Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт»

Лекция 4

Понятие светового поля

Лектор: Смирнов П.А.

E-mail: SmirnovPA@mpei.ru
Mob: 8-910-443-75-52

Ге́льмго́льц, Герман Людвиг Фердинанд

- Основные работы в области медицины, анатомии, нервной системы
- Новая полная формулировка закона сохранения энергии
- Изобретение офтальмоскопа и офтальмометра
- Основы гидродинамики
- Математическая теория описания звуков
- Резонатор Гельмгольца
- Катушка Гельмгольца
- Уравнение Гельмгольца

Герман Людвиг Фердинанд фон Ге́льмго́льц

Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz

31 августа 1821, Потсдам —

8 сентября 1894, Шарлоттенбург

Уравнение Гельмгольца

$$\boxed{\Delta U(\mathbf{r},\omega) + n^2 k^2 U = 0}$$

$U(\mathbf{r},\omega)$ – комплексная амплитуда волны в точке **r**

ω – циклическая частота

n – показатель преломления среды

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число

Комплексная амплитуда

$$\boxed{U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{ik\phi(\mathbf{r})}}$$

$A(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|$ – обычная амплитуда

$\phi(\mathbf{r})$ – эйконал поля (εικόνα – «эйкона» – икона, образ)

Квазиоднородность поля

$A(\mathbf{r}), \phi(\mathbf{r})$ – медленно меняются в пределах длины волны

$$A(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(\mathbf{r})}{(ik)^m} \Rightarrow U(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(\mathbf{r})}{(ik)^m} e^{ik\phi(\mathbf{r})}$$

$$\nabla U = ik\nabla\phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\nabla A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi}$$

$$\Delta U = ik\Delta\phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi} + (ik\nabla\phi)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi} + 2ik\nabla\phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Delta A_m}{(ik)^m} e^{ik\phi}$$

Волновое уравнение при разложении в ряд

$$\boxed{ik\Delta\phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} + (ik\nabla\phi)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} + 2ik\nabla\phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Delta A_m}{(ik)^m} - (ikn)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(ik)^m} = 0}$$

Квазиоднородность поля

$$\boxed{ik\Delta\phi\sum_{m=0}^{\infty}\frac{A_m}{(ik)^m}+(ik\nabla\phi)^2\sum_{m=0}^{\infty}\frac{A_m}{(ik)^m}+2ik\nabla\phi\sum_{m=0}^{\infty}\frac{A_m}{(ik)^m}+\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\Delta A_m}{(ik)^m}-(ikn)^2\sum_{m=0}^{\infty}\frac{A_m}{(ik)^m}=0}$$

1. $m=2:$ $\qquad A_0\left((\nabla\phi)^2-n^2\right)=0$

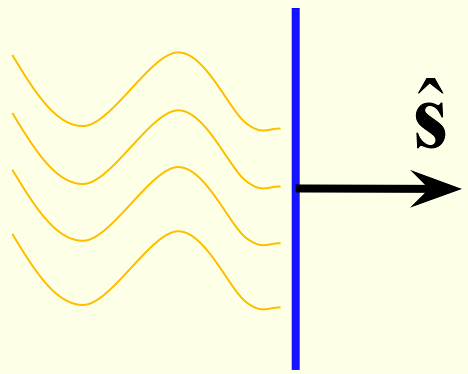
2. $m=1:$ $\qquad A_0\Delta\phi+A_1\left((\nabla\phi)^2-n^2\right)+2\nabla\phi\nabla A_0=0$

3. $m\le 0:$ $\qquad A_{m+1}\Delta\phi+A_{m+2}\left((\nabla\phi)^2-n^2\right)+2\nabla\phi\nabla A_{m+1}+\Delta A_m=0$

Уравнение эйконала

$$(\nabla\phi)^2=n^2$$

$$\boxed{\nabla\phi=\hat{\mathbf{s}}n}$$



Спасибо за внимание!