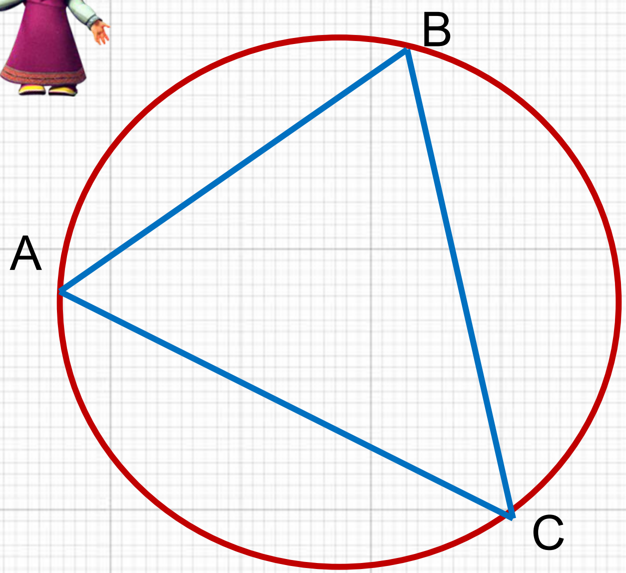
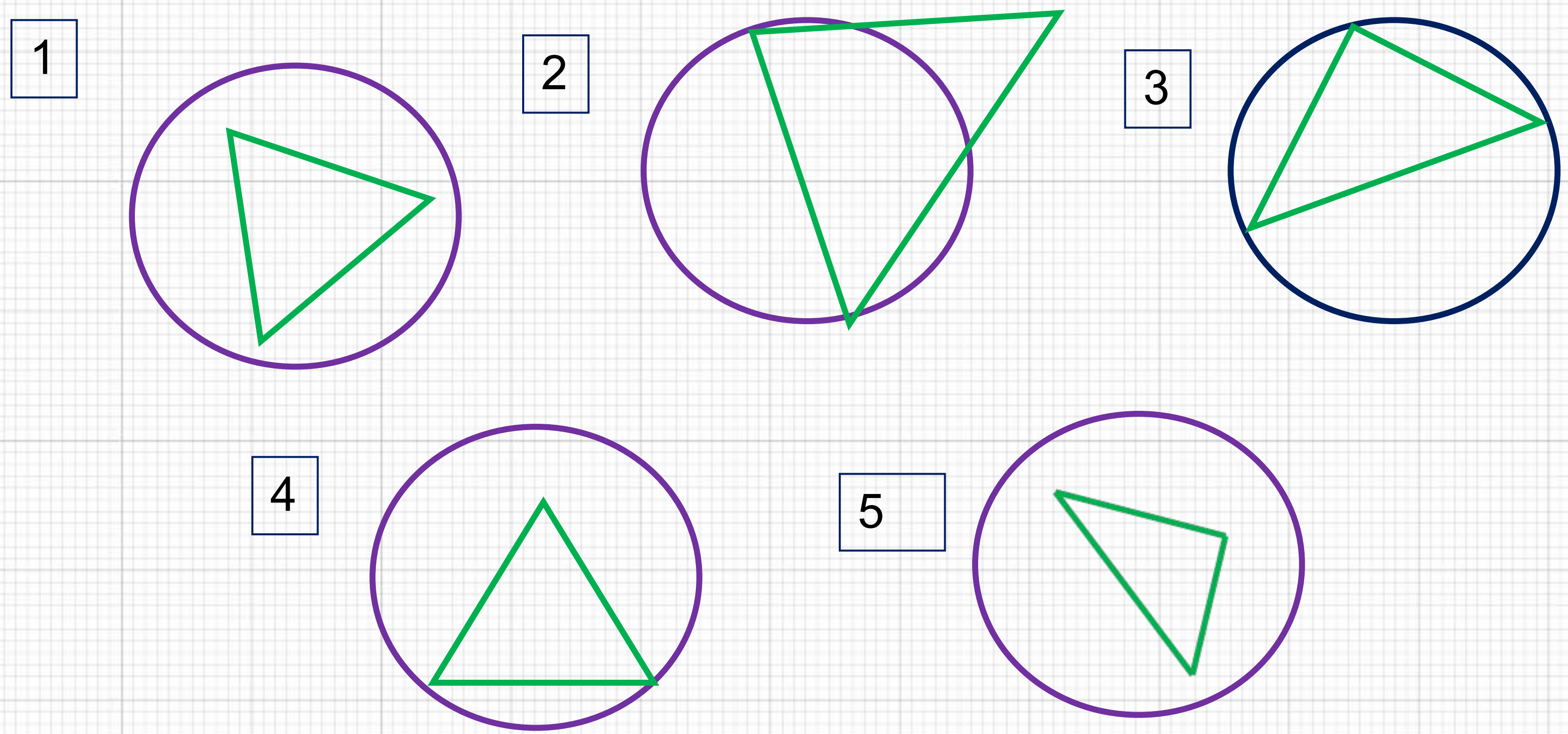
Тема урока: Описанная и вписанная окружности треугольника

Определение:



Окружность называют описанной около треугольника, если она проходит через все вершины этого треугольника

На каком рисунке окружность описана около треугольника:



Если окружность описана около треугольника, то треугольник вписан в окружность.

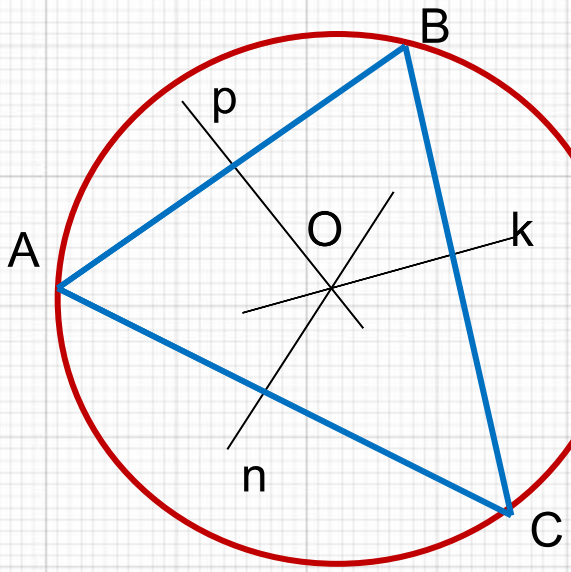
Теорема 21.1

Около любого треугольника можно описать окружность

Заметим, около треугольника можно описать только одну окружность

Следствие 1

Три серединных перпендикуляра сторон треугольника пересекаются в одной точке

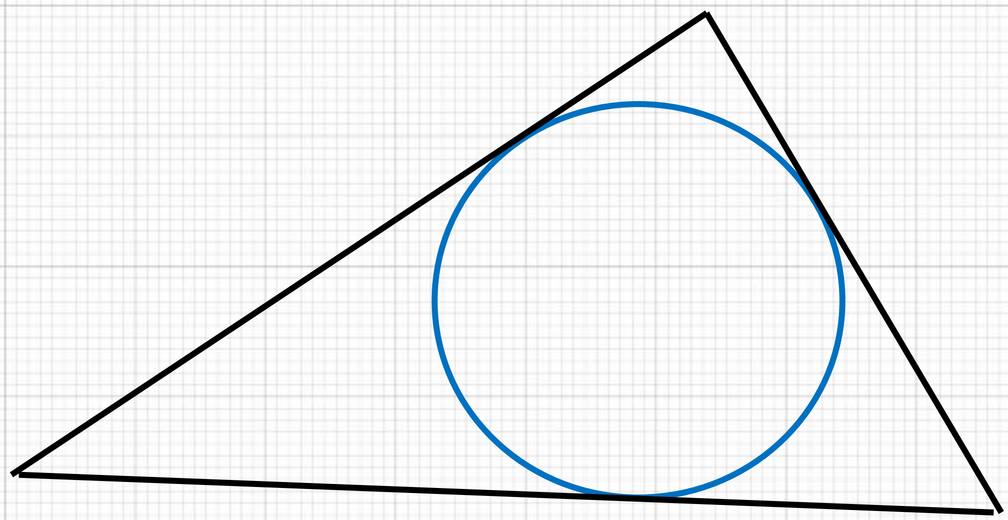


Следствие 2

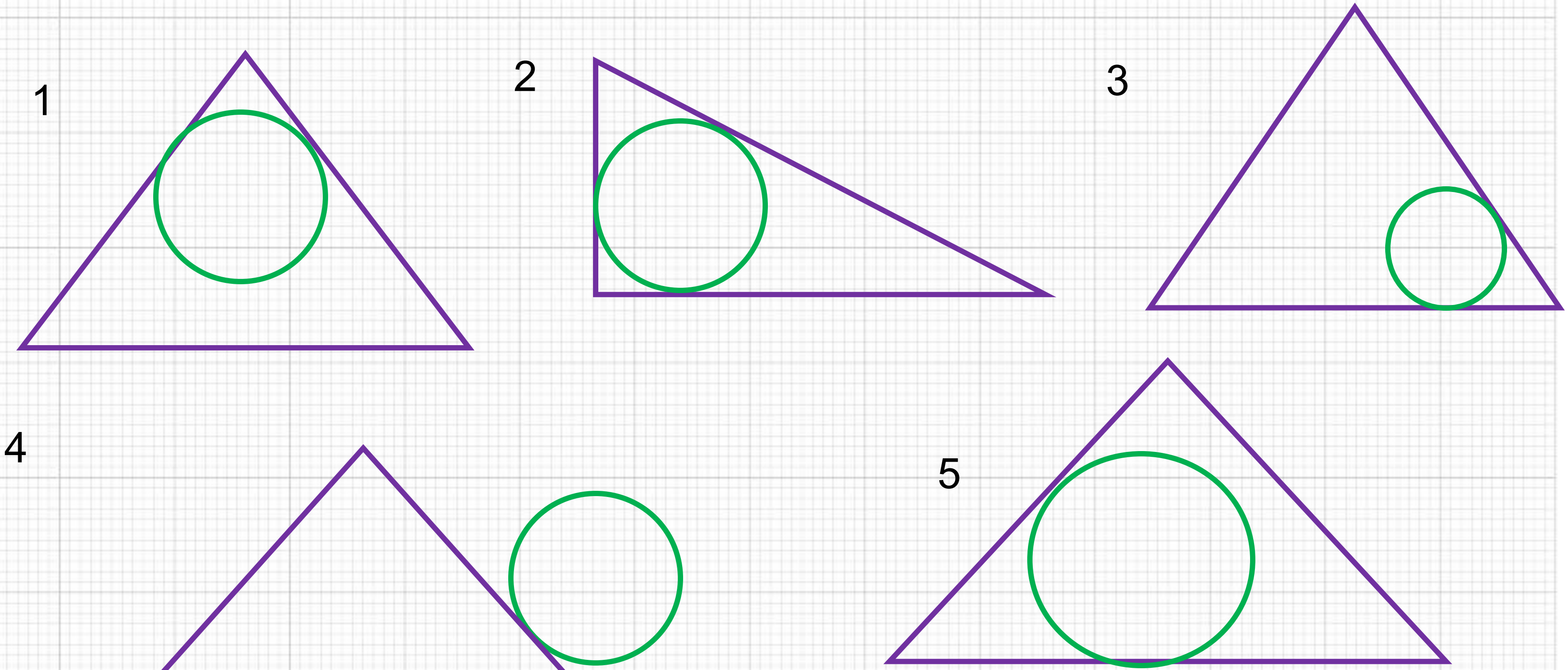
Центр окружности, описанной около треугольника, - это точка пересечения серединных перпендикуляров его сторон

Определение:

Окружность называют вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон



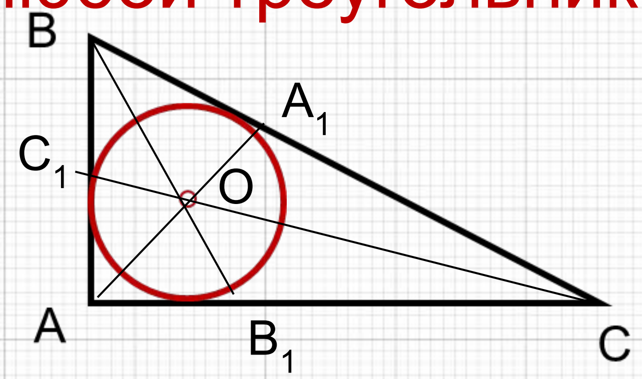
На каком рисунке окружность вписана в треугольник:



Если окружность вписана в треугольник, то треугольник описан около окружности.

Теорема 21.2

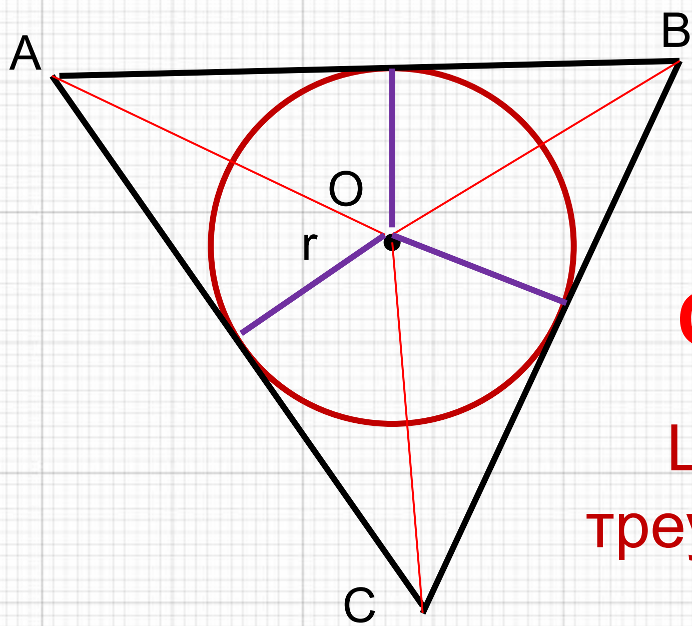
В любой треугольник можно вписать окружность



Заметим, в треугольник можно вписать окружность, и притом только одну.

Следствие 1

Биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке



Следствие 2

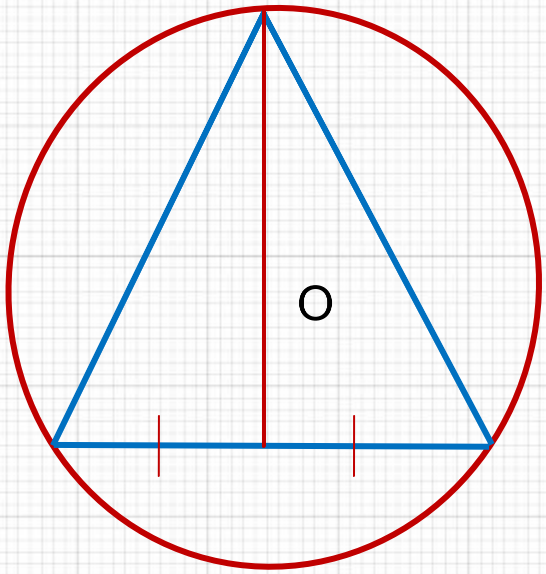
Центр окружности, вписанной в треугольник, - это точка пересечения его биссектрис

Радиус окружности вписанной в прямоугольный треугольник, определяется по формуле

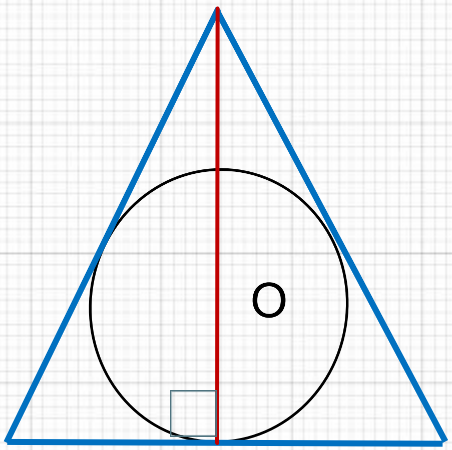
$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

где r – радиус вписанной окружности,
а и b - катеты, с - гипотенуза

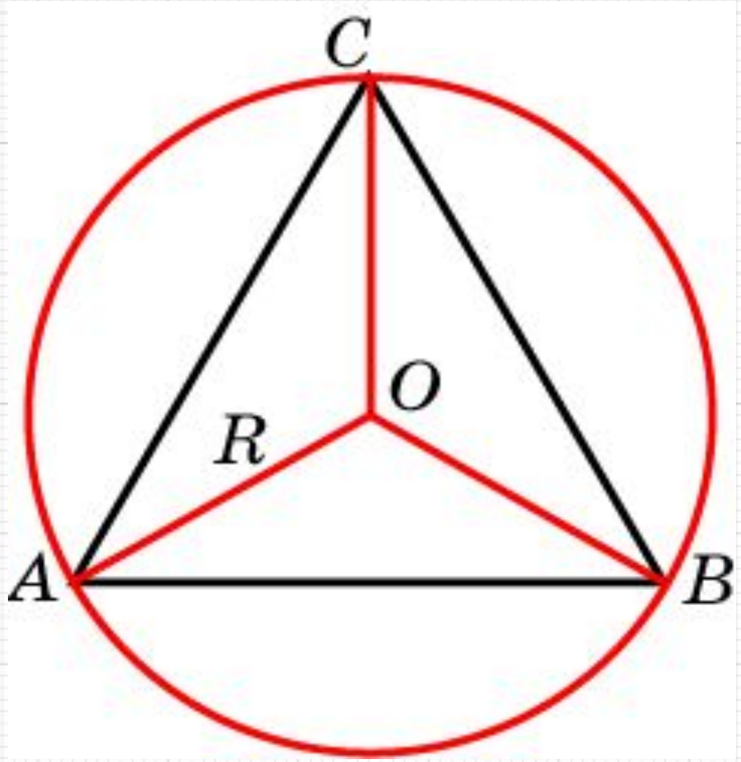
Центр описанной окружности равнобедренного треугольника принадлежит прямой, которая содержит медиану, проведенную к его основанию.



Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника принадлежит высоте, проведенной к его основанию



Центр описанной окружности равностороннего треугольника является точкой пересечения его биссектрис.

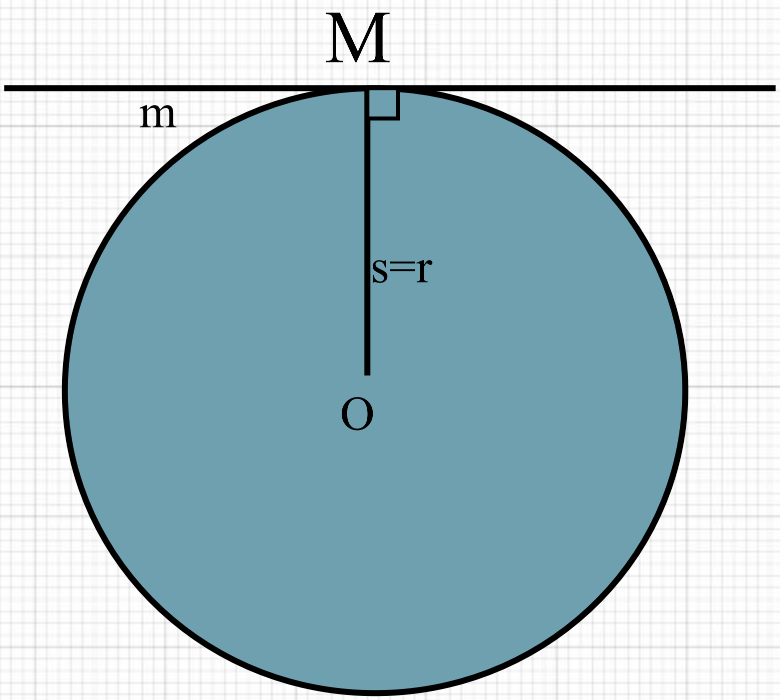


Если центр окружности, описанной около треугольника принадлежит его стороне, то треугольник - прямоугольный

Касательная к окружности

Определение:

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется ***касательной*** ***к окружности, а их общая точка называется*** ***точкой касания*** ***прямой и окружности.***



Свойство касательной:

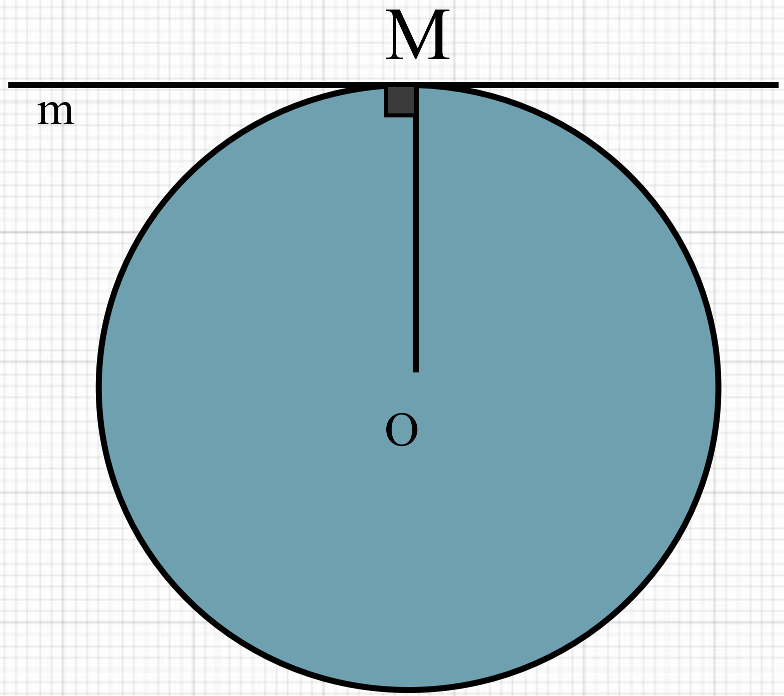
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

m – касательная к окружности с центром O

M – точка касания

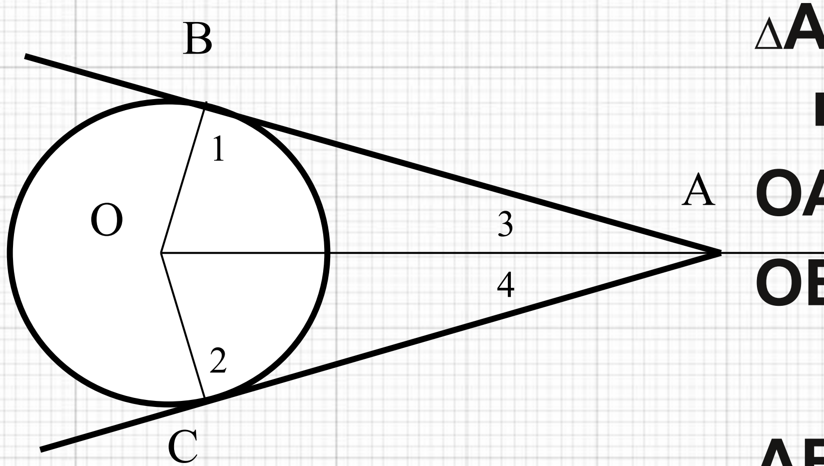
OM - радиус

$$m \perp OM$$



Свойство касательных, проходящих через одну точку:

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.



▼ **По свойству касательной** $\angle 1 = 90^o, \angle 2 = 90^o.$

ΔABO, ΔACO– прямоугольные

ΔABO=ΔACO–по гипотенузе и катету:

OA – общая,

OB=OC – радиусы

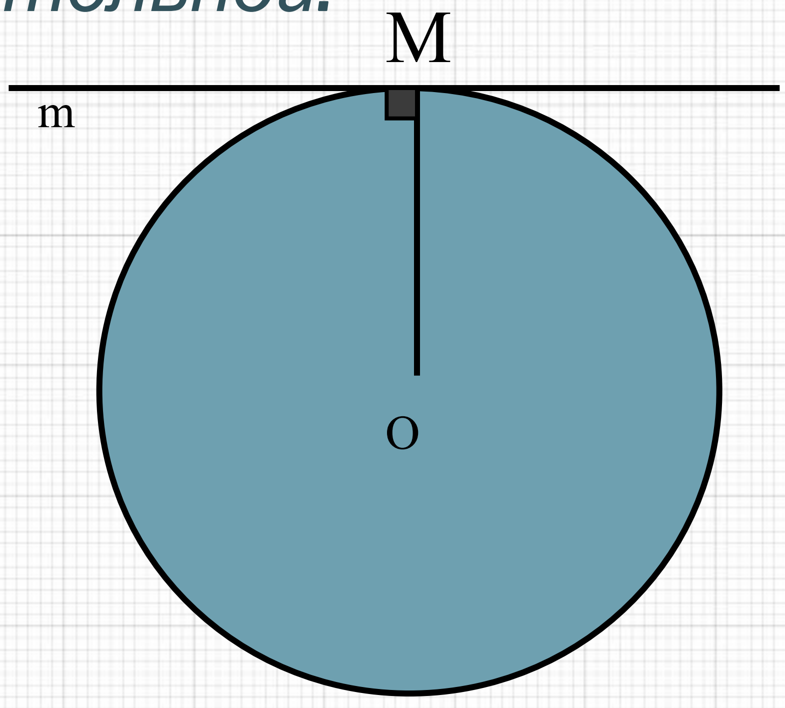
$$\angle 3 = \angle 4$$

AB=AC и

▲

Признак касательной:

Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна радиусу, то она является *касательной.*



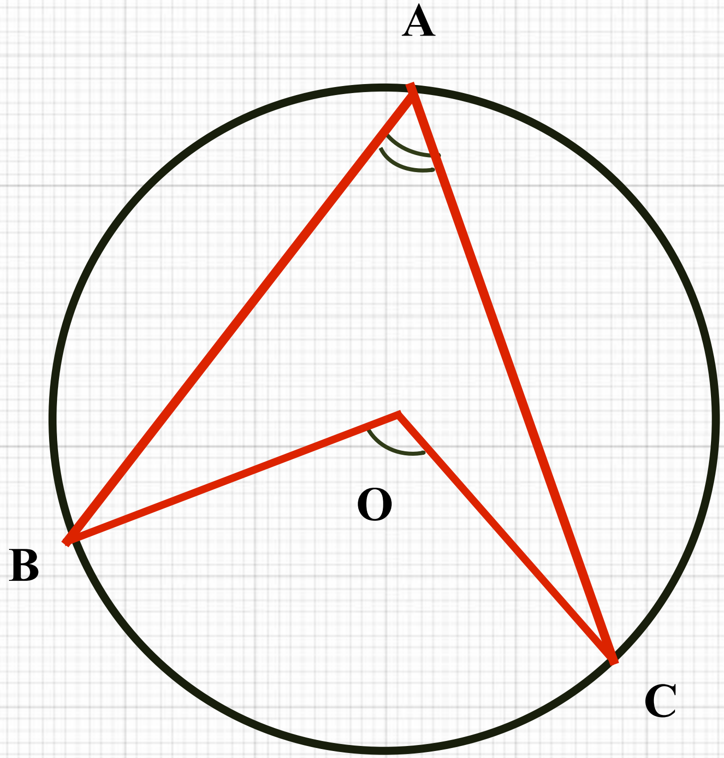
окружность с центром О радиуса ОМ

m – прямая, которая проходит через точку М и

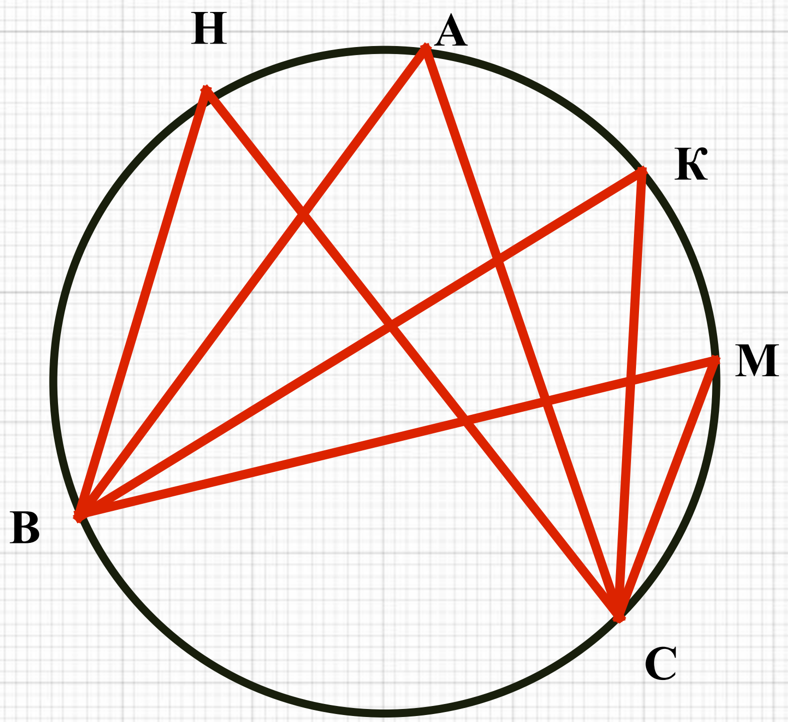
$$m \perp OM$$

m – касательная

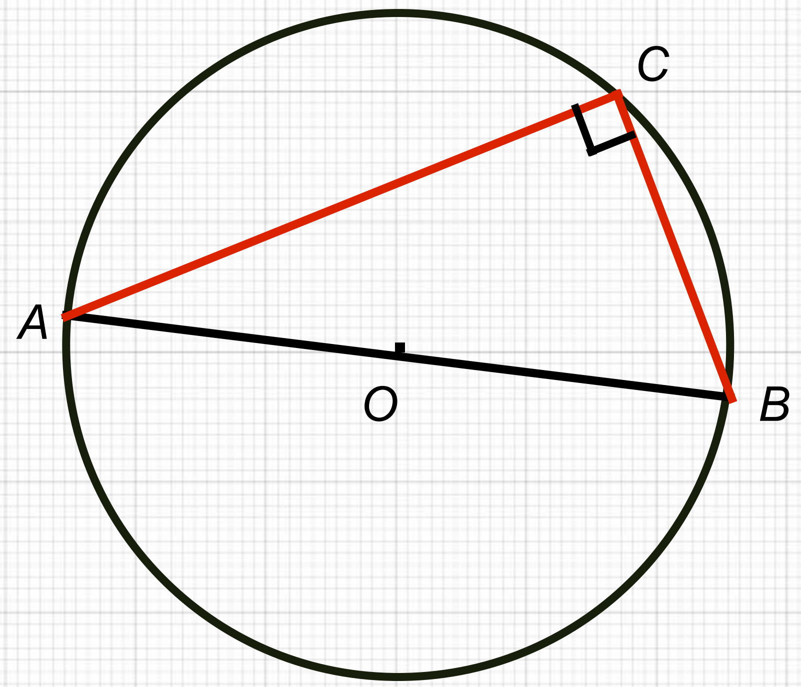
Теорема: **Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается. Центральный угол равен дуге, на которую он опирается.**



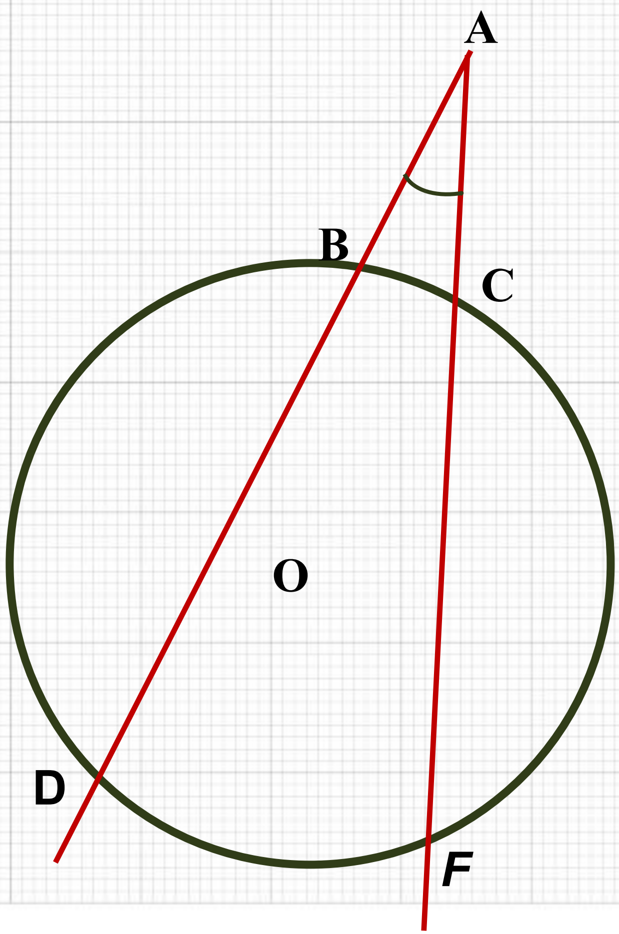
***Следствие*: Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.**



***Следствие*: Вписанный угол, опирающийся на диаметр - прямой.**

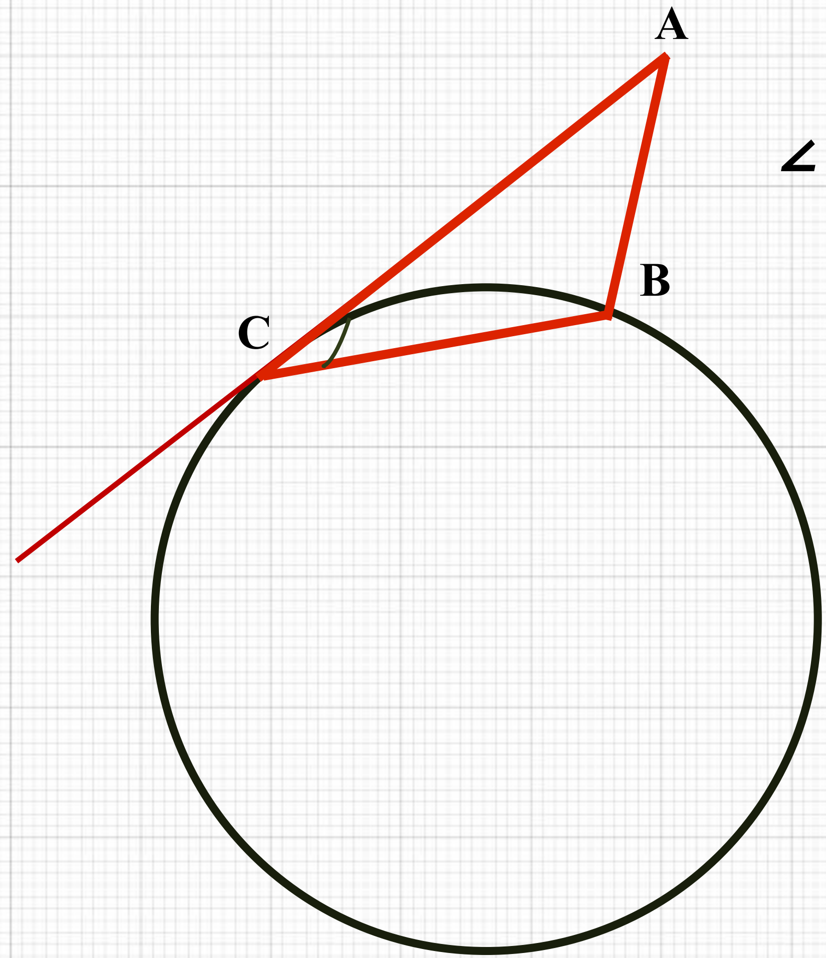


Угол между двумя секущими равен полуразности большей и меньшей дуг, образованных этими секущими.



$\angle BAC = \frac{1}{2}(\cup DF - \cup BC)$.

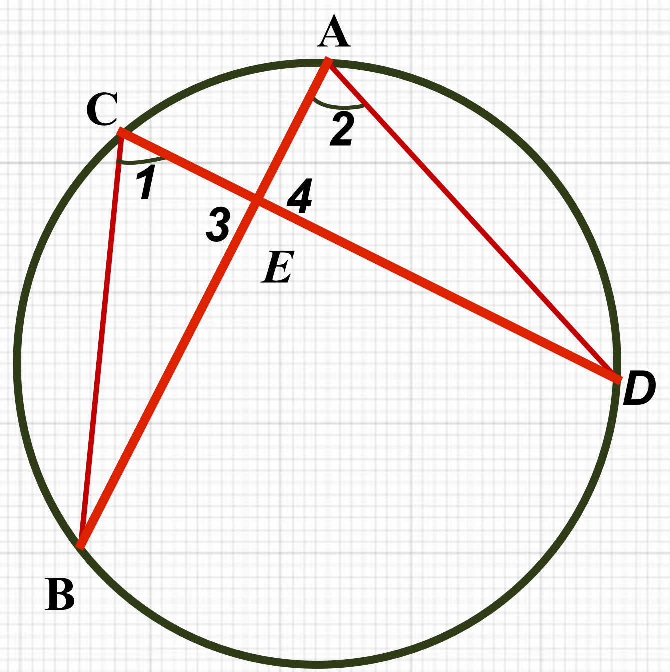
Угол между касательной и хордой равен половине градусной меры дуги, стягиваемой хордой.



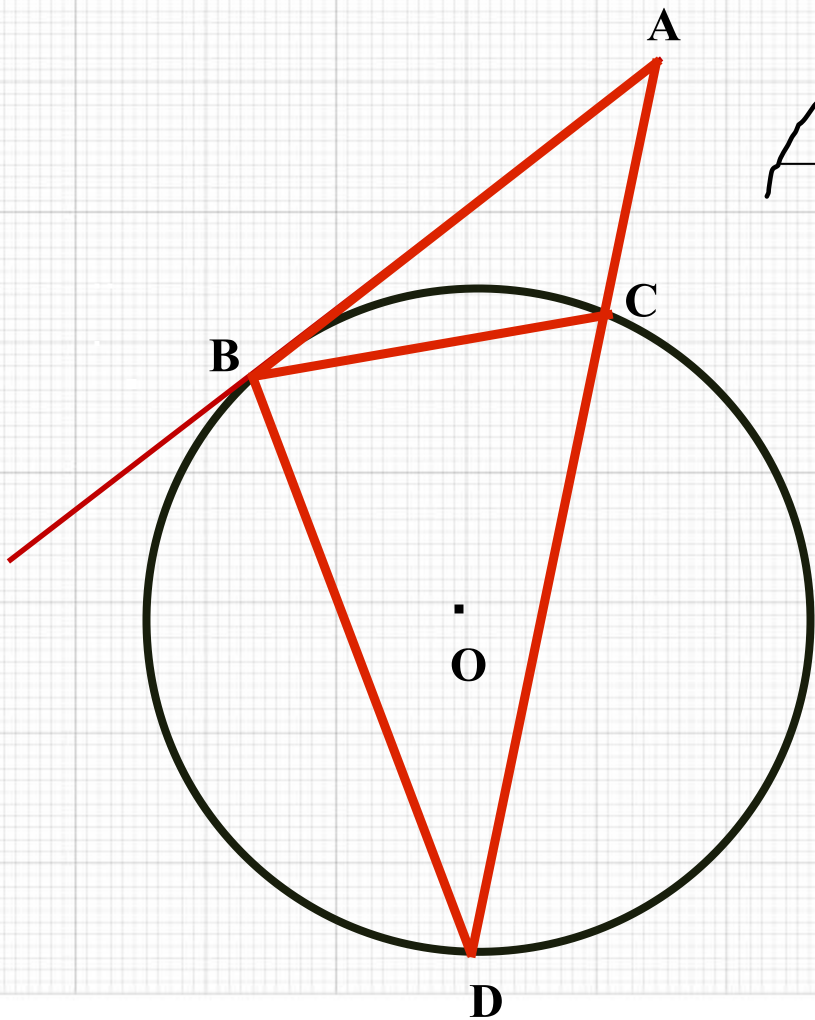
$\angle\ ACB = \frac{1}{2} \cup CB$

Теорема: **Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.**

CE · ED = AE · BE !

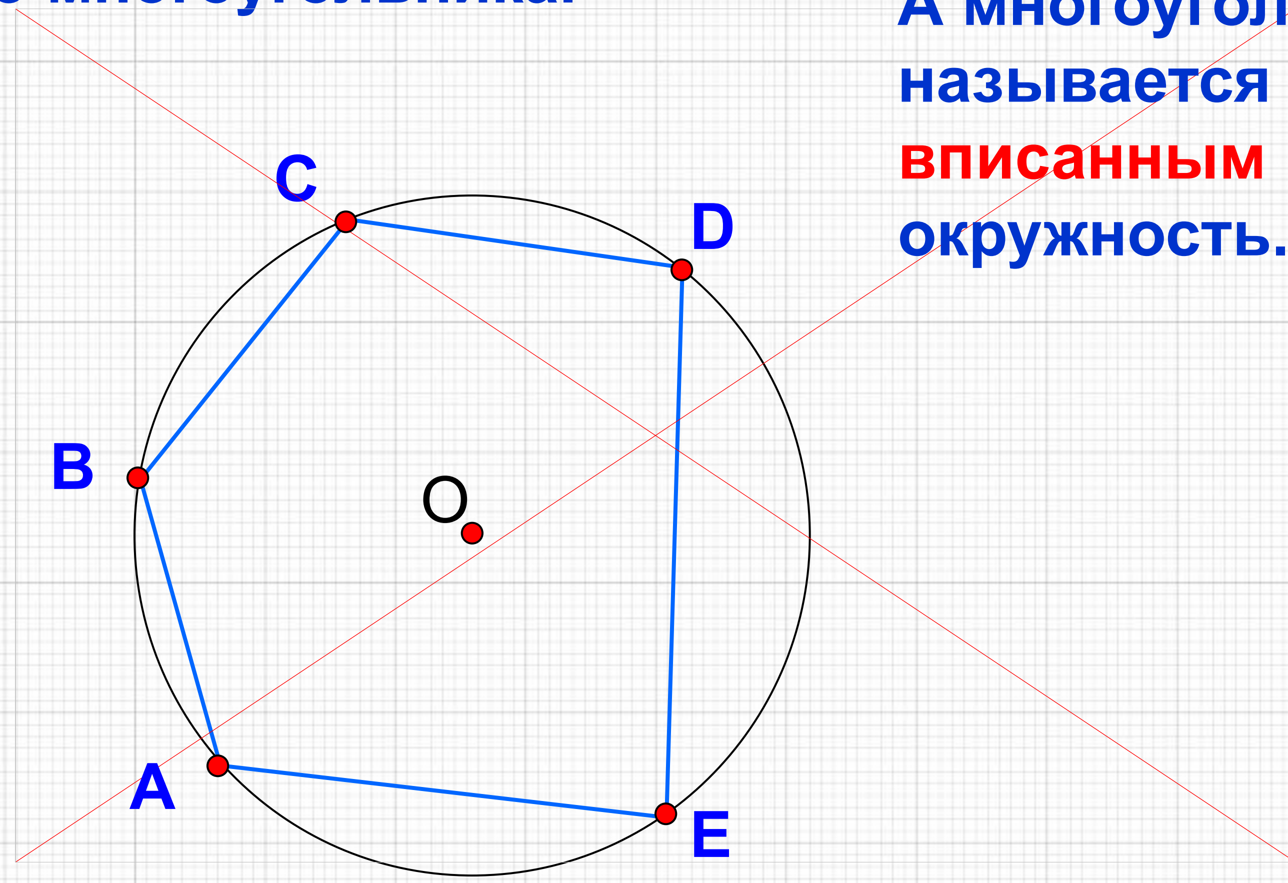


Теорема: **Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной.**



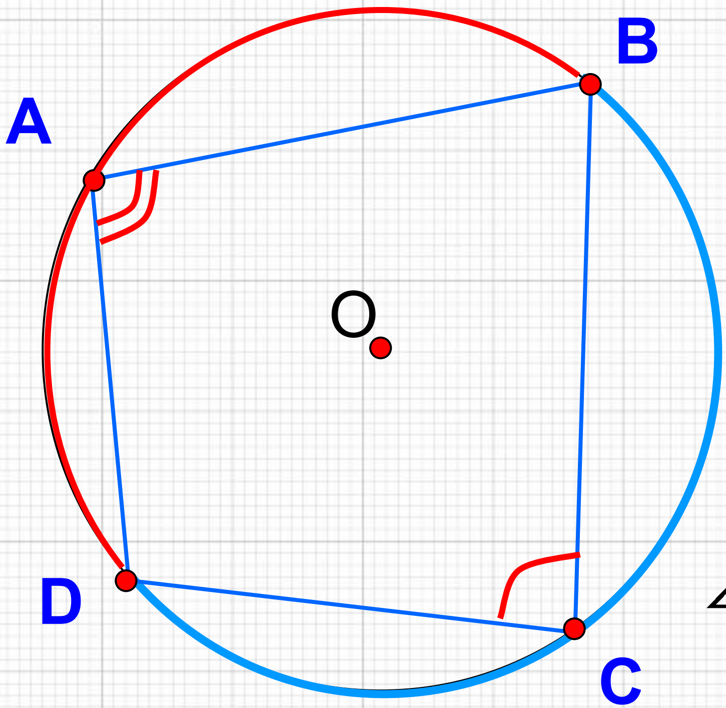
$$AB^2 = AD \cdot AC$$

Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной** около многоугольника.



А многоугольник называется **вписанным** в эту окружность.

В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.



$$\angle A = \frac{1}{2} \cup BCD$$

+

$$\angle C = \frac{1}{2} \cup BAD$$

$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\underbrace{\cup BCD + \cup BAD}_{360^0})$$

$$\angle A + \angle C = 180^0$$

Верно и обратное утверждение.

Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^0, то около него можно вписать окружность.