

16. На сторонах PQ , QM и PM треугольника PQM взяты соответственно точки K , L и N , при этом $PK : KQ = 21 : 10$, $QL : LM = 2 : 3$, $PN : NM = 2 : 5$. Отрезки MK и NQ пересекаются в точке A .

а) Докажите, что $PALN$ — параллелограмм.

б) Найдите AM , если $QM = 15$, $PM = 28$ и прямая PA перпендикулярна прямой QM .

Ответ: $\sqrt{209,8}$

16. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 7$, $BC = 10$ и $AC = 12$. Биссектрисы AD и BE пересекаются в точке N .

а) Докажите, что $BD : AE = 85 : 114$.

б) Найдите отношение площадей треугольников ABN и ABC .

Ответ: $7 : 29$

16. В прямоугольном треугольнике ABC $AC > BC$. Точка M лежит на катете AC , а точка N — на продолжении катета BC за точку C , $CM = 3BC$, $CN = 3AC$. Отрезки CH и CF — высоты треугольников ANC и BMC соответственно.

а) Докажите, что прямые CH и CF перпендикулярны.

б) Прямые BM и AN пересекаются в точке L . Найдите AL , если $BC = 3$ и $AC = 10$.

Ответ: 10

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10x - 2y, \\ \log_{3+y}(3 + x + a) = 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$\text{Ответ: } (-8 + \sqrt{22}; -2) \cup (-2; 2\sqrt{13-6})$$

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{9 - y^2} = \sqrt{9 - a^2 x^2} \\ x^2 + y^2 = -6x + 3y \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

$$\text{Ответ: } [-0,5; 0) \cup (0; 0,5]$$

16. В треугольнике ABC стороны AB , BC и AC соответственно равны 9, 10 и 11. Высоты AH и BK пересекаются в точке O .

а) Докажите, что в треугольнике ABC угол B — острый.

б) Найдите площадь треугольника KOH .

$$\text{Ответ: } \frac{2499\sqrt{2}}{968}$$

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{16x^2 - a^2}{x^2 - 10x + 25 - a^2} = 0 \text{ имеет ровно два различных корня.}$$

$$\text{Ответ: } a \neq \pm \frac{20}{3}; a \neq \pm 4; a \neq 0$$

18. При каких значениях параметра b уравнение

$\cos x \cdot \sqrt{x + 4b} = \sqrt{3} \sin x \cdot \sqrt{x + 4b}$ имеет единственный корень на отрезке $[0; \pi]$?

$$\text{Ответ: } \left[-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{24} \right] \cup (0; +\infty)$$

Домашнее задание

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 2\cos x + \sin^2 x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

13. Основания призмы $ABCA_1B_1C_1$ — равносторонние треугольники. Точки M и M_1 — центры оснований ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно.

а) Докажите, что угол между прямыми BM и C_1M_1 равен 60° .

б) Найдите угол между прямыми BM_1 и C_1M , если призма прямая и $AB : AA_1 = 3 : 2$.

14. Решите неравенство:

$$\frac{6}{x\sqrt{3}-3} + \frac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9} \geq 2$$

15. В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей меньше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (т. е. за два года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (т. е. за четыре года)?

16. Две стороны треугольника равны 1 и 5, площадь треугольника равна 2. Медиана, проведённая к его третьей стороне, меньше её половины.

- а) Докажите, что треугольник тупоугольный.
б) Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (2a - 5)x + a - 7 = 0$$

имеет два корня разных знаков, модуль каждого из которых меньше 3.

18. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.

- а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?
б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?
в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?