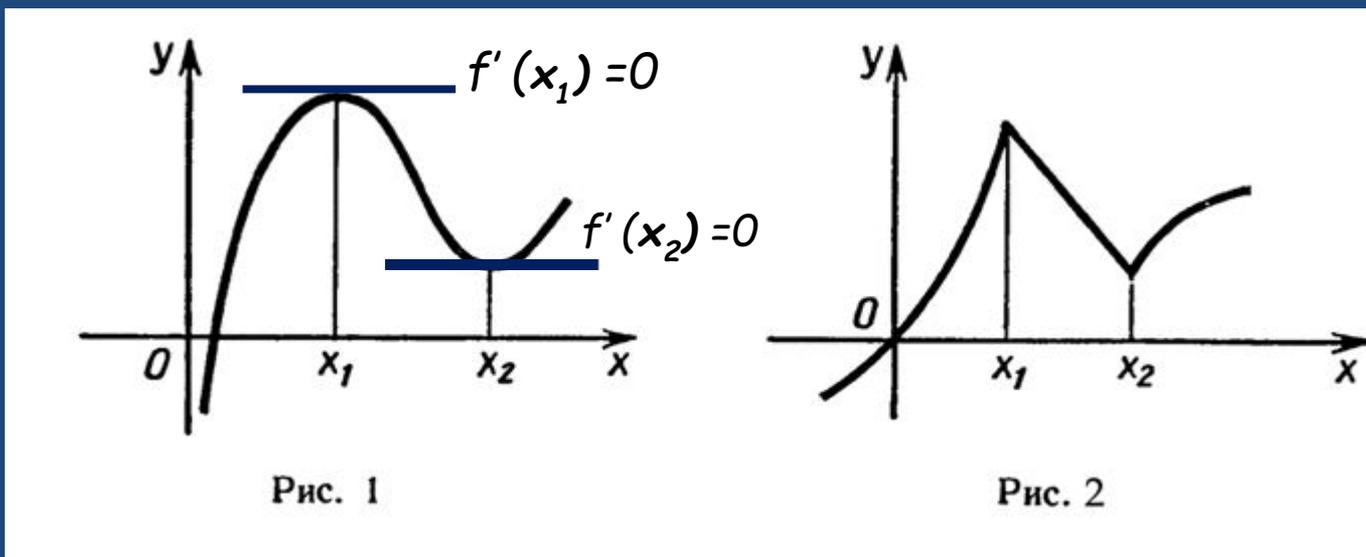




Точки из области определения функции, в которых:  
 $f'(x) = 0$  или не существует,

называются **критическими точками** этой функции.

Только они могут быть точками экстремума функции. (рис. 1 и 2).

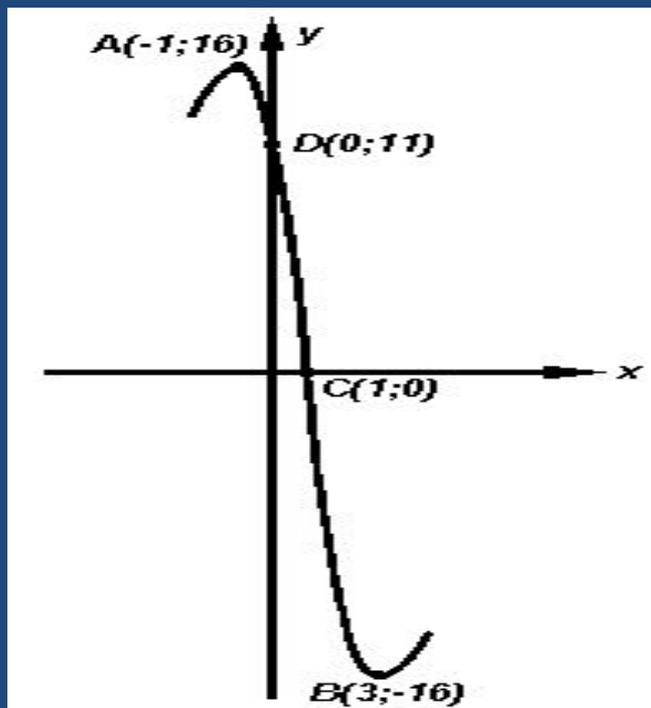


Точки из области определения функции, в которых:

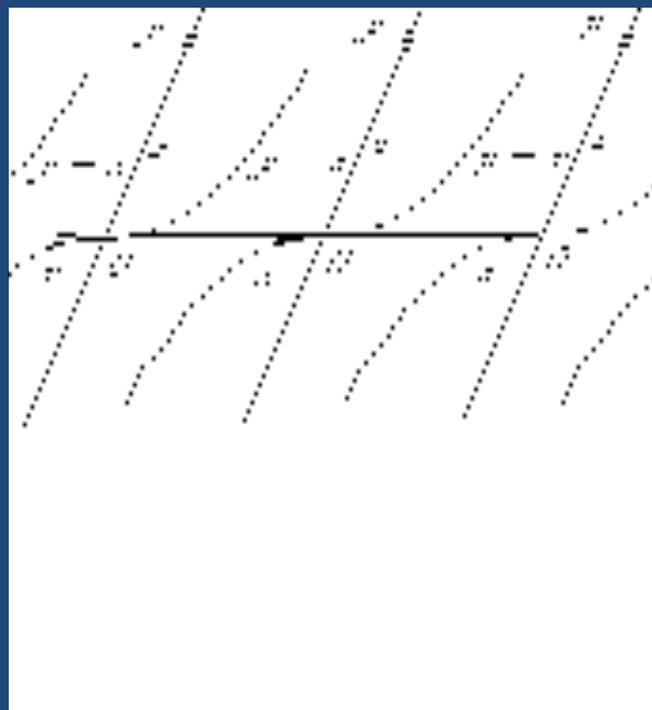
$$f'(x) = 0$$

называются **стационарными точками** этой функции.

## Экстремумы

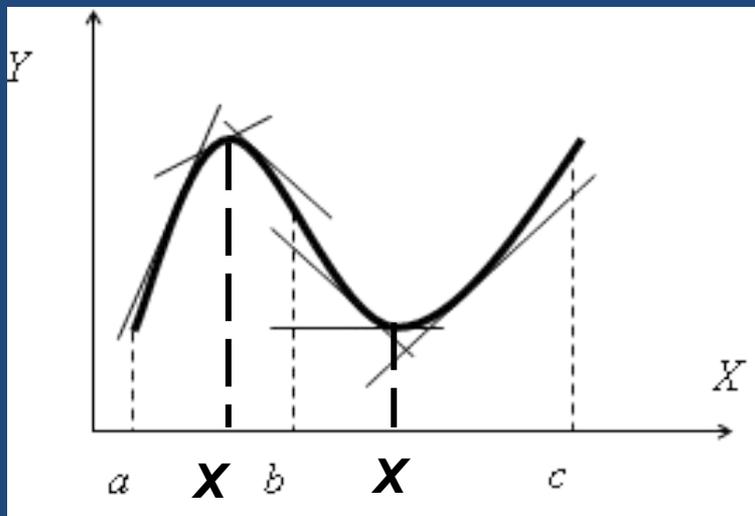
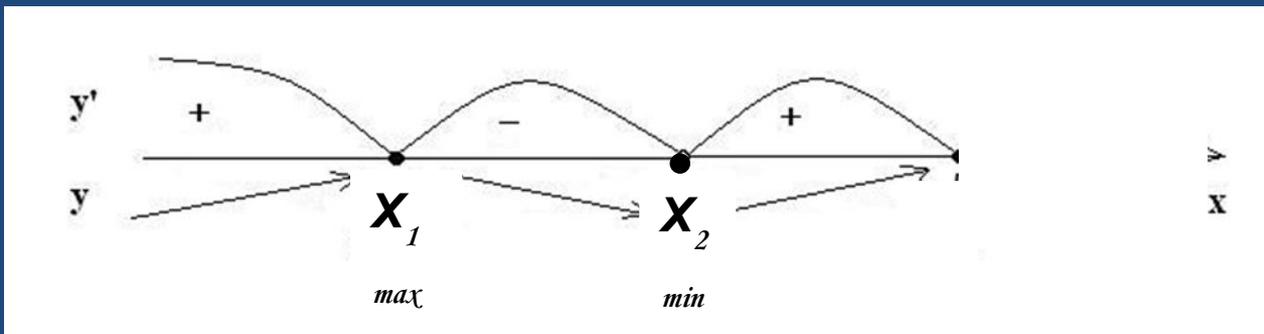


Не являются экстремумами



Пусть  $x_0$  точка из области определения функции  $f(x)$  и  $f'(x_0) = 0$ , если производная функции меняет свой знак с «+» на «-» в точке  $x_0$  или наоборот, то эта точка

является **Экстремумом**.



# Экстремумы функции



$x_0$  - **точка максимума** (max) функции, если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ .

$x_0$  - **точка минимума** (min) функции, если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) > f(x_0)$ .

По заданным графикам функций  $y=f(x)$  укажите:  
- критические точки;  
- стационарные точки;  
- экстремумы функции.

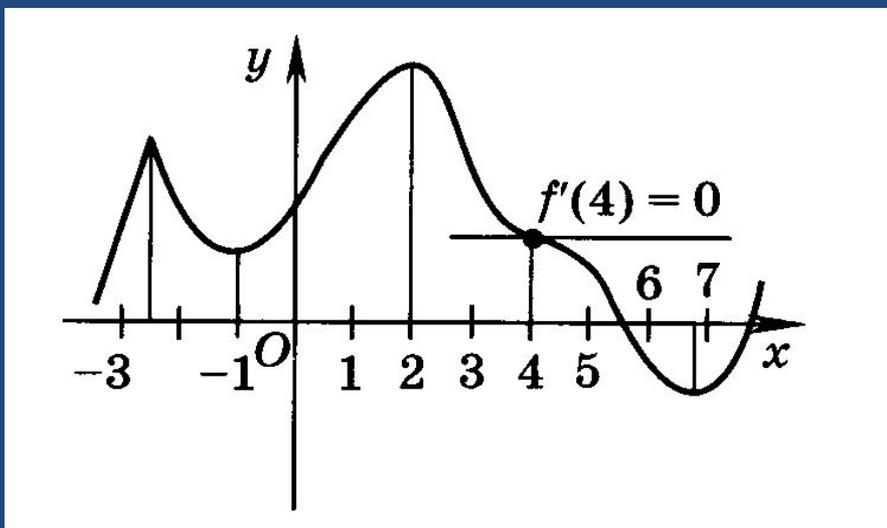
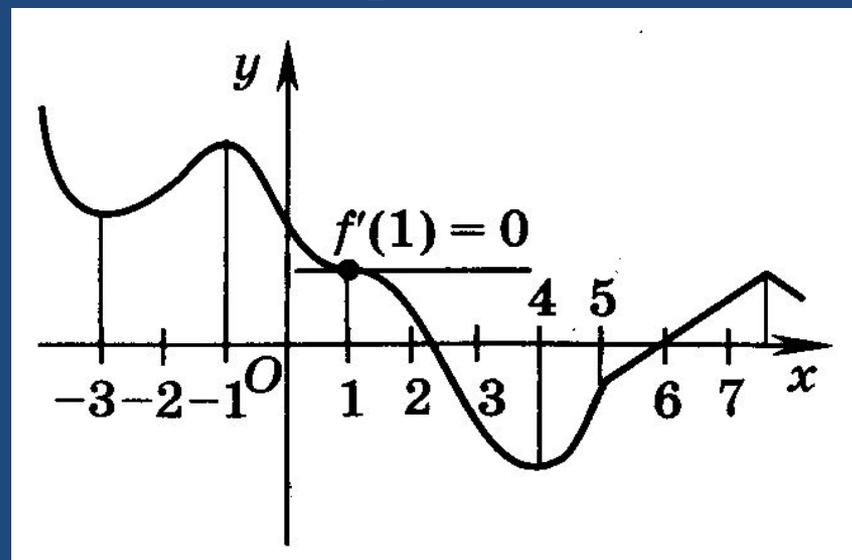


Рисунок  
1

Рисунок  
2



# Алгоритм поиска точек экстремума функции:

1. Найти производную функции;
2. Приравнять производную к нулю - найти стационарные точки;
3. Исследовать производную на «знак» - сделать вывод.

# Выполните задание

1. Найдите точку максимума функции

$$y = (9 - x)e^{x+9}$$

$$y = \ln(x + 5) - 2x + 9$$

$$y = x^3 - 48x + 17$$

$$y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$$

$$y = -\frac{x^2 + 289}{x}$$

$$y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5 \quad \text{на } (0; \frac{\pi}{2})$$

$$y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$$

2. Найдите точку минимума функции

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$$

$$y = 2x - \ln(x + 3) + 7$$

$$y = x^3 - 2x^2 + x + 3$$

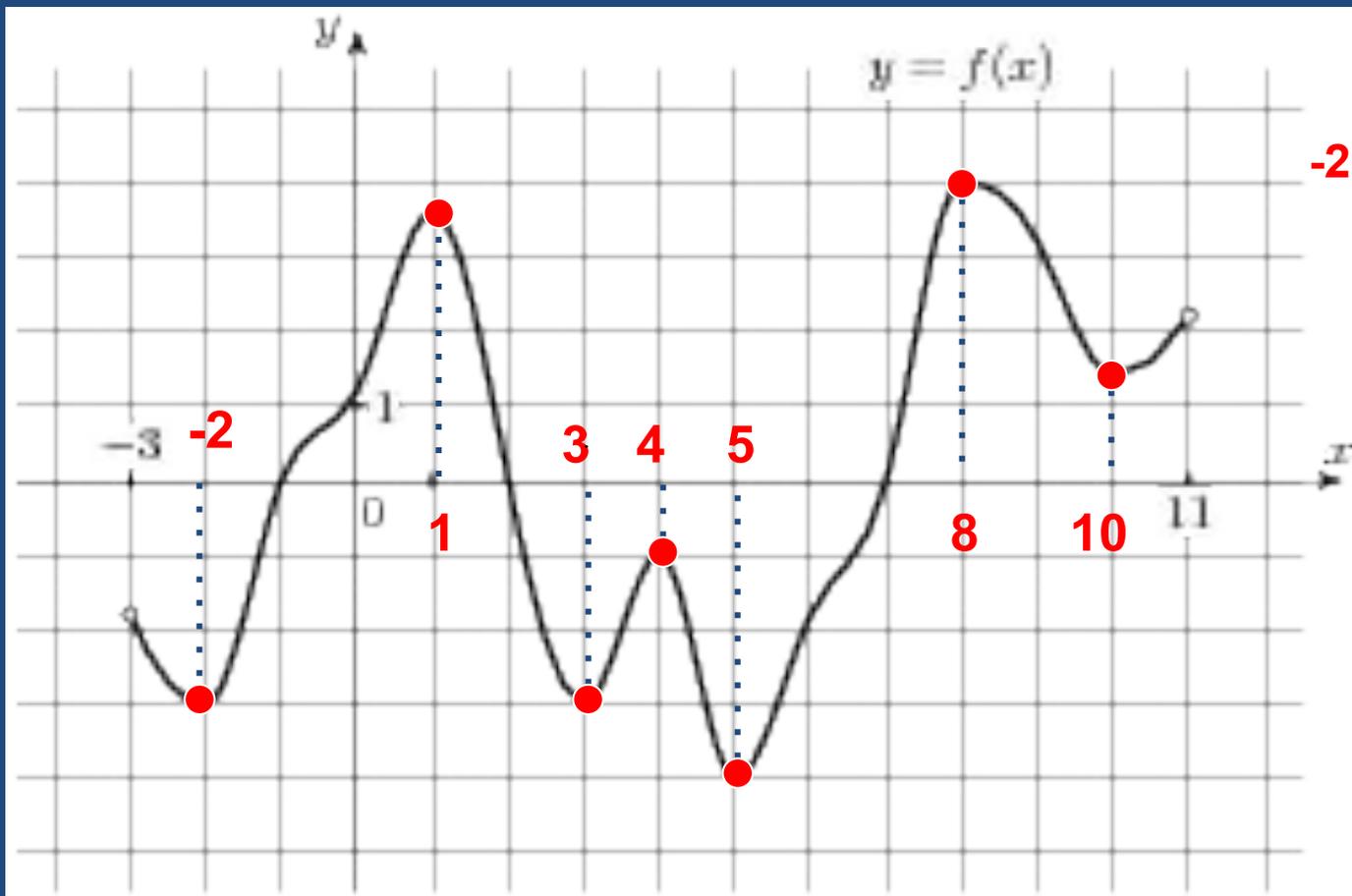
$$y = x\sqrt{x} - 3x + 1$$

$$y = -\frac{x^2 + 1}{x}$$

$$y = (0,5 - x)\cos x + \sin x \quad \text{на } (0; \frac{\pi}{2})$$

$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$$

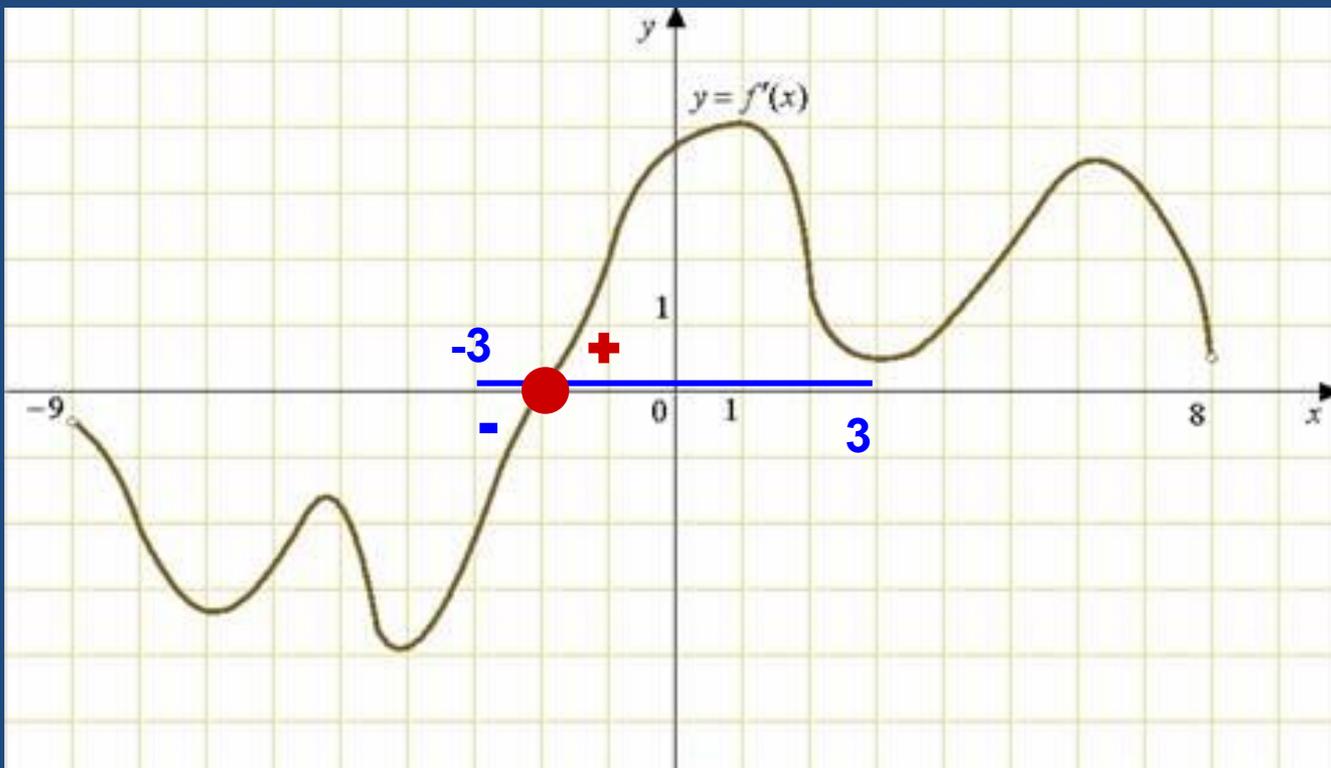
На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  определенной на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите сумму точек экстремума функции.



$$-2+1+3+4+5+8+10=...$$

В 8	2	9			
-----	---	---	--	--	--

На рисунке изображен график **производной** функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9;8)$ . Найдите точку экстремума функции на интервале  $(-3;3)$



B8

-

2