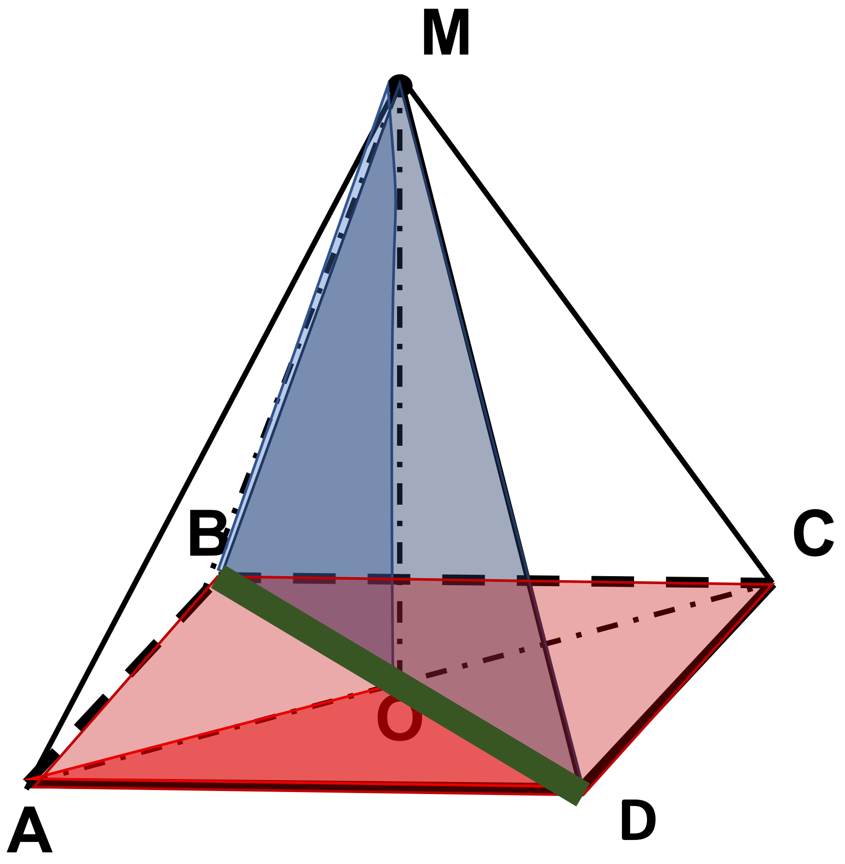
АВСД – ромб, О – точка пересечения его диагоналей, М – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки А, Д, О лежат в плоскости α.



Определить и обосновать:

1. Лежат ли в плоскости α точки В и С?
2. Лежит ли в плоскости МОВ точка Д?
3. Назовите линию пересечения плоскостей МОВ и АДО.
4. Вычислите площадь ромба, если сторона его равна 4 см, а угол равен 60º.

АВСД – ромб, О – точка пересечения его диагоналей, М – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки А, Д, О лежат в плоскости α.



Определить и обосновать:

3. Назовите линию пересечения плоскостей МОВ и АДО.