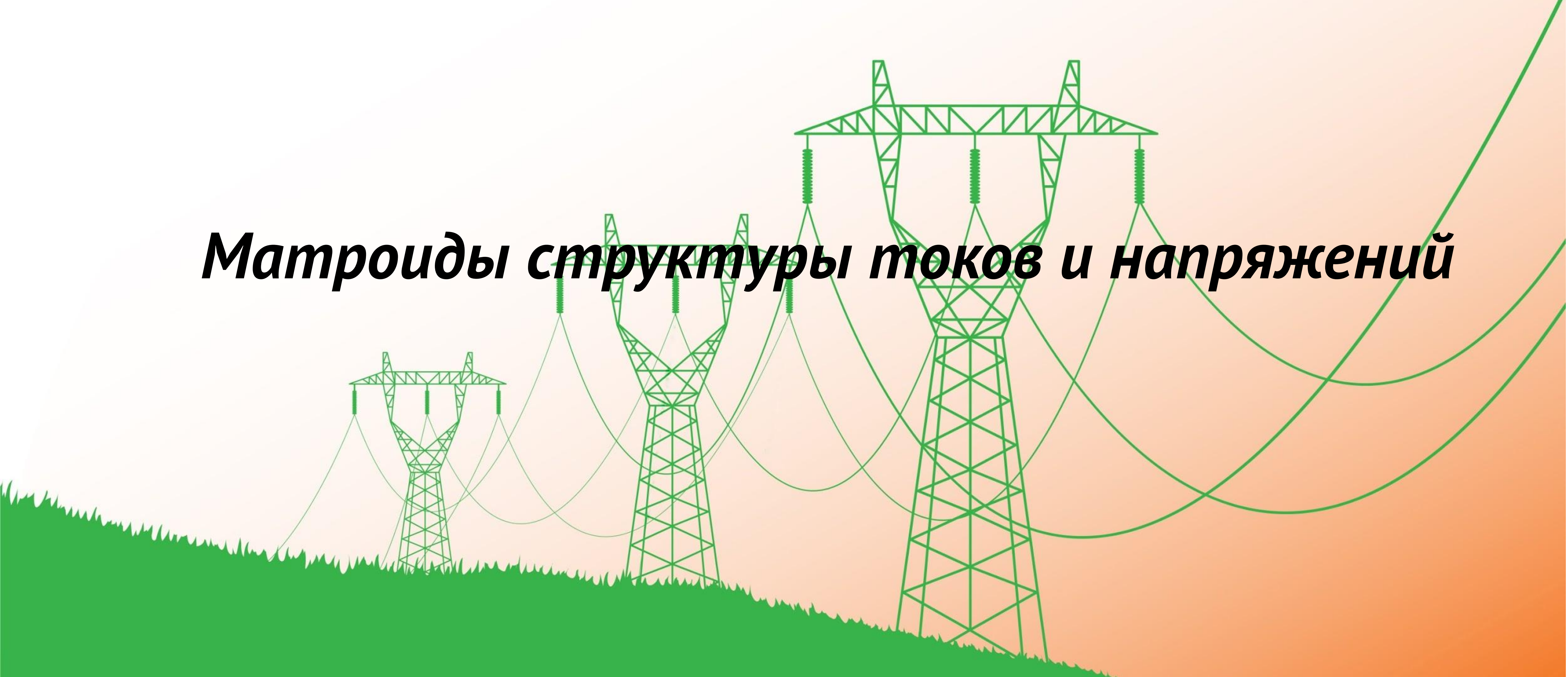
ПОЛИТЕХ
Институт энергетики

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ЭНЕРГЕТИКИ

Матроиды структуры токов и напряжений



Теория матроидов

Матроид – пара $\{\Psi, B\}$, где: Ψ - не пустое конечное множество, а B - не пустая совокупность его подмножеств, называемых базами, которые удовлетворяют следующим условиям:

- никакая база не содержит в качестве подмножества другую базу;

- если B_1 и B_2 - две базы, а $\{e\} \in B_1$, то существует $\{f\} \in B_2$, такое что заменяя его на $\{e\}$ подучим так же базу.

Поскольку существует два способа описания структуры токов и напряжений, то различают матроиды токов и матроиды напряжений, связанные между собой законом сохранения энергии.

$$A_i(\Lambda_{\mathrm{O}}) = 0 \quad \Rightarrow M_I \Leftrightarrow M_I^* \equiv M_U$$

$$A_u(\Theta_{\mathrm{O}}) = 0 \quad \Rightarrow M_U \Leftrightarrow M_U^* \equiv M_I$$

$$M_I \xleftrightarrow{\sum_k u_k \cdot i_k = 0} M_U$$

Построение матроида токов

Предложим способ построения матроида токов M_I .

Пусть Ψ - множество идентификаторов основных ветвей расчетной схемы, а базы – это всевозможные максимальные по включению наборы идентификаторов тех ветвей, относительно токов которых возможно решение системы уравнений

$$A_i(\Lambda_O) = 0$$

Рассмотрим схему колебательного контура, в которой резистор подключен через ИТ. Имеем: $\Psi = \{1, 2, 3, 4\}$

Структура токов и напряжений основных ветвей этой схемы задана совокупностью СОЧ Λ_O :

$$\Lambda_O = [-2 \ \ -3][+2 \ \ -4][-k_{5,6} \cdot 1 + 2] \quad ,$$

которой соответствует система уравнений

$$A_i(\Lambda_O) = 0 \ \Rightarrow \ \begin{cases} -i_2 - i_3 = 0 \\ +i_2 - i_4 = 0 \\ +i_2 - k_{5,6} \cdot i_1 = 0 \end{cases}$$

Решим систему относительно токов ***i**₁*, ***i**₂* и ***i**₃*:

из первого уравнения: $i_3 = -i_2$, поскольку из второго уравнения $i_2 = i_4$, то $i_3 = -i_4$.

В итоге получим:

$$\begin{cases} i_3 = -i_4 \\ i_2 = i_4 \\ i_1 = k_{5,6}^{-1} \cdot i_2 = k_{5,6}^{-1} \cdot i_4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} i_1 = k_{5,6}^{-1} \cdot i_4 \\ i_2 = i_4 \\ i_3 = -i_4 \end{cases}$$

Построение матроида токов

Помимо токов $\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$ и $\boldsymbol{i_3}$ исходную систему уравнений

$$A_i(\Lambda_O) = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} -i_2 - i_3 = 0 \\ +i_2 - i_4 = 0 \\ +i_2 - k_{5,6} \cdot i_1 = 0 \end{cases}$$

можно решить и относительно других наборов токов:

$$\boldsymbol{i_1, i_2, i_4\;;\;\; i_1, i_3, i_4\;;\;\; i_2, i_3, i_4\,.}$$

В этом случае будем иметь следующее множество баз:

$$B_{M_I} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

В итоге матроид токов M_I будет иметь вид:

$$M_I = \left\{ \Psi = \{1,2,3,4\}\;;\; B_{M_I} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \right\}$$

Обобщенный подход к формированию уравнений описания переходных процессов

Из множества возможных баз оставим одну, которая удовлетворяет установленному ранее приоритету ветвей

.   ***ЗК, Е, С, R, L, J, РК*** .

В рассматриваемом примере это $B = \{3,\ \ 2,\ \ 1\}$.

Дополнение базы B матроида токов M_I до множества Ψ называется **кобазой** и обозначается B^*.

В рассматриваемом примере это $B^* = \{4\}$.

Наборы идентификаторов токов ветвей, входящие в каждое уравнение системы $A_i\{\Lambda_O\} = 0$, разрешенной относительно токов ветвей базы, образуют **базисные коциклы**:

$$A_i(\Lambda_O) = 0 \;\Rightarrow \begin{cases} i_3 = -i_4 & \Rightarrow [-3\ \ -4] \\ i_2 = i_4 & \Rightarrow [-2\ \ +4] \\ i_1 = k_{5,6}^{-1} \cdot i_4 & \Rightarrow \left[-1\ \ +k_{5,6}^{-1} \cdot 4\right] \end{cases} .$$

Совокупность СОЧ Λ является цифровым описанием базисных коциклов матроида токов M_I :

$$\Lambda = [-3\ \ -4][-2\ \ +4]\left[-1\ \ +k_{5,6}^{-1} \cdot 4\right]$$

.

Обобщенный подход
к формированию уравнений описания переходных процессов

Наборы идентификаторов напряжений ветвей, входящие в каждое уравнение системы

$$\begin{cases} A_i(\Lambda_O) = 0 \\ \sum_k u_k \cdot i_k = 0 \end{cases}$$

разрешенной относительно напряжений ветвей кобазы, образуют **базисные циклы**:

$$A_i(\Lambda_O) = 0 \;\Rightarrow \begin{cases} i_3 = -i_4 \\ i_2 = i_4 \\ i_1 = k_{5,6}^{-1} \cdot i_4 \end{cases}$$

$$u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 + u_4 \cdot i_4 = 0$$

$$u_1 \cdot k_{5,6}^{-1} \cdot i_4 + u_2 \cdot i_4 + u_3 \cdot (-i_4) + u_4 \cdot i_4 = (k_{5,6}^{-1} \cdot u_1 + u_2 - u_3 + u_4) \cdot i_4 = 0$$

$$k_{5,6}^{-1} \cdot u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0 \;\Rightarrow\; u_4 = -k_{5,6}^{-1} \cdot u_1 - u_2 + u_3 \;\Rightarrow\; \left[-4 \;\; -k_{5,6}^{-1} \cdot 1 \;\; -2 \;\; +3\right]$$

Совокупность СОЧ Θ является цифровым описанием базисных циклов матроида токов M_I :

$$\Theta = \left[-4 \;\; -k_{5,6}^{-1} \cdot 1 \;\; -2 \;\; +3\right]$$